



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

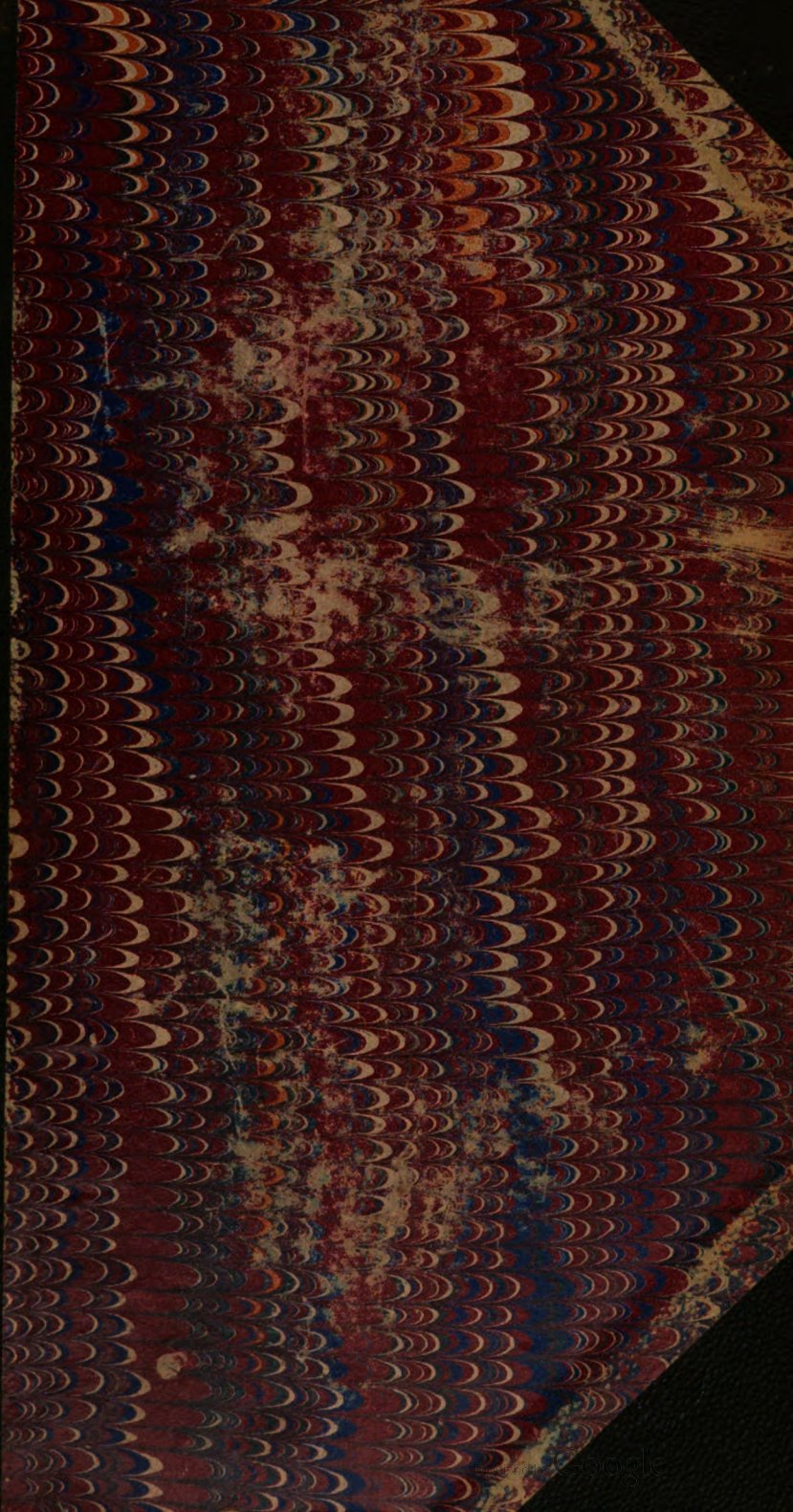
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

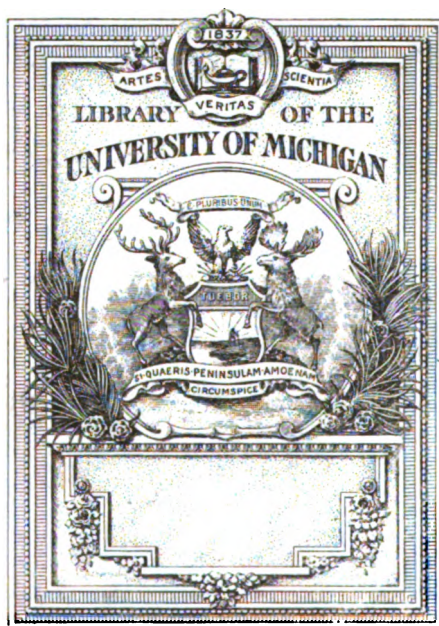
We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>





7.1-6

QC
1
.A6

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.
NEUE FOLGE
BAND XXVI.

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH
F. A. C. GREY, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF.

NEUE FOLGE.

BAND XXVI.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERT ZWEIUNDSECHZIGSTER.

UNTER MITWIRKUNG
DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT IN BERLIN

UND INSBESONDERE DES HERRN
H. VON HELMHOLTZ

HERAUSGEGEBEN VON
G. WIEDEMANN.

NEBST SECHS FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1885.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

Inhalt.

Neue Folge. Band XXVI.

Neuntes Heft.

| | Seite |
|--|-------|
| I. J. Elster u. H. Geitel. Ueber die unipolare Leitung erhitzter Gase | 1 |
| II. H. Kayser. Ueber neuere Thermosäulen | 9 |
| III. W. v. Beetz. Ueber galvanische Trockenelemente und deren Anwendung zu electrometrischen und galvanometrischen Messungen | 13 |
| IV. S. v. Wroblewski. Ueber den electricischen Widerstand des Kupfers bei den höchsten Kältegraden | 27 |
| V. E. Pfeiffer. Ueber die electricische Leitungsfähigkeit des absoluten Alkohols | 31 |
| VI. R. W. Willson. Ein empfindliches Galvanometer mit messbarem Reductionsfactor | 44 |
| VII. Th. Homén. Ueber den electricischen Leitungswiderstand der verdünnten Luft | 55 |
| VIII. K. Wesendonck. Ueber das Verhalten der Gasentladungen gegen einen glühenden Platinstreifen | 81 |
| IX. A. Winkelmann. Ueber die Diffusion der Fettsäuren und Fettalkohole in Luft, Wasserstoff und Kohlensäure | 105 |
| X. S. v. Wroblewski. Ueber das Verhalten der flüssigen atmosphärischen Luft | 134 |

| | Seite |
|---|-------|
| XI. V. v. Lang. Messung der electromotorischen Kraft des electrischen Lichtbogens | 145 |
| XII. W. Hankel. Berichtigung einer Angabe des Hrn. v. Kolenko in Betreff der thermoelectrischen Vertheilung an Bergkrystallen | 150 |
| XIII. E. Lommel. Projection der Interferenz der Flüssigkeitswellen | 156 |
| XIV. — Sichtbare Darstellung des Brennpunktes der ultrarothern Strahlen durch Phosphorescenz | 157 |
| XV. Ad. Blümcke. Ueber die Bestimmung der beim Bunsen'schen Eiscalorimeter geschmolzenen Eismenge | 159 |

Geschlossen am 15. August 1885.

Zehntes Heft.

| | |
|---|-----|
| I. F. Kohlrausch. Ueber das Leitungsvermögen einiger Electrolyte in äusserst verdünnter wässeriger Lösung | 161 |
| II. E. Pfeiffer. Ueber die electrische Leitungsfähigkeit der Mischungen von Aethylalkohol mit Aethyläther | 226 |
| III. G. C. Foster. Ueber eine veränderte Form der Wheatstone'schen Brücke und Methoden zur Messung kleiner Widerstände | 239 |
| IV. A. Oberbeck. Ueber eine der Resonanz ähnliche Erscheinung bei electrischen Schwingungen | 245 |
| V. K. Ångström. Ueber die Diffusion der strahlenden Wärme von ebenen Flächen | 253 |
| VI. A. Schleiermacher. Ueber die Abhängigkeit der Wärmestrahlung von der Temperatur und das Stefan'sche Gesetz | 287 |
| VII. M. Thiesen. Ueber die Gesetze des Luftwiderstandes nach Versuchen mit dem Schellbach'schen Rotationsapparate . . | 309 |
| VIII. E. Dorn. Experimentelle Bestätigung des Satzes, dass beide Electricitäten in gleicher Menge entwickelt werden, für Pyroelectricität | 328 |
| IX. — Einige Vorlesungsversuche | 331 |
| X. P. Brühl. Ueber verzweigte Blitze | 334 |
| XI. Fr. Rüdorff. Ein Vorlesungsversuch | 335 |
| XII. E. Wiechert. Ueber die Leitungsfähigkeit des Serpentina | 336 |

Geschlossen am 1. October 1885.

Elftes Heft.

| | Seite |
|---|-------|
| I. E. Gumlich. Theorie der Newton'schen Farbenringe im durchgehenden Lichte | 337 |
| II. L. Weber. Intensitätsmessungen des diffusen Tageslichtes | 374 |
| III. W. v. Bezold. Ueber Herstellung des Farbendreiecks durch wahre Farbenmischung | 390 |
| IV. — Nachträgliche Bemerkung zu der Abhandlung: „Ueber Strömungsfiguren in Flüssigkeiten“ | 407 |
| V. W. Müller-Erbach. Die Dissociation wasserhaltiger Salze und daraus abgeleitete Folgerungen über die Constitution der Salzbestandtheile | 409 |
| VI. F. Kohlrausch. Ueber die Inconstanz der Dämpfungsfunktion eines Galvanometers und ihren Einfluss auf die absolute Widerstandsbestimmung mit dem Erdinductor . . | 424 |
| VII. R. Colley. Ueber einige neue Methoden zur Beobachtung electrischer Schwingungen und einige Anwendungen derselben | 432 |
| VIII. A. Köpsel. Bestimmung der Constante für die electromagnetische Drehung der Polarisationssebene des Natriumlichtes in Schwefelkohlenstoff | 456 |

Geschlossen am 1. November 1885.

Zwölftes Heft.

| | |
|---|-----|
| I. J. Fink. Ueber den Einfluss des Druckes auf den electrischen Leitungswiderstand von Electrolyten | 481 |
| II. E. Edlund. Ueber den Uebergangswiderstand in dem galvanischen Lichtbogen | 518 |
| III. K. Wesendonck. Ueber die Fluorescenz des Naphtalinrothes | 521 |
| IV. H. W. Vogel. Ueber den Zusammenhang zwischen Absorption der Farbstoffe und deren sensibilisirender Wirkung auf Bromsilber | 527 |
| V. G. Kötschau. Studien über Flüssigkeitsbewegungen . . | 530 |
| VI. F. Himstedt. Eine Bestimmung des Ohms | 547 |
| VII. de W. B. Brace. Ueber die magnetische Drehung der Polarisationssebene und einige besondere Fälle der Refraction | 576 |

| | Seite |
|--|-------|
| VIII. G. Stern. Die Commutatorstellung bei electrodynamischen Maschinen | 607 |
| IX. E. Mach u. J. Wentzel. Ein Beitrag zur Mechanik der Explosionen | 628 |
| X. K. L. Bauer. Apparat zum Beweise, dass die Electricität sich nur auf der Oberfläche der Leiter ausbreitet | 640 |
| XI. E. Dorn. Nachtrag | 644 |
| Berichtigungen | 644 |
| Namenregister | 645 |

Geschlossen am 1. December 1885.

Nachweis zu den Figurentafeln.

- Taf. I. v. Beetz, Fig. 1. — v. Wroblewski, Fig. 2 u. 2a. — Homén, Fig. 3—4. — Wesendonck, Fig. 5—12b.
- Taf. II. F. Kohlrausch.
- Taf. III. Pfeiffer, Fig. 1. — Carey Foster, Fig. 2—4. — Ångström, Fig. 5—16. — Schleiermacher, Fig. 17—19. —
- Taf. IV. Gumlich, Fig. 1—6. — Leonhardt Weber, Fig. 7—16. Colley, Fig. 17—19. — Köpsel, Fig. 20.
- Taf. V. Fink, Fig. 1—9. — Wesendonck, Fig. 10. — Kötschau, Fig. 11—21.
- Taf. VI. Himstedt, Fig. 1—4. — Brace, Fig. 5—10. — Mach u. Wentzel, Fig. 11—21.

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XXVI.

*I. Ueber die unipolare Leitung erhitzter Gase;
von Julius Elster und Hans Geitel.*

Der Zweck dieser Mittheilung ist, darzuthun, dass die früher von Herwig hinsichtlich der unipolaren Leitung der Flammengase aufgestellte Theorie in der von uns nachgewiesenen Electricitätserregung, welche eintritt, sobald Gase mit glühenden Körpern in Contact gerathen, ihre Begründung findet.

„Für das Entscheidende bei der Unipolarität der Flammen halte ich“, sagt Herwig¹⁾, „das Auftreten von freier Electricität in den Flammen selbst, welche, gegen die von aussen eingeführte Electricität wirkend, das Anschmiegen der Flammengase an die Electroden erleichtert oder auch einfach die Uebergabe der äusseren, electricischen Bewegung an die Flammengase entweder erleichtert oder erschwert und damit die Differenz in die Ableitungen hineinbringt.“ Und ferner²⁾: „Man hat dabei einfach zu denken, dass die geladenen Flammengase als leicht bewegliche Körper der durch die Potentialdifferenz an beiden Electroden dargestellten electricischen Triebkraft unterliegen und deshalb von der negativen Electrode fort und zu der positiven hingedrängt werden.“ Herwig betont ferner, „dass diese Auffassung dadurch von besonderer Bedeutung werden dürfte, dass sie auch die übrigen eigenthümlichen Eigenschaften der Flammenladung, die fast völlig isolirt unter allen unseren Erfahrungen auf electricischem Gebiete stehen, ungezwungen zu erklären im Stande ist.“ Diese electricische Ladung der Flammengase kann aber, nach Herwig³⁾, nur zum kleinsten

1) Herwig, Wied. Ann. 1. p. 517. 1877.

2) l. c. p. 523.

3) l. c. p. 522.

Theile durch den Contact der Gase mit den Electroden hervorgerufen werden; es müssen vielmehr noch weitere electromotorische Kräfte in der Flamme selbst vorhanden sein, durch welche die eigentlich heissen Flammenstellen negative Electricität erhalten, während die positive Electricität in die Umgebung der heissen Stellen gedrängt wird.

Diese Vermuthung Herwig's wird vollständig bestätigt durch unsere Untersuchungen über die electromotorischen Kräfte, die beim Contact von Gasen und glühenden Körpern auftreten. Unser Resultat in Bezug auf die Flammenelectricität liess sich danach folgendermassen zusammenfassen¹⁾:

Jede Flamme kann angesehen werden als ein Strom heissen Gases, der von aussen eingeführte glühende Electroden, sowie die in ihm suspendirten glühenden Körperchen negativ electrisch erregt; dabei war es wahrscheinlich, dass auch die glühenden Gastheilchen selbst gegen die kälteren die Rolle des glühenden Körpers übernehmen konnten.

Wir haben durch mannigfache Ueberlegungen und Versuche die von Herwig aufgestellte Theorie im einzelnen geprüft und sind dabei in keinem Falle zu einem Resultate gelangt, das den schon früher von uns entwickelten Anschauungen über den electrischen Vorgang in der Flamme widerspräche. Es lassen sich aber aus dieser Theorie noch einige Consequenzen ziehen, die zu interessanten experimentellen Thatsachen führen, deren Erklärung ohne Zugrundelegung der oben entwickelten Anschauungen die grössten Schwierigkeiten bieten dürfte.

Sämmtliche Beobachter, welche das unipolare Leitungsvermögen der Flammen genauer untersuchten, stimmen darin überein, dass das Flammeninnere ein „positiv-unipolarer“ Raum ist. Bringt man nämlich in die Flamme zwei möglichst gleiche Platindrähte, welche mit den Polen eines isolirt aufgestellten galvanischen Elementes in Verbindung stehen, während die Flamme durch ein glühendes Platinblech oder auch nur durch den Brenner zur Erde abgeleitet ist, so zeigt der negative Pol stets eine starke electrische Span-

1) Elster u. Geitel, Wied. Ann. 19. p. 616. 1883.

nung, während an dem positiven Pole ein kleiner Rest positiver Electricität zurückbleibt. Dabei ist aber die Spannungsdifferenz an den Polen stets gleich der des Elementes. Dieses von Hankel¹⁾ aufgefundene Gesetz fanden auch wir durch Messungen an dem Thomson'schen Quadrantelectrometer in jedem Falle bestätigt.

In dieselbe Classe von Erscheinungen gehört auch eine Beobachtung Guthrie's²⁾, der fand, dass eine rothglühende Metallkugel schneller einen negativ-electrischen als einen positiv-electrischen Conductor entlade. Die eine solche Kugel umgebende Luft scheint demnach negative Electricität leichter zu entladen, als positive, verhält sich somit gerade entgegengesetzt, wie das Innere einer Flamme. Man darf daher der die Kugel umhüllenden Luftschicht negativ-unipolare Leitung zuschreiben.

Wir haben bereits mehrfach darauf aufmerksam gemacht, dass die Electricitätserregung seitens glühender Körper in sehr reiner Form studirt werden kann an einer Platinkugel, die dadurch zum Glühen gebracht wird, dass in ihr mit Platinschwamm gefülltes Innere ein Gemisch von Benzindampf und Luft geleitet wird. (Paquelin'sche Brenner).³⁾ Das Gleiche gilt auch für das Studium der unipolaren Leitungsfähigkeit erhitzter Luft.

Es schien uns nun zunächst geboten, die Guthrie'schen Versuche zu wiederholen. Einem cylindrischen, mit einem Goldblattelectrometer verbundenen Metallconductor wurde die Kugel des Paquelin'schen Brenners gegenüber gestellt, und es ergab sich hier in Uebereinstimmung mit Guthrie, dass der Conductor bedeutend schneller entladen wurde, wenn er negativ electricisch, als wenn er positiv electricisch war. Hierbei sind namentlich zwei Umstände bemerkenswerth. Nämlich erstens: die Entladung durch die glühende Platinkugel

1) Hankel, Abh. d. k. Sächs. Ges. d. Wiss. 7. p. 1—80. Sep. p. 42. 1859.

2) Guthrie, Chem. News. 45. p. 116. Beibl. 6. p. 686. 1882.

3) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. 19. Taf. IX Fig. 1 u. p. 591. 1883. Dieses Instrument dürfte in physikalischen Kreisen weniger bekannt sein; in der Chirurgie findet dasselbe häufig Anwendung.

erfolgt noch in einer Entfernung von $\frac{1}{2}$ m und darüber, also in einer Entfernung, in der von einem wirklichen Leitungsvermögen der Luft nicht mehr die Rede sein kann, und zweitens die Erscheinung der Unipolarität verschwindet, d. h. der Unterschied zwischen dem Verhalten der positiven und negativen Electricität fällt fort, wenn man die glühende, zur Erde abgeleitete Kugel dem Conductor sehr nahe (etwa bis zu 2—3 cm) bringt.

Der erstere Umstand findet seine Erklärung leicht darin, dass eine solche glühende Metallkugel die umhüllende Luft stark positiv electrifizirt, und zwar derartig, dass jedes Lufttheilchen mit einem bestimmten Quantum positiver Electricität behaftet die Kugel verlässt. Die Luft, auch in weiter Entfernung von der Kugel, wird daher mit positiven Lufttheilchen durchmischt, auf welche nun von Seiten des negativ electrischen Körpers eine lebhafte auswählende Anziehung ausgeübt wird. Bei der grossen Beweglichkeit der Lufttheilchen äussert sich diese Anziehung noch auf beträchtliche Entfernungen hin. Ist nun der negativ-electrische Körper nicht mit einer stetigen Electricitätsquelle in Verbindung, welche den durch den Anprall der positiven Lufttheilchen entstehenden Electricitätsverlust deckt, so wird eine mehr oder weniger schnelle Entladung des Conductors erfolgen.

Wird die glühende Kugel dem Conductor nahe gebracht, so wird, falls der letztere nicht mit einer stetigen Electricitätsquelle in Verbindung steht, auch hier bei positiver Electrification des Conductors eine sofortige Entladung erfolgen müssen. Es ist nämlich zu berücksichtigen, dass das Potential des Metallconductors in Praxi stets ein bei weitem höheres sein wird, als das, welches sich auf der glühenden Kugel durch die Reibung der Luft entwickelt. Bringt man daher den Paquelin'schen Brenner zu nahe, so überwiegt die Influenz seitens des Conductors die electromotorische Kraft zwischen Luft und glühendem Platin. Die abfliegenden Lufttheilchen verhalten sich alsdann genau wie die Tropfen des Thomson'schen Tropfensammlers; sie verlassen die Kugel behaftet mit einer Electricität, welche der des Conductors entgegengesetzt ist. Dazu kommt noch, dass erhitzter

Luft auch ein wirkliches Leitungsvermögen zukommt, sodass der Conductor durch die umhüllende, erhitzte Luftschicht auch leitend mit der Erde in Verbindung gesetzt wird. Eine glühende Kugel wirkt demnach in der Nähe gerade so, wie eine zur Erde abgeleitete Flamme.¹⁾

Es schien uns nun ferner von Interesse, das Verhalten stetiger Electricitätsquellen in der heissen, die Kugel des Paquelin'schen Brenners umhüllenden Luftschicht zu prüfen. Zu dem Ende wurden die Messingkugeln *A* und *B* eines Henley'schen Ausladers in eine solche Lage zu der glühenden Kugel *C* gebracht, dass sie derselben in horizontaler Richtung möglichst nahe standen. Beide Kugeln waren mit den Polen einer isolirt aufgestellten galvanischen Batterie von zwei, resp. neun Elementen verbunden. Der Paquelin'sche Brenner war zur Erde abgeleitet; die Pole der Batterie konnten je nach Bedürfniss mit dem einen Quadrantenpaar eines Thomson'schen Electrometers in Verbindung gebracht werden, dessen anderes Quadrantenpaar ständig zur Erde abgeleitet war.

Es ist hier zunächst einer Fehlerquelle zu gedenken die die ganze Erscheinung der unipolaren Leitung trüben kann. Ist nämlich die Stellung der Kugeln *A* und *B* zu *C* unsymmetrisch, so wird die Gasschicht zu beiden Seiten von *C* verschiedenen Widerstand haben; mithin werden hierdurch Erscheinungen bewirkt werden können, welche von wirklicher Unipolarität nicht zu unterscheiden sind. Nehmen wir z. B. an, *A* sei positiv, *B* negativ, und die Entfernung zwischen *A* und *C* grösser als zwischen *B* und *C*, so wird auch der Widerstand zwischen *A* und *C* grösser sein, als zwischen *B* und *C*; es muss also eine Anhäufung positiver Electricität auf *A* stattfinden. Diese Fehlerquelle lässt sich aber dadurch vollständig vermeiden, dass man *A* und *B* so nahe wie möglich an *C* heranschiebt, alsdann die Pole des Elementes vertauscht und die Verbindung zum Electrometer umlegt. Ändert hierbei die Electrometernadel ihre Einstellung nicht, so ist die Stellung von *A* und *B* zu *C* symmetrisch, und die

1) Vgl. G. Wiedemann, *Electricität*. 1. p. 93. 1892.

Widerstände AC und CB sind einander gleich. Bei allen im Folgenden mitgetheilten Versuchen wurde für eine derartige Stellung der Kugeln Sorge getragen. Es ergab sich nun das nach Herwig's Theorie zu erwartende Resultat, dass die heisse Luftschicht sich umgekehrt wie das Flammeninnere verhält, also „negativ-unipolar“ ist.

Um die Frage zu entscheiden, ob Unipolarität vorliegt, ist die Kenntniss des Potentials nothwendig, auf welche das Leitersystem: Kugeln, Elemente und Leitungsdrähte durch die glühende Kugel gebracht wird; dieses Potential ist von den beobachteten Spannungen an den Polen in Abrechnung zu bringen.

Bei einem Versuche z. B. nahmen die Messingkugeln eine Spannung (K) von $+55,8$ an. An den Polen des Elementes ergab sich für den positiven Pol ($+P$) die Spannung $+148,1$, an dem negativen Pol ($-P$) die Spannung $+54,1$. Subtrahirt man von beiden Werthen K , so berechnet sich die Spannung am positiven Pole zu $+92,3$, am negativen zu $-1,7$. Am positiven Pole tritt fast die ganze electromotorische Kraft der Elemente auf, während am negativen Pole nur ein kleiner Rest der Spannung ($-1,7$) verbleibt. Die Differenz $+92,3 - (-1,7)$ liefert $94,0$, die electromotorische Kraft der Batterie, welche durch eine directe Messung zu $95,6$ bestimmt wurde. Dass beide Werthe etwas voneinander abweichen, hat darin seinen Grund, dass es schwer ist, die Kugel des Brenners auf ganz gleichem Glühzustand zu erhalten. Die Erhitzung derselben wurde stets soweit getrieben, bis das Maximum der electromotorischen Kraft eintrat; alsdann gab die Differenz $+P - (-P)$ stets sehr nahe die electromotorische Kraft der Batterie.

In der folgenden Tabelle geben wir eine Reihe von Beobachtungen, aus welchen das negativ-unipolare Verhalten erhitzter Luft mit voller Evidenz zu Tage tritt.

Die zwischen 92 und 96 liegenden, in der letzten Columne verzeichneten Ablenkungen rühren von zwei constanten, die zwischen 279 und 288 liegenden Ablenkungen von 9 inconstanten Cu-Zn-Elementen her; die electromotorische

Kraft eines solchen Elementes betrug ca. 32; die eines Normaldaniell 34.

| Nr. | Freie Spannung auf den Messingkugeln (ohne Batterie) K | Beobachtete Spannung | | Reducirte Spannung ($\pm P - K$) | | E. K. der Batterie |
|-----|---|----------------------|-------|------------------------------------|---------|--------------------|
| | | am $+ P$ | $- P$ | am $+ P$ | $- P$ | |
| 1 | +55,8 | +148,1 | +54,1 | + 92,3 | -1,7 | 95,6 |
| 2 | +48,0 | +127,0 | +84,5 | + 84,0 | -8,5 | 95,6 |
| 3 | +37,0 | +127,0 | +35,0 | + 90,0 | -2,0 | 95,6 |
| 4 | +57,0 | +146,0 | +50,0 | + 89,0 | -7,0 | 94,0 |
| 5 | +54,0 | +140,0 | +50,0 | + 86,0 | -4,0 | 92,0 |
| 6 | +54,0 | +139,0 | +48,0 | + 85,0 | -6,0 | 92,0 |
| 7 | +60,0 | +332 | +52 | +272 | -8 | 288 |
| 8 | +56 | +339 | +56 | +283 | ± 0 | 288,0 |
| 9 | +50 | +332,8 | +50,2 | +272,8 | -0,2 | 279,0 |

Besonders interessant erscheinen uns die mit grösseren electromotorischen Kräften angestellten Versuche; auch hier zeigt sich am negativen Pole stets nur eine sehr geringe, in manchen Fällen (vgl. Nr. 8 und 9) auch gar keine Spannung, sodass also die an der glühenden Kugel entwickelte Electricität genügt, die Spannung an dem negativen Pole einer Batterie von ca. 8,5 Daniell auf Null zu reduciren.

Auch der Umstand sei noch erwähnt, dass die Spannung an den Polen eine etwas gleichmässigere wird, sobald man die Platinkugel auf Gelbgluth erhitzt. Hierdurch wird offenbar der Widerstand AC und BC bedeutend verringert, und auch der positive Pol verliert einen kleinen Theil seiner Ladung. Natürlich muss alsdann um den gleichen Betrag die Spannung am negativen Pole steigen. Immer bleibt aber die Erscheinung der Unipolarität, in welchem Glühzustande sich auch die Kugel befinden mag, als solche bestehen.

Es liegt auf der Hand, dass die hier vertretene Anschauungsweise sich ohne Schwierigkeit auf das Innere der Flamme übertragen lässt. Nur hat man zu bedenken, dass man es in diesem Falle mit einem Mittel von wesentlich

negativ-electrischem Charakter zu thun hat; in Folge davon kehrt sich die Erscheinung der Unipolarität um: es bleibt jetzt eine geringe Spannung am positiven Pol, während fast die volle Spannung des Elementes am negativen Pole zu Tage tritt.

In einer späteren Entgegnung¹⁾ auf einige von Braun²⁾ erhobene Bedenken betont Herwig, dass die Prüfung seiner in Bezug auf die unipolare Leitungsfähigkeit der Flammengase entwickelten Anschauungen einfache Versuche erfordere. Die hier mitgetheilten entsprechen dieser Anforderung vollkommen und dürften deshalb eine wesentliche Stütze der Herwig'schen Theorie bilden. Zugleich liegt in ihnen auch eine gewisse Erweiterung derselben, denn es ergibt sich als unmittelbare Folgerung, dass jedes erhitzte Gas positiv oder negativ unipolar ist, je nachdem die Theilchen desselben oder auch in demselben suspendirte Körper mit negativer oder positiver Electricität behaftet sind.

Der Vorgang der unipolaren Leitung ist in den Flammen demnach folgender:

1) Leuchtende Flammen sind erfüllt von einer grossen Menge in heller Weissgluth befindlicher Kohlenpartikelchen, die gegen das umgebende Gas dauernd negativ electricisch sind. Tauchen also zwei entgegengesetzt geladene Electroden in die Flamme ein, so weichen diese negativ-electrischen Körper der negativen Electrode vermöge electrostatischer Abstossung aus, gerathen dagegen vorzugsweise in Contact mit der positiven Electrode und neutralisiren die auf ihr befindliche Ladung. Dabei geben sie aber ihre Electricität nicht dauernd ab, sondern gewinnen das Potential, das sie durch Berührung mit der Electrode verloren, vermöge der zwischen heissen Gasen und glühenden, festen Körpern wirkenden electromotorischen Kraft, sofort wieder. Es darf also der Vorgang nicht so gedacht werden, als ob ein und dasselbe Theilchen innerhalb der Flamme sich von der

1) Herwig, Wied. Ann. 4. p. 460. 1878.

2) Braun, Wied. Ann. 3. p. 436. 1878.

positiven zur negativen Electrode hin bewege, eine Auffassung, welche Braun¹⁾ zu den von ihm gegen Herwig's Theorie vorgebrachten Bedenken Anlass gegeben zu haben scheint.

2) Bei nichtleuchtenden Flammen ist die Erklärung der unipolaren Leitungsfähigkeit mit etwas grösseren Schwierigkeiten verknüpft, insofern, als man entweder annehmen muss, dass auch sie immer noch eine genügende Anzahl fester, glühender Partikelchen enthalten, oder dass die heissen, glühenden Gastheilchen sich gegen die weniger heissen ebenso verhalten, wie glühende, feste Körper gegen umgebende Gase, eine Vermuthung, die wir schon früher als wahrscheinlich ausgesprochen haben.

Wolfenbüttel, im Juni 1885.

II. *Ueber neuere Thermosäulen;* *von H. Kayser.*

In neuerer Zeit hat sich die Aufmerksamkeit wieder mehr auf die Benutzung der Thermosäulen gelenkt, und es sind daran Verbesserungen angebracht worden, durch welche eine häufigere Benutzung derselben wohl empfehlenswerth erscheint.

Ich habe daher einzelne solcher Säulen auf ihre Leistungsfähigkeit untersucht, indem ich bei verschiedenem Gasverbrauch die electromotorische Kraft und den inneren Widerstand bestimmte. Ersteres geschah nach der du Bois-Rey-

1) Bezüglich der von Braun l. c. p. 445 angeführten Versuche E. Becquerel's (Ann. de chim et de phys. (3) 39. p. 355. 1853) möchten wir bemerken, dass jeder in einem Gase glühende Körper eine stetige Quelle negativer Electricität bildet, die, falls der Körper zur Erde abgeleitet ist, in dem Leitungsdrahte einen continuirlichen electrischen Strom erregt. Dieser Umstand ist von Becquerel nicht berücksichtigt worden; schon aus diesem Grunde dürften seine Versuche, selbst wenn man von dem von Herwig gerügten Mangel an Einfachheit absieht, nicht einwurfsfrei sein.

mond'schen Methode durch Vergleichung mit einem sehr constanten Daniell'schen Elemente nach v. Helmholtz' Construction; der Widerstand wurde nach der Wheatstone'schen Brückenmethode mit Wechselströmen und Telephon bestimmt.

Zuerst untersuchte ich eine ältere Noë'sche Säule mit 132 Elementen; es ergab sich:

| g | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 |
|-----|-----|------|------|------|------|------|------|
| e | 2 | 3,9 | 4,8 | 6,3 | 6,9 | 7,5 | 8 |
| w | — | 13,5 | 13,0 | 12,6 | 12,3 | 11,8 | 11,3 |

Der Gasverbrauch g ist in Litern pro Stunde, die electromotorische Kraft e in Volt, der Widerstand w in Ohm angegeben. Im kalten Zustand betrug der Widerstand etwa 10,7 Ohm. Es zeigt sich also, dass bei steigender Temperatur der Widerstand erst zunimmt, dann wieder abnimmt.

Die Noë'schen Säulen sind in letzter Zeit dadurch wesentlich verbessert worden, dass die Drähte, welche bisher die Stäbe aus Wismuthlegirung verbanden, durch breitere Metallbänder ersetzt worden sind; es ist dadurch der innere Widerstand der Elemente erheblich verringert, ihre Haltbarkeit erhöht worden. Dieselben sind unter dem Namen der Noë-Rebiceck'schen Säulen im Handel¹⁾, in der bekannten sternförmigen Anordnung.

Mir standen zwei solche ganz neue Säulen zur Verfügung mit 20, resp. 25 Thermoelementen. Nach Entzünden der Gasflamme steigt die electromotorische Kraft rasch, um dann wieder etwas abzunehmen, weil sich allmählich auch die von der Flamme entfernten Löthstellen erwärmen.

Nach 10 bis 15 Minuten wird die electromotorische Kraft constant und bleibt dies, wie es scheint, unbegrenzt lange, soweit die äusseren Bedingungen, nämlich Gasdruck, Zimmertemperatur u. s. w. unverändert blieben. Darin liegt ein wesentlicher Vorzug vor den galvanischen Elementen. Mit wachsendem Gasverbrauch wächst die electromotorische Kraft allmählich immer langsamer.

1) Zu beziehen durch Lisser und Beneke, Berlin, Inselstr.

Es fanden sich für die beiden Säulen folgende Tabellen:

Sternsäule von 20 Elementen.

| | | | | | | | | | | |
|-----|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| g | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 |
| e | 0 | 0,34 | 0,64 | 0,93 | 1,21 | 1,48 | 1,76 | 1,81 | 1,87 | 1,92 |

Sternsäule von 25 Elementen.

| | | | | | | | | | | | |
|-----|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| g | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| e | 0 | 0,28 | 0,54 | 0,80 | 1,07 | 1,31 | 1,52 | 1,70 | 1,85 | 1,96 | 2,06 |

Es erreichen und überschreiten also beide Säulen die electromotorische Kraft eines Bunsen'schen Elementes. Die kleine Säule zeigt sich der grösseren überlegen; erst bei 90 l per Stunde wird sie durch dieselbe überholt.

Es wurde nun auch der Widerstand der Säulen bestimmt, und zwar zunächst der grösseren Säule. Dabei traten eigenthümliche Erscheinungen auf. Während nämlich bei zunehmendem Gasverbrauch der Widerstand anfangs steigt, so erreicht er bei etwa $g = 60$ ein Maximum, um dann wieder ganz bedeutend abzunehmen. Weiter aber zeigte sich, dass der Widerstand überhaupt variabel ist auch für gleiches g , und noch von Bedingungen abhängen muss, deren Auf- findung mir nicht gelungen ist.

Die erste mit der neuen Säule ausgeführte Bestimmung ergab, dass der Widerstand von 0,897 Ohm bei $g = 0$ wuchs bis 1,152 Ohm, dann abnahm bis 0,831 Ohm bei $g = 90$. Bei jeder folgenden Bestimmung wurde der Widerstand kleiner; so ergab die vierte Beobachtungsreihe, dass der Widerstand von 0,637 Ohm bei $g = 0$ wuchs bis 0,831 Ohm bei $g = 62$, dann bis 0,779 Ohm bei $g = 100$ abnahm. Es waren dies die bei dem betreffenden Gasverbrauch kleinsten erhaltenen Werthe. Bei den folgenden Bestimmungen war der Widerstand etwas grösser und schwankte um folgende Werthe:

Widerstand der Säule von 25 Elementen.

| | | | | | | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| g | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 |
| w | 0,861 | 0,699 | 0,727 | 0,774 | 0,812 | 0,840 | 0,868 | 0,859 | 0,840 | 0,812 | 0,774 | 0,746 |

Noch weit auffallender gestaltet sich der Verlauf der Widerstandsänderung bei der kleineren Säule, was folgende Tabelle zeigt.

Widerstand der Säule von 20 Elementen.

| g | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| w | 1,029 | 1,114 | 1,180 | 1,171 | 1,057 | 0,944 | 0,859 | 0,793 | 0,755 | 0,717 |

Die sehr starke Abnahme des Widerstandes dieser Säule bringt ein eigenthümliches Resultat hervor. Berechnet man e/wg für verschiedene g , so bedeutet dies die Intensität des Stromes bei widerstandslosem Schluss des Elementes, berechnet pro Liter Gas. Diese Grösse sollte mit wachsendem g abnehmen, da die Wärmeabgabe an die äussere Luft immer grösser wird, immer mehr Wärme verloren geht. Bei der grösseren Säule nimmt in der That e/wg dauernd ab von 0,0405 bei $g = 10$ bis 0,0266 bei $g = 100$. Bei der kleinen Säule dagegen sind die Zahlen:

| g | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\frac{e}{wg}$ | 0,0305 | 0,0271 | 0,0265 | 0,0286 | 0,0314 | 0,0341 | 0,0326 | 0,0309 | 0,0286 |

Bei $g = 60$ wird also das Gas am besten ausgenutzt. Beide Säulen sind der alten Noë'schen wesentlich überlegen, da für diese e/wg etwa $= 0,002$ ist.

Ich habe ferner eine Säule nach Clamond'scher Construction, wie sie von Koch in Eisleben geliefert wird, untersucht. Für dieselbe ergab sich:

| g | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 350 |
|-----|------|-----|------|------|------|------|
| e | 0,5 | 2,8 | 3,8 | 5,0 | 5,6 | 6,1 |
| w | 2,95 | 3,8 | 3,56 | 3,75 | 3,93 | 4,07 |

Es findet hier eine dauernde Zunahme des Widerstandes mit steigendem Gasverbrauch statt, obgleich auch hier Wismuthlegirung benutzt wird. Es ist hier $e/wg = 0,005$, also sie ist auch nicht so leistungsfähig, wie die Noë-Bicek'schen Säulen.

Da die Thermosäulen zweifellos viel bequemer sind, als die galvanischen Elemente, so fragt sich noch, ob sie etwa eine viel theurere Stromquelle sind. Eine Vergleichung mit Bunsen'schen Elementen zeigt, dass gerade in den Fällen, wo diese besonders unbequem sind, nämlich bei geringem äusseren Widerstand, wo sie rasch erschöpft sind, und viel Dämpfe entwickeln, die Thermosäulen einen entweder billigeren oder doch nur unbedeutend theureren Strom liefern.

Schliesslich wäre noch zu erwähnen, dass sowohl die Noë-Rebicek'schen als auch die Clamond'schen Säulen in grösserem Modell geliefert werden, sowohl mit mehr Elementen, als mit geringerem Widerstand.

Ausser diesen Formen existirt noch eine Säule von Lautensack in Wien, die, aus 120 Elementen bestehend, eine electromotorische Kraft von 6 Volt, einen Widerstand von 3 Ohm haben soll. Eine solche Säule ist mir indess nicht zugänglich gewesen.

Berlin, Juni 1885.

III. *Ueber galvanische Trockenelemente und deren Anwendung zu electrometrischen und galvanometrischen Messungen; von W. v. Beetz.*

(Aus den Sitzungsber. d. k. Bayr. Acad. vom 2. Mai 1885 mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

(Hierzu Taf. I Fig. 1.)

Vor mehr als Jahresfrist habe ich den Vorschlag gemacht, für electrometrische Messungen galvanische Elemente in Anwendung zu bringen, deren Leitungsflüssigkeit an einen festen Körper gebunden ist.¹⁾ Als solche Elemente empfehlen sich besonders trockene Daniellelemente, bestehend aus U-förmig gebogenen Glasröhren, die zur einen Hälfte mit einem mit Kupfervitriollösung, zur anderen mit einem mit Zinkvitriollösung angerührten Gypsbrei gefüllt waren; vor

1) W. v. Beetz, Wied. Ann. 22. p. 402. 1884.

dem Erstarren wurde in den erstgenannten Brei ein Kupferdraht, in den letztgenannten ein Zinkdraht gesteckt, und end wurden die Oberflächen der beiden Gypspasten mit Paraffin übergossen. Ich habe solche Elemente als Normalelemente für electrometrische Messungen empfohlen, dann aber auch aus ähnlichen, aus geraden Röhren construirten Elementen Säulen zusammengesetzt, welche zur Ladung von Quadranten-electrometern an Stelle der sonst angewandten Wasserbatterien dienen sollen. Nachdem ich nun mit den Normalelementen 15 Monate, mit den Ladungsbatterien ein Jahr lang gearbeitet habe, erlaube ich mir, die mit denselben gemachten Erfahrungen bekannt zu geben.¹⁾

Ich muss zunächst die Bemerkung vorausschicken, dass ich in meiner früheren Mittheilung den Werth der electromotorischen Kraft meiner Elemente durch Vergleich mit Zinkkupferelementen bestimmt habe, welche nach der Vorschrift von Kittler²⁾ aus concentrirter Kupfervitriollösung und concentrirter Zinkvitriollösung, reinem Kupfer und reinem amalgamirten Zink hergestellt waren, und deren beide Flüssigkeiten durch ein mit Zinkvitriollösung gefülltes Heberrohr mit capillaren Endöffnungen untereinander verbunden waren. Die electromotorische Kraft solcher Elemente fand Kittler = 1,059 Volt, und zwar durch Vergleich derselben mit einem Latimer-Clarkelemente, dessen electromotorische Kraft nach vorläufiger Annahme = 1,457 Volt festgestellt war. Nun hat einerseits Lord Rayleigh³⁾ seit jener Zeit einen genauer bestimmten Werth dieser Kraft angegeben, nämlich 1,434 Volt; andererseits ist das von mir als Ausgangspunkt benutzte Daniellelement mit Zinkvitriollösung nicht identisch mit dem von Kittler untersuchten. Ich finde immer höhere Werthe für dasselbe, und auch Hr. Kittler theilte mir mit, dass ihm spätere Messungen stets höhere

1) Der Gedanke, die Flüssigkeiten in den Elementen zu fixiren, ist neuerdings wiederholentlich aufgetaucht, namentlich bei den Etalonelementen von Crova und Garbe (*Journ. de phys.* (2) 3. p. 299. 1885) und in den Elementen von Onimus (*Compt. rend.* 98. p. 1577. 1885.)

2) Kittler, *Wied. Ann.* 17. p. 865. 1882.

3) Lord Rayleigh, *Proc. Lond. Roy. Soc.* 1884. p. 146.

Werthe geliefert haben. Ich habe mich übrigens früher selbst überzeugt, dass das Verhältniss der electromotorischen Kräfte der beiden mit Schwefelsäure und Zinkvitriollösung gefüllten Daniellelemente, welche Hr. Kittler damals in meinem Laboratorium untersuchte, in der That so gross war, wie es angegeben worden ist; der Zinkvitriol, mit welchem spätere Versuche gemacht worden sind, enthält also vielleicht Spuren freier Säure, ich habe stets käuflichen, sogenannten chemisch reinen Vitriol angewandt und mit dessen concentrirter Lösung die electromotorische Kraft bis zu 1,06 Volt (statt 1,042 Volt) erhalten. Carhart¹⁾ erhielt (nach der Compensationsmethode) sogar keine niederen Werthe als 1,111 Volt. Um alle Unsicherheit zu vermeiden, habe ich in gegenwärtiger Mittheilung stets die electromotorische Kraft des Normaldaniell, welches verdünnte Schwefelsäure enthält, als Ausgangspunkt gewählt. Auf die von Lord Rayleigh angegebene electromotorische Kraft des Latimer-Clark-Elementes bezogen, ergibt sich die dieses Normalelementes mit Benutzung des sowohl von Kittler, als von v. Ettingshausen²⁾ angegebenen Verhältnisses = 1,175 Volt. Aus Gründen, welche weiter unten entwickelt werden, habe ich statt dieses Werthes für meine Vergleichen den wenig abweichenden 1,177 Volt (zwischen 16 und 20° gemessen) zu Grunde gelegt.

In meinen ältesten Trockenelementen, bezeichnet mit Nr. 1 bis 3 (Gruppe I), war der Zinkdraht nicht amalgamirt, um ihn nicht zu brüchig zu machen. In allen später angefertigten ist der Draht mit Schellack überzogen; nur die Spitze ist metallisch gelassen und amalgamirt. Die Zink- und Kupfervitriollösungen waren bei gewöhnlicher Temperatur concentrirt in den Elementen von Nr. 4 bis 16 (Gruppe II), dagegen mit einem halben Volumen Wasser verdünnt in den Elementen von Nr. 17 bis 23 (Gruppe III). Die Lösungen für die Elemente Nr. 24 bis 30 (Gruppe IV) waren im Sieden concentrirt, und den für die Elemente Nr. 31 bis 39

1) Carhart, Sill. Journ. (3) 28. p. 374. 1884.

2) v. Ettingshausen, Zeitschr. f. Electrotechn. 5. p. 10. 1884.

(Gruppe V) verwandten, im Sieden gesättigten Lösungen war noch ein Ueberschuss von pulverisirtem Salze zugesetzt. Endlich war in allen Elementen von Nr. 15 an der grösste Theil des U-förmigen Rohres mit gewöhnlichem, mit Wasser angerührtem Gypsbrei gefüllt, während nur die oberen etwa 4 cm langen Enden mit dem mit den Vitriollösungen angerührtem Gypsbrei angefüllt wurden. Mit diesen verschiedenen Gruppen von Elementen wurden zu verschiedenen Zeiten Messungen angestellt, um die in denselben etwa vorgegangenen Veränderungen kennen zu lernen. Ich werde im Folgenden aus jeder Gruppe nur die an einigen ihrer Repräsentanten gemachten Erfahrungen mittheilen, wozu ich vorzugsweise solche Elemente auswähle, mit denen zwischen den einzelnen Messungen mannigfaltige Versuche mit Stromschlüssen ausgeführt worden waren.

| | | 24. Febr. 1884 | 13. Mai 1884 | 29. Juni 1884 | 20. Sept. 1884 | 22. Jan. 1885 | 9. März 1885 | 8. April 1885 |
|-----|----|-------------------|-----------------|------------------|-------------------|------------------|-----------------|------------------|
| I | 1 | 1,047 | — | 1,045 | 1,049 | — | 1,050 | 1,045 |
| | 2 | 1,045 | — | 1,043 | 1,044 | — | 1,048 | 1,044 |
| II | 4 | — | 1,059 | — | 1,054 | 1,055 | 1,056 | 1,050 |
| | 8 | — | 1,057 | 1,055 | 1,054 | 1,058 | 1,055 | 1,054 |
| III | 19 | — | — | 1,066 | 1,068 | 1,067 | 1,064 | 1,069 |
| | 21 | — | — | 1,068 | 1,068 | 1,068 | 1,069 | 1,068 |
| IV | 26 | — | — | — | — | 1,062 | 1,064 | 1,062 |
| | 28 | — | — | — | — | 1,064 | 1,065 | 1,062 |
| V | 36 | — | — | — | — | 1,060 | 1,060 | 1,060 |
| | 39 | — | — | — | — | 1,061 | 1,061 | 1,063 |

Aus der vorstehenden Tabelle ist Folgendes ersichtlich: Die geringste electromotorische Kraft haben die Elemente mit nicht amalgamirtem Zink (I), die grösste die mit verdünnten Vitriollösungen (III). An Haltbarkeit verdient kaum eins der Elemente den Vorzug vor dem anderen. Die vorkommenden Schwankungen hängen von der Zeit ab, während welcher die Elemente vor der Messung geruht hatten, soweit sie nicht in die Grenzen der Beobachtungsfehler fallen. Ich glaube deshalb, auch jetzt noch die trockenen Daniell-elemente als Normalelemente für electrometrische Messungen empfehlen zu dürfen, namentlich da dieselben, wie ich früher gezeigt habe, eine von Temperaturschwankungen sehr wenig

beeinflusste electromotorische Kraft besitzen. Immerhin wird es für jedes ein für allemal fest zusammengesetztes Element zweckmässig sein, wenn es von Zeit zu Zeit der Controle durch Vergleich mit einem frisch zusammengesetzten Normaldaniell unterworfen wird.

Nicht so gut sind die Erfahrungen, welche ich über die Haltbarkeit der aus trockenen Daniellelementen zusammengesetzten Säulen zur Ladung der Electrometer gemacht habe, wenigstens so lange diese Säulen die von mir vorgeschlagene Form hatten, wie dieselbe in meiner ersten Mittheilung abgebildet ist. Die Elemente waren sehr kurz (8 cm) und wurden zu je 12 an den beiden letzten Zink- und Kupferdrähten aufgehängt. Zuerst hatten alle Reihen fast genau gleiche Potentialdifferenzen, allmählich sank dieselbe in der einen oder anderen Reihe ziemlich plötzlich, während sie in der Mehrzahl der Reihen ganz constant blieb. Als Grund dieser Erscheinung ergab sich die Lockerung der Drähte im Gypsgusse; durch Eindrücken derselben konnte die Potentialdifferenz wieder gehoben werden, wenn auch nicht ganz auf die alte Höhe. Diesen schädlichen Einfluss habe ich vollkommen entfernt, indem ich die Elemente nicht mehr aufhängen, sondern die Glasröhren, bevor sie gefüllt werden, in ihrer Mitte zwischen je zwei mit Paraffin bedeckte Holzleisten einbetten lasse. Alles Hin- und Herbiegen der Drähte ist dadurch unmöglich gemacht. Die zwölf Leistenpaare werden dann einander parallel in einen Rahmen eingeschoben und die Enddrähte durch Klemmschrauben untereinander verbunden. Die so hergestellten Säulen haben bisher keine Veränderung gezeigt und können jetzt ohne Gefahr transportirt werden.

Die Anordnung, dass der grösste Theil der U-förmigen Röhren meiner Normalelemente mit gewöhnlichem Wassergyps angefüllt wurde, ist zunächst getroffen worden, um den Widerstand derselben zu vergrössern, dann aber auch, um das Diffundiren der Kupfervitriollösung in die Zinkvitriollösung zu verhindern; eine solche Diffusion findet nämlich trotz des Erstarrens der Gypsmassen noch lange statt, und ich befürchtete ein schliessliches Uebertreten des Kupfer-

vitriols bis an die Zinkdrähte. Aber auch wenn der Wassergypsguss vollständig ausgetrocknet ist, bevor die mit den Vitriollösungen angerührten Breimassen aufgegossen werden, findet ein Eindringen in den trockenen Gyps statt und wird dadurch der Widerstand mehr und mehr verringert. Das Eindringen ist hier ein capillares, und um ihm sobald als möglich ein Ende zu machen, habe ich in den Gruppen IV und V Lösungen angewandt, aus denen die Salze bei der Abkühlung auskrystallisiren. Die Erstarrung besteht also hier nicht nur in der Wasserbindung durch den Gyps, sondern ausserdem noch im Krystallisationsvorgange. Diese Anordnung, welche mir die vortheilhafteste zu sein scheint, habe ich jetzt auch auf Herstellung der Ladungssäulen angewandt. Jedes Element derselben hat eine Länge von 10 cm und enthält in seiner Mitte auf die Länge von 5 cm Wassergyps.

Ausser den trockenen Daniellelementen habe ich versucht, Trockenelemente mit Zink- und Silberdrähten herzustellen. An die Stelle des mit Kupfervitriollösung angerührten Gypsbreies brachte ich einen Gyps, dem fein vertheiltes Chlorsilber beigemengt war, und der dann mit Wasser angerührt wurde; in den erstarrenden Brei wurde ein Draht von chemisch reinem Silber gesteckt. Da Chlorsilberelemente so vielfach in Anwendung gekommen sind, hoffte ich auch von trockenen Chlorsilberelementen einen guten Erfolg, wurde aber durchaus enttäuscht. Die electromotorische Kraft des Elementes war nicht höher als 1,094 Volt, verminderte sich beim Schliessen des Elementes schnell und erholte sich nach dem Oeffnen nicht vollständig. Dagegen erhielt ich ein sehr gutes Resultat, wenn ich den Gyps mit einer concentrirten oder noch besser mit einer in der Siedhitze übersättigten Silbernitratlösung angerührt hatte. Die electromotorische Kraft solcher Elemente wurde = 1,52 Volt gefunden und hat, obwohl während eines Vierteljahres sehr viel mit den Elementen experimentirt ist und dieselben sehr oft und sehr lange geschlossen worden sind, bis heute immer wieder denselben Werth angenommen.

Ueber die Wirkung kürzeren oder längeren Schliessens

auf die electromotorische Kraft der Trockenelemente kann nur wiederholt werden, was in meiner ersten Mittheilung gesagt ist: wenn nach aufgehobenem Schlusse am Electrometer die Potentialdifferenz gemessen wird, so zeigt sie sich wenig verringert, nach tagelangem Schlusse vielleicht um 1 bis höchstens 2 Proc.; nach längerer Oeffnung stellt sich die alte electromotorische vollkommen wieder her. Aber der Werth, der da gemessen worden, ist nicht derjenige, bis zu welchem die Potentialdifferenz während des Schlusses hinabgesunken war, weil während der kurzen Zeit, welche die Messung in Anspruch nimmt, das Element sich schon beträchtlich erholt. Ueber jenen Minimalwerth können nur gleichzeitige galvanometrische und electrometrische Messungen Aufschluss geben.

Zu den galvanometrischen Messungen bediente ich mich eines Wiedemann'schen Spiegelgalvanometers von Sauerwald, von dem gewöhnlich nur eine Multiplicatorrolle, und diese bis an das Ende des Schlittens hinausgeschoben, benutzt wurde. Als Widerstandsmaass diente ein Siemenscher Stöpselrheostat, nach Q.-E. getheilt, und die Widerstände 1000, 2000, 2000, 5000 und neunmal 10000 Q.-E. enthaltend. Die Widerstände wurden mit einem neuen Etalon der Siemenseinheit (Nr. 3183) verglichen, und, wo ihre Uebersetzung in Ohm nöthig war, wurde die Definition 1 Ohm = 1,06 Q.-E. zu Grunde gelegt.

Der innere Widerstand eines Elementes kann nach der Ohm'schen Methode nur dann gemessen werden, wenn bei Einschaltung äusserer Widerstände von verschiedenem Betrage sich die electromotorische Kraft nicht merklich ändert. Wenn also drei verschiedene Widerstände (w) nacheinander eingeschaltet werden, so müssen die aus je zwei Beobachtungen der Stromstärke (i) berechneten inneren Widerstände gleichen Werth haben. Ich führe einige Beispiele solcher Widerstandsmessungen an; der gefundene Widerstand ist natürlich gleich dem des Elementes (R) plus dem des Multiplicators (g).

| Element Nr. 4. | | | Element Nr. 29. | | |
|----------------|-------|---------|-----------------|--------|---------|
| w | i | $R + g$ | w | i | $R + g$ |
| 50000 | 231 } | 16030 | 10000 | 717 } | 136 080 |
| 10000 | 586 } | 16070 | 5000 | 909 } | 136 200 |
| 1000 | 895 } | | 0 | 1243 } | |

Um derartig übereinstimmende Resultate zu erhalten, muss man für vollständige Temperaturconstanz der Elemente Sorge tragen, denn deren innerer Widerstand nimmt mit steigender Temperatur sehr rasch ab. Ich habe das zu untersuchende Element jedesmal einige Stunden vor der Messung in ein Futteral von dickem Filz gesteckt, das dann noch von einem Mantel von weicher Baumwolle umgeben wurde. Die Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur ist aus folgendem Beispiel ersichtlich:

Das Element Nr. 29 wurde in Eiswasser bis auf $1,5^{\circ}$ abgekühlt; sein Widerstand betrug (nach Abzug des Galvanometerwiderstandes $g = 5427$ Q.-E.) bei dieser Temperatur 232 300 Q.-E. Bei 20° wurde derselbe = 132 900 Q.-E. gefunden. Diese Abnahme des Widerstandes ergibt den Temperaturcoefficienten 0,040 für einen Grad Temperaturdifferenz, d. h. genau denselben, der aus meinen Angaben über das Leitungsvermögen der Zinkvitriollösung¹⁾ für die concentrirteste Lösung folgt.

Dass selbst während eines Stromschlusses, der weit längere Zeit dauert, als zur Vornahme der Messungen erforderlich ist, eine Veränderung der electromotorischen Kraft nicht mehr eintritt, geht aus den folgenden Messungen hervor, welche gleichzeitig am Galvanometer (i) und am Electrometer (a) ausgeführt wurden. Mit einem jeden der eingeschalteten Widerstände blieb das Element 6 Minuten lang geschlossen. Am Anfange und am Ende dieser Zeit wurden Galvanometer und Electrometer abgelesen. Die Galvanometerablesung ist jedesmal das arithmetische Mittel aus einer rechts- und einer linksseitigen Ablesung, die gemacht wurden, um den Einfluss einer Verschiebung des Nullpunktes zu eliminiren.

1) Beetz, Pogg. Ann. 117. p. 22. 1862.

Kupferelement Nr. 36.

| Zeit | w | i | a |
|--------------------|---------|--------|-----|
| 5 ^h 20' | 100 000 | 720,0 | 522 |
| 5 26 | | 720,0 | 522 |
| 5 28 | 70 000 | 898,5 | 458 |
| 5 34 | | 895,0 | 458 |
| 5 35 | 40 000 | 1181,0 | 354 |
| 5 41 | | 1181,5 | 354 |

Silberelement Nr. 41.

| Zeit | w | i | a |
|--------------------|---------|--------|-----|
| 5 ^h 58' | 100 000 | 978,5 | 704 |
| 6 04 | | 978,5 | 704 |
| 6 07 | 70 000 | 1193,0 | 611 |
| 6 13 | | 1194,0 | 611 |
| 6 14 | 40 000 | 1541,0 | 461 |
| 6 20 | | 1542,0 | 461 |

Aus den galvanometrischen Ablesungen ergeben sich die Widerstände der Elemente (d. h. $R + g$):

Nr. 36 53429 58717 Q.-E. im Mittel 58537 Q.-E.

Nr. 41 63052 68026 Q.-E. im Mittel 63089 Q.-E.

Mit diesen Daten ist es nun leicht, diejenige electromotorische Kraft, welche ein Element während des Stromschlusses hatte (e), zu ermitteln, und zwar ausgedrückt in Theilen der Electrometerscala, welche vorher zur Messung der Potentialdifferenz a gedient hat, denn es verhält sich:

$$e : a = R + g + w : g + w.$$

Berechnet man mit Hülfe dieser Proportion die Werthe von e aus den oben gegebenen Werthen von a , $R + g$, und dem Multiplicatorwiderstande $g = 2427$ Q.-E., so erhält man für:

Nr. 36 $e = 782$ 781 781

Nr. 41 $e = 1121$ 1122 1120

während die Elemente vor Anstellung der Messungen am Electrometer die Ausschläge:

794 und 1147

unmittelbar nach Beendigung derselben die Ausschläge:

787 und 1145

gegeben hatten. Kann man also die electromotorische Kraft, welche ein Element während der Messung hat, nach absolutem Maasse bestimmen, so weiss man auch die electromotorische Kraft, welche das offene, ungeschwächte Element besitzt.

Die Aichung des Galvanometers behufs absoluter Strommessung geschah auf folgendem Wege: Der durch zwei grosse Daniellelemente erregte Strom durchlief ein Silber-

voltameter in der von mir angegebenen Gestalt¹⁾, dann einen Neusilberdraht von bekanntem Widerstande r . Von den Enden dieses Drahtes gingen die Zuleitungsdrähte des Galvanometers aus. Der Strom wurde eine Stunde lang unterhalten; während dieser Zeit wurden alle 5 Minuten die Galvanometerausschläge im einen und im anderen Sinne gemessen; aus den dreizehn so erhaltenen Mittelwerthen, welche voneinander sehr wenig abwichen, wurde das Hauptmittel i genommen. Aus dem Gewichte des im Voltameter während der gleichen Zeit niedergeschlagenen Silbers wurde die Stromstärke J im Hauptstrome mit Zugrundelegung der von F. und W. Kohlrausch²⁾ gegebenen Werthe in Ampère ausgedrückt. Der durch das Galvanometer gehende Zweigstrom hat dann eine Stärke:

$$J_g = J \cdot \frac{r}{r + g + w},$$

wenn w einen in die Galvanometerleitung eingeschalteten Widerstand bezeichnet. Ich gebe im Folgenden die Zahlen eines solchen Aichversuches:

$$r = 940,6 \text{ Ohm}, \quad g = 2289,8 \text{ Ohm},$$

$$w = 28218,6 \text{ Ohm},$$

$$\text{Silberniederschlag in 1 Stunde } 0,0875 \text{ g.}$$

$$J = 0,02173 \text{ Ampère.}$$

$$\frac{r}{r + g + w} = 0,02991.$$

$$J_g = 0,000\,649\,9 \text{ Ampère.}$$

$$\text{Mittlerer Galvanometerausschlag } 1366,4.$$

Es wurden nun wieder die beiden Elemente Nr. 36 und 41 wie früher gleichzeitig galvanometrisch und electrometrisch gemessen; die beobachteten Werthe waren bei:

1) v. Beetz, Grundzüge der Electricitätslehre. Stuttgart 1878. p. 57. Ich habe für die Aichungen stets kleine Stromstärken angewandt, bei denen die Angaben des Silbervoltameters vollkommen zuverlässig sind. Bei 0,1 Ampère erhielt ich durch das Silbervoltameter und durch das Kupfervoltameter genau äquivalente Zahlen.

2) F. u. W. Kohlrausch, Sitzungsber. d. phys.-med. Ges. zu Würzburg. 1884.

| Nr. 36. | | | Nr. 41. | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <i>w</i> | <i>i</i> | <i>a</i> | <i>w</i> | <i>i</i> | <i>a</i> |
| 10000 | 750,0 | 310 | 10000 | 1298,0 | 513 |
| 30000 | 457,5 | 495 | 30000 | 731,5 | 755 |
| 80000 | 288,5 | 600 | 60000 | 442,5 | 879 |
| 0 | 1098,5 | 089 | | | |

Hieraus folgen die Widerstände ($R + g$) von:

| | | | | |
|--------|-------|-------|-------------|----------------------|
| Nr. 36 | 21282 | 21260 | 21370 Q.-E. | im Mittel 20110 Ohm, |
| Nr. 41 | 15825 | 15929 | — Q.-E. | im Mittel 14936 Ohm, |

also diesmal (am 19. April) weit kleiner, als früher (am 12. Februar), weil die Vitriollösungen eine Strecke weit in den trockenen Gyps eingedrungen und ausserdem die Temperaturen sehr verschieden waren.

Aus den beobachteten Potentialdifferenzen berechnen sich die electromotorischen Kräfte von:

| | | | | | |
|--------|------|------|------|-----|-----------------|
| Nr. 36 | 783 | 784 | 782 | 784 | im Mittel 783 |
| Nr. 41 | 1068 | 1068 | 1068 | — | im Mittel 1068, |

während andererseits beobachtet wurde die electromotorische Kraft der Elemente:

| | Nr. 36 | Nr. 41 |
|-------------------|--------|--------|
| vor dem Schlusse | 791 | 1083 |
| nach der Oeffnung | 790 | 1082. |

In absolutem Maasse finden sich dann die electromotorischen Kräfte der geschlossenen Elemente, wenn man auch i in Ampère ausdrückt, nämlich für die Ablenkung:

$$i = 0,000\,5226 \text{ Amp.} \quad i = 0,000\,6175 \text{ Amp.}$$

und dann i mit den zugehörigen Widerständen:

(20110 + 0) Ohm und (14936 + 9406) Ohm multiplicirt. Hiernach entsprechen den Angaben des Electrometers die electromotorischen Kräfte:

| | Nr. 36 | Nr. 41 |
|-------------------------|------------|------------|
| bei geschlossenem Strom | 1,050 Volt | 1,508 Volt |
| bei offener Kette . . . | 1,060 | 1,524 |

Das Verhältniss der electromotorischen Kraft des Elementes Nr. 36 zu der eines mit Schwefelsäure gefüllten Normal-Daniellelementes fand ich auf electrometrischem

Wege = 1:1,111; die Kraft des Normal-Daniellelementes ist danach gleich:

1,177 Volt,

während dieselbe aus den oben erwähnten Angaben von Kittler, v. Ettingshausen und Lord Rayleigh = 1,175 Volt gefunden wurde. Durch eine zweite Aichung wurde die electromotorische Kraft des offenen Elementes Nr. 21 = 1,068 gefunden, dann das Verhältniss des Elementes Nr. 21 zum Normal-Daniellelement = 1:1,102, also wiederum die electromotorische Kraft des Normal-Daniell gleich:

1,177 Volt.

Eine dritte Aichung ergab die electromotorische Kraft des offenen Elementes Nr. 22 = 1,069: das Verhältniss derselben zu der des Normal-Daniell war = 1:1,100, also die electromotorische Kraft des letzteren gleich:

1,176 Volt.

Ich habe deshalb meinen electrometrischen Messungen ein Normal-Daniell von der electromotorischen Kraft 1,177 Volt (bei 18°) zu Grunde gelegt.

Hr. Prof. Forster in Bern regte bei mir eine die Trockenelemente betreffende Frage an: ob dieselben nicht für electrotherapeutische Zwecke verwendbar seien, indem man mit einer Trockensäule einen Condensator laden und durch schnell hintereinander folgende Ladungen und Entladungen ganz bestimmt definirte Electricitätsmengen dem Körper zuführen könnte. Gewiss wäre eine solche Anwendung von unschätzbarem Werthe, und ich unternahm hoffnungsvoll die fraglichen Versuche. Als ich einen Condensator von der Capacität 1 Mikrofard (von der société anonyme de câbles zu Cortaillod) mit der ganzen 144 paarigen Säule geladen hatte und ihn dann durch meinen Körper entlud, erhielt ich eine kräftige Erschütterung. Als ich aber die Ladung und Entladung durch ein Paar Unterbrechungsräder, wie sie Buff¹⁾ zu seinen Inductionsversuchen angewandt hat, und welche ungefähr 16 Schliessungen in der

1) Buff, Pogg. Ann. 127. p. 57. 1866.

Secunde lieferten, vollzog, war wenig von den Erschütterungen wahrzunehmen. Ich vermuthete sogleich, dass die Ladung, welche die Säule lieferte, zu langsam vor sich gehe, war aber doch, als ich messende Versuche anstellte, von der Langsamkeit dieser Ladungen überrascht. Ich lud mittelst meines Electrometerschlüssels¹⁾ einen Condensator von bestimmter Capacität durch eine gegebene Anzahl von Elementen eine gemessene Zeit lang und entlud ihn dann durch Umliegen des Schlüssels durch das Galvanometer. Ich theile in den folgenden Tabellen die am Galvanometer abgelesenen Ausschläge α mit, während die Ladungszeit in Secunden mit t , die Capacität in Mikrofarad mit x bezeichnet ist:

24 Elemente.

| $x = 0,1$ | | $x = 0,5$ | | $x = 1$ | |
|-----------|----------|-----------|----------|---------|----------|
| t | α | t | α | t | α |
| 0,3 | 31 | 0,3 | 112 | 0,3 | 135 |
| 0,5 | 32 | 0,5 | 132 | 0,5 | 160 |
| 1 | 34 | 1 | 151 | 1 | 210 |
| 2 | 34 | 2 | 163 | 2 | 310 |
| 6 | 34 | 3 | 169 | 3 | 320 |
| — | — | 6 | 169 | 4 | 325 |
| — | — | — | — | 5 | 328 |
| — | — | — | — | 6 | 330 |
| — | — | — | — | 10 | 330 |

72 Elemente.

| $x = 0,1$ | | $x = 0,5$ | | $x = 1$ | |
|-----------|----------|-----------|----------|---------|----------|
| t | α | t | α | t | α |
| 0,3 | 70 | 0,3 | 110 | 0,3 | 160 |
| 0,5 | 82 | 0,5 | 220 | 0,5 | 300 |
| 1 | 96 | 1 | 315 | 1 | 410 |
| 2 | 100 | 2 | 390 | 2 | 600 |
| 3 | 102 | 4 | 460 | 3 | 690 |
| 6 | 102 | 6 | 480 | 4 | 750 |
| — | — | 10 | 495 | 6 | 830 |
| — | — | 15 | 500 | 10 | 890 |
| — | — | 20 | 502 | 15 | 950 |
| — | — | — | — | 20 | 962 |
| — | — | — | — | 25 | 980 |
| — | — | — | — | 30 | 990 |
| — | — | — | — | 40 | 990 |

144 Elemente.

| $x = 0,1$ | | $x = 0,5$ | | $x = 1$ | |
|-----------|----------|-----------|----------|---------|----------|
| t | α | t | α | t | α |
| 0,5 | 165 | 0,5 | 300 | 0,5 | 320 |
| 1 | 180 | 1 | 460 | 1 | 570 |
| 2 | 195 | 2 | 660 | 2 | 890 |
| 3 | 200 | 3 | 740 | 3 | 1110 |
| 5 | 200 | 5 | 850 | 5 | 1300 |
| — | — | 10 | 940 | 10 | 1580 |
| — | — | 20 | 980 | 20 | 1800 |
| — | — | 30 | 1005 | 30 | 1890 |
| — | — | 50 | 1010 | 50 | 1950 |
| — | — | — | — | 100 | 1980 |
| — | — | — | — | 150 | 1990 |
| — | — | — | — | 200 | 2000 |
| — | — | — | — | 250 | 2000 |

1) v. Beetz, Wied. Ann. 10. p. 310. 1880.

In der beigegebenen Curventafel, Fig. 1, ist ein Theil dieser Werthe graphisch dargestellt, indem die Zeiten als Abscissen, die Galvanometerausschläge als Ordinaten aufgetragen sind. Des besseren Vergleiches wegen sind für die auf die Ladung und Entladung des Condensators von der Capacität 0,1 Mikrofarad bezüglichen punktirten Curven die Ordinaten nach zehnfachem Maassstabe aufgetragen, während sich die ausgezogenen Curven auf den Condensator von der Capacität 1 Mikrofarad beziehen. Je kleiner die Elementenzahl, und je kleiner die Capacität, desto plötzlich geschieht die Ladung, aber selbst bei der Capacität 0,1 Mikrofarad liefern 24 Elemente erst nach einer ganzen Secunde die volle Ladung; bei der Capacität 1 Mikrofarad wird dieselbe bei Anwendung von 144 Elementen erst nach 200 Secunden erreicht. Von einem Laden und Entladen, das sich in Zeitintervallen von $\frac{1}{16}$ Secunde vollziehen soll, kann demnach kein Vortheil erwartet werden, wenn so grosse Widerstände ins Spiel kommen, wie die meiner Trockenbatterie. So lieferten denn die Unterbrechungsräder bei Anwendung von 24 Elementen und des Condensators von 0,1 Mikrofarad am Galvanometer einen beständigen Ausschlag 125, während durch einmalige Ladung und Entladung im Maximum nur 34 erhalten worden waren, dagegen gaben die 144 Elemente mit Benutzung des Condensators von 1 Mikrofarad nur den Ausschlag 200, während der Maximalausschlag bei einmaliger Ladung und Entladung 2000 gewesen war. Eine Anwendung für electrotherapeutische Zwecke dürften demnach die Trockenelemente nicht erfahren.

**IV. Ueber den electrischen Widerstand des Kupfers
bei den höchsten Kältegraden;
von Sigmund von Wroblewski.**

(Aus dem 92. Bde. der Wien. Ber., Sitzung vom 11. Juni 1885, mitgetheilt vom Hrn. Verfasser.)

(Hierzu Taf. I Fig. 2.)

Noch im Jahre 1858 machte Clausius¹⁾ bei der Betrachtung der Versuche von Arndtsen²⁾ über den Leitungswiderstand der Metalle bei verschiedenen Temperaturen die Bemerkung, dass die hier auftretenden Temperaturcoefficienten dem Ausdehnungcoefficienten permanenter Gase nahe liegen. Vernachlässigt man das beim Eisen vorkommende quadratische Glied, und nimmt man aus den sämtlichen ersten Coefficienten das Mittel, so erhält man für den Leitungswiderstand w_θ bei der Temperatur θ , verglichen mit dem Leitungswiderstand w_0 beim Gefrierpunkte, die Formel:

$$w_\theta = w_0 (1 + 0,00366 \cdot \theta),$$

woraus folgen würde, dass der Leitungswiderstand der einfachen Metalle im festen Zustande nahe proportional der absoluten Temperatur wäre. Wäre man also im Stande, die Versuchstemperatur bis zu dem absoluten Nullpunkt zu erniedrigen, so würde man den electrischen Widerstand der Metalle auf Null reduciren können. Mit anderen Worten müssten die Metalle bei -273° C. eine unendlich grosse Leitungsfähigkeit für Electricität besitzen.

Ogleich die nachherigen Bestimmungen von Matthiessen und v. Bose³⁾ die Einfachheit dieses Zusammenhanges zwischen der absoluten Temperatur und dem electrischen Widerstande unwahrscheinlich machten, so schien mir die Bemerkung von Clausius interessant und wichtig genug, um einer experimentellen Prüfung unterworfen zu werden.

1) Clausius, Pogg. Ann. 104. p. 650. 1858.

2) Arndtsen, Pogg. Ann. 104. p. 1. 1858.

3) Matthiessen u. v. Bose, Pogg. Ann. 115. p. 391. 1862.

Ich habe mich deshalb entschlossen, vorläufig den Widerstand des Kupfers bis zu dem Temperaturminimum zu untersuchen, welches mit Hülfe des flüssigen Stickstoffs erreicht werden kann.

Der benutzte Kupferdraht hatte 0,04 mm im Durchmesser und wurde mit einer doppelten Lage von weisser Seide umspinnen. Auf die Reinheit hin habe ich ihn nicht geprüft. Die Fabrik aber, bei welcher er bestellt war, garantierte 98procentige Leitungsfähigkeit.

Die Messungen geschahen nach der bekannten Wheatstone-Kirchhoff'schen Methode mit dem Gleitdraht. Zur Ermittlung der Widerstände diente ein Siemens'scher Widerstandskasten. Als Versuchstemperaturen wurden die folgenden gewählt:

1. Siedetemperatur des Wassers;
2. gewöhnliche Zimmertemperatur (etwa $+21$ bis $+26^{\circ}\text{C.}$);
3. Schmelztemperatur des Eises;
4. Siedetemperatur des Aethylens unter dem atmosphärischen Druck (-103°C.);
5. kritische Temperatur des Stickstoffs (etwa -146°C.);
6. Siedetemperatur des Stickstoffs unter dem atmosphärischen Druck (-193°C.), und
7. eine nur unweit von der Erstarrungstemperatur des Stickstoffs (-203°C.) entfernte Temperatur (also -200 bis -202°C.).

Ich konnte keine Zwischentemperaturen nehmen, da das Galvanometer, mit welchem ich die Temperaturen messe, diesmal zur Wheatstone'schen Brücke verwendet wurde.

Zu den Versuchen im flüssigen Stickstoff diente mein Apparat, welchen ich ausführlich in der Abhandlung „über den Gebrauch des siedenden Sauerstoffs, Stickstoffs, Kohlenoxyds, sowie der atmosphärischen Luft als Kältemittel“ beschrieben habe.¹⁾ Die Figur 2 gibt nur denjenigen Theil dieses Apparates wieder, welcher zum Verständniss der Methode nothwendig ist.

1) v. Wroblewski, Wien. Ber. 91, p. 667—711. 1885. Auch im Auszuge Wied. Ann. 25. p. 371. 1885.

Durch den Deckel *u* des Apparates wurden zwei vollständig isolirte Kupferdrähte von 0,9 mm Dicke in den Apparat hineingeführt und unten so lang gelassen, dass ihre Enden *aa* etwa 3 cm weit von dem Boden des in die Glasröhre *r* hineingelegten Reagensgläschen *r'* sich befanden.

Nachdem man sich von der vollständigen Isolation der beiden Drähte von dem Deckel *u* durch galvanometrische Messungen überzeugt hatte, wurde der flüssige Stickstoff auf electrische Leitungsfähigkeit untersucht. Zu diesem Zwecke wurde dieses Gas so verflüssigt, dass beide Kupferdrähte in die Flüssigkeit eintauchten. Der flüssige Stickstoff erwies sich als ein Isolator.¹⁾

Dann wurde das zu untersuchende Stück des Kupferdrahtes auf ein sehr dünnes Glasröhrchen von 7 mm Länge und 3,5 mm im Durchmesser zu einer Rolle *b* aufgewickelt, mit Seidenfaden zusammengebunden und mit beiden Enden an die Kupferdrähte *aa* angelöthet. Da die Messbrücke mehrere Meter weit von dem Verflüssigungsapparat entfernt war, so betrug der Widerstand sämmtlicher Zuleitungsdrähte bis zur Stelle, wo die Rolle angelöthet wurde — je nach der gewählten Dicke der Drähte — von 0,3 bis 0,274 S.-E. Der zu bestimmende Widerstand der Rolle wurde immer durch Vergleichung mit drei verschiedenen Widerständen ermittelt. Die Bestimmungen bei 0° geschahen auf die Weise, dass die Rolle in eiskaltem Aether sich befand. Zur Erzeugung der niedrigsten Temperatur wurde der Stickstoff soweit verdampft, dass seine Spannkraft nur 10 bis 6 cm Quecksilberdruck betrug.

In den nachfolgenden Tabellen bedeutet:

θ die Temperatur;

w den Widerstand der Rolle in Siemens'schen Einheiten;

α den nach der Formel:

$$\alpha = \frac{w_{\theta} - w_{\theta'}}{w_0 (\theta - \theta')}$$

berechneten Coëfficienten, wo w_0 den Widerstand bei 0° C. und w_{θ} und $w_{\theta'}$ Widerstände bei zwei nächstliegenden Temperaturen θ und θ' bedeuten.

1) Der flüssige Sauerstoff ist ebenfalls ein Isolator.

Rolle Nr. I.
Drahtlänge etwa 45 cm.

| θ | w | α |
|----------|-------|-----------|
| +100° C. | 5,174 | — |
| + 21,4 | 3,934 | 0,004 365 |
| ± 0 | 3,614 | 0,004 136 |
| —103 | 2,073 | 0,004 14 |
| —146 | 1,360 | 0,004 588 |
| —193 | 0,580 | 0,004 592 |
| —200 | 0,414 | 0,006 562 |

Rolle Nr. II.
Nicht viel verschiedene Drahtlänge.

| θ | w | α |
|----------|--------|-----------|
| +100° C. | 5,26 | — |
| ± 0 | 3,687 | 0,004 266 |
| —103 | 2,131 | 0,004 097 |
| —146 | 1,427 | 0,004 441 |
| —193 | 0,6055 | 0,004 741 |

Rolle Nr. III.

Ein über 2 m langer Draht. Die Rolle ist an zwei 2 mm dicke Kupferdrähte angelöthet.

| θ | w | α |
|-------------|--------|-----------|
| + 23,75° C. | 19,251 | — |
| ± 0 | 17,559 | 0,004 057 |
| —103 | 9,848 | 0,004 263 |
| —146 | 6,749 | 0,004 104 |
| —193 | 2,731 | 0,004 869 |
| —201 | 1,651 | 0,007 688 |

Dieselbe Rolle angelöthet an Kupferdrähte von 0,9 mm Dicke.

| θ | w | α |
|----------|--------|-----------|
| + 25° C. | 19,262 | — |
| ± 0 | 17,489 | 0,004 056 |
| —103 | 9,769 | 0,004 286 |
| —146 | 6,738 | 0,004 030 |
| —193 | 2,754 | 0,004 847 |
| —201 | 1,655 | 0,007 855 |

Diese Zahlen stellen die Mittelwerthe von mehreren Beobachtungsreihen dar. Eine dauernde Aenderung des Widerstandes in der Rolle durch Abkühlung auf -200° C. konnte ich nicht bemerken.

Vergleicht man diese Zahlen, so sieht man, dass der electrische Widerstand des Kupfers viel schneller als die absolute Temperatur sinkt und bei der Temperatur, die unweit von denjenigen Temperaturen liegt, welche man durch Verdampfen des flüssigen Stickstoffs erreicht, sich der Null

nähert. Trägt man die Resultate graphisch auf, so sieht man, dass dieses Ereigniss noch lange vor dem Erreichen des absoluten Nullpunktes eintreten muss.

Ich bin weit davon entfernt, zu behaupten, den ganzen Kälteeffect, den man aus den verflüssigten Gasen ziehen kann, bereits realisirt zu haben, und ich halte deshalb nicht für unwahrscheinlich, dass wir — besonders wenn es einmal gelingen sollte, den Wasserstoff im Zustande einer statischen Flüssigkeit in grösseren Quantitäten zu haben¹⁾ — im Stande sein werden, im Kupfer einen Leiter von unendlich kleinem electricischen Widerstande zu bekommen.

Ein solcher Leiter hätte ganz merkwürdige Eigenschaften. Die Electricität würde sich in ihm ohne Wärmeentwicklung fortbewegen, und der Nutzeffect bei der electricischen Kraftübertragung in einem solchen Leiter würde sich der Eins nähern. Obgleich hiervon vorerst keine praktischen Resultate erzielt werden könnten, so ist es nichtsdestoweniger wichtig, zu constatiren, dass die obigen Andeutungen nicht dem Gebiete der Phantasie angehören und mit den Mitteln, welche uns die Verflüssigung der Gase in die Hand gelegt hat, realisirbar sind.²⁾

Phys. Inst. d. Univ. Krakau.

V. Ueber die electricische Leitungsfähigkeit des absoluten Alkohols; von Emanuel Pfeiffer.

(Aus den Sitzungsber. der k. bair. Acad. vom 5. Mai 1885 mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Im Anschluss an eine vor kurzem in diesen Annalen erschienene Arbeit über die electricische Leitungsfähigkeit von Mischungen aus Alkohol und Wasser³⁾ wurde ich auf eine

1) Ueber den gegenwärtigen Zustand der Verflüssigungsfrage des Wasserstoffs siehe meine Notiz in *Compt. rend.* 100. p. 981—982. 1885.

2) Aus *Compt. rend.* vom 11. Mai d. J. (100. p. 1188—1191) ersehe ich, dass Caillietet und Bouty neulich den electricischen Widerstand des Kupfers bei niedrigen Temperaturen gemessen haben. Sie waren aber nicht im Stande, eine niedrigere Temperatur als -123° C. herzustellen.

3) Pfeiffer, *Wied. Ann.* 25. p. 232. 1885.

genauere Untersuchung der Frage nach dem diesbezüglichen Verhalten von möglichst reinem, absoluten Alkohol selbst geführt. Die Flüssigkeiten wurden in demselben Widerstandsgefäss untersucht, welches ich in der eben citirten Arbeit¹⁾ ausführlich beschrieben habe, und das eine Widerstandscapacität:

$$K = 0,000\ 000\ 330\ 3$$

besitzt.

Die Ermittlung der Widerstände geschah, wie in meiner noch früheren Arbeit über die electriche Leitungsfähigkeit des kohlensauren Wassers²⁾ genauer ausgeführt ist, nach der Kohlrausch'schen Methode mittelst Sinusinductor und Electrodynamometer.

Was Literaturangaben über obiges Thema anlangt, so sind dieselben ziemlich spärlich. Neben einer Anzahl von unbestimmten, allgemeinen und theilweise unrichtigen Angaben sind nur die Bemerkungen von F. Kohlrausch über diesen Gegenstand von Bedeutung. Derselbe findet³⁾ die electriche Leitungsfähigkeit von käuflichem, sogenanntem absoluten Alkohol schwankend zwischen 1,8 und 2,0. (Auch hier sind die für die Leitungsfähigkeiten angegebenen Zahlen mit 10^{-10} zu multipliciren, um sie auf die Leitungsfähigkeit des Hg = 1 zu reduciren.) Wurde derselbe in der bekannten Weise über gebranntem Kalk destillirt, um den Rest von Wasser zu entfernen, so erhielt er Werthe der Leitungsfähigkeit, die zwischen 0,3 und 0,5 schwankten.

Auch bei meinen Versuchen ging ich von käuflichem absoluten Alkohol aus, der nach einer specifischen Gewichtsbestimmung noch 0,72 Proc. Wasser enthielt und bei Zimmertemperatur die Leitungsfähigkeit 2,4 besass. Um reinen absoluten Alkohol zu gewinnen, wurde eine Portion von ca. 3 l mit gebranntem Kalk einige Tage in einem Glaskolben stehen gelassen, dann mit Rückflusskühler einige Stunden in diesem gekocht, und dann eine langsame und regelmässige Destillation mit Glaskühler und Glasvorlage unter sorgfältigem Abschluss der atmosphärischen Feuchtigkeit eingeleitet.

1) l. c. p. 233.

2) Pfeiffer, Wied. Ann. 23. p. 625. 1884.

3) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. Ergbd. 8. p. 12. 1876.

Um die Lösungen aus der grossen Flasche, in der sie aufbewahrt wurden, in das Widerstandsgefäss zu leiten, ohne dieselben mit der atmosphärischen Luft in Verbindung zu bringen, wurden sie durch Glasröhren, die mittelst Korkstöpseln luftdicht in die Gefässe eingesetzt werden konnten, aus einem Gefässe ins andere mit Hülfe einer Art Wasserpumpe hinübergesaugt.

Indem ich nach diesen einleitenden Bemerkungen zur Angabe der erzielten Resultate schreite, will ich zunächst erwähnen, dass bei den ersten Destillationen der Werth der Leitungsfähigkeit des erhaltenen Destillates in der That innerhalb der von Kohlrausch gegebenen Grenzen schwankte. Nun wurden aber die auf diese Weise erhaltenen Producte immer wieder von neuem nach demselben Verfahren destillirt, und es zeigte sich dabei bald, dass die Leitungsfähigkeiten tiefer und tiefer sanken.

In den weiter unten folgenden Tabellen sind für einige der reinsten von mir erhaltenen Lösungen die Zahlenwerthe angegeben.

Es stellte sich bald heraus, dass der reine Alkohol mit reinem Wasser die Eigenschaft theilt, dass durch ganz geringfügige Verunreinigungen die Leitungsfähigkeit stark beeinflusst wird. Durch blosses Stehenlassen in dem völlig reinen und seit mehr als $\frac{1}{2}$ Jahr nur ganz reines Wasser und eben solchen Alkohol enthaltenden Gefäss ändert sich die Leitungsfähigkeit des ganz reinen Alkohols nahe zu sehends. Da ich auch Temperaturcoefficienten der Lösungen bestimmte, so musste ich wegen der geraumen Zeit, die verstreicht, bis das Gefäss eine gewünschte Temperatur angenommen hat, obiger Zunahme des Leitungsvermögens Rechnung tragen, und deshalb sind auch diese Zunahmen mit der Zeit in den folgenden Tabellen mit angeführt.

Was nun die nachfolgenden Tabellen anlangt, so ist in ihnen eine kleine Zahl der von mir gemachten Versuchsreihen zusammengestellt.

Die erste Columnne λ enthält die Leitungsfähigkeiten der Lösungen, die zweite und dritte die Temperatur derselben im Moment der Widerstandsbestimmung. In Betreff der

Temperaturbestimmung ist zu bemerken, dass das Widerstandsgefäss in einem mit Wasser gefüllten Glas stand, das selbst wieder in ein grosses Wasserbad eingesetzt wurde, um die Temperatur recht sicher zu ermitteln, und um die Temperaturänderungen meines Gefässes recht allmählich zu vollziehen.

Es wurden nur zwei verschiedene Temperaturen in Anwendung gebracht, nämlich die jeweilige Zimmertemperatur t und eine höhere t_1 von ca. 30° , welche mittelst eines von den Schwankungen des Barometerstandes unabhängigen Thermostaten erzielt wurde und während beliebig langer Zeit im Maximum um $0,2^\circ$ schwankte.

Die vierte und fünfte Columne enthalten die Zeit der Bestimmung nach Tag und Stunde.

Um den Temperaturcoefficienten einer Lösung zu erhalten, genügt nicht die directe Vergleichung zweier aufeinander folgender Bestimmungen bei den Temperaturen t und t_1 , da die Veränderung der Leitungsfähigkeit eine Resultirende aus zwei Ursachen ist, nämlich aus dem Einfluss der Temperatur und dem des blossen Stehenbleibens während einer bestimmten Zeit. Um den ersteren, der bestimmt werden soll, von letzterem loszuschälen, verfuhr ich folgendermassen. Bei der Temperatur t wurden zwei, um eine gemessene Zeit voneinander abstehende Messungen gemacht, und aus der Differenz der Leitungsfähigkeiten die Zunahme derselben pro Stunde für die Temperatur t berechnet. Diese Zahlen sind in der Columne $\Delta_h(t)$ enthalten. Sodann wurde das Widerstandsgefäss in das Bad mit der hohen Temperatur t_1 eingesetzt und, nachdem diese Temperatur vom Gefäss angenommen war, auch bei t_1 zwei analoge Bestimmungen gemacht, die die Zunahme der Leitungsfähigkeit pro Stunde bei der Temperatur t_1 ergaben; diese sind unter der Bezeichnung $\Delta_h(t_1)$ eingetragen. Das arithmetische Mittel aus zwei solchen aufeinander folgenden Werthen ergab mit der nöthigen Annäherung die Zunahme der Leitungsfähigkeit pro Stunde beim Uebergang der Temperatur von t auf t_1 , und mit Hülfe dieser letzten Zahl konnte dem Theil der Aenderung der Leitungsfähigkeit bei der Temperaturzunahme, der von dem Einfluss

der Zeit herrührte, in leicht ersichtlicher Weise Rechnung getragen werden.

In der Columnne Δ_t sind die Zunahmen der Leitungsfähigkeit pro Grad zusammengestellt, wie sie sich nach Anwendung der eben erwähnten Correction ergaben.

Die zwei nächsten Verticalreihen enthalten Temperaturcoëfficienten. In der ersteren sind unter Δ_t/λ_{18} die Zunahmen pro Grad im Verhältnisse zur Leitungsfähigkeit bei 18° zu verstehen.

Um auch einen Vergleich mit den bei den Metallen auftretenden Grössen des Temperatureinflusses zu ermöglichen, bei denen die Temperaturcoëfficienten meist auf die Leitungsfähigkeit λ_0 bei 0° bezogen werden, sind diese Werthe für meine Lösungen unter Δ_t/λ_0 zusammengestellt.

Zunächst gehe ich zur Angabe einiger von mir erlangter Zahlen über und will hierbei nur die nöthigsten Bemerkungen machen, indem ich mir die Discussion der Resultate auf später verspare. Jede Tabelle enthält immer die Untersuchung je einer Füllung des Widerstandsgefässes.

In Tab. I sind die Zahlen für einen Alkohol enthalten, der gleich nach Beendigung der Destillation aus der grossen Flasche, in der er aufbewahrt wurde, ins Widerstandsgefäss eingefüllt wurde.

Wie aus folgender Tabelle ersichtlich ist, trat zwischen dem 4. und 28. Tage der Beobachtung eine lange Pause ein, während deren das Widerstandsgefäss fest verschlossen bei Zimmertemperatur aufbewahrt wurde.

Aber auch die grosse Flasche, aus der obige Probe gleich nach Beendigung der Destillation entnommen war, wurde während derselben Zeit unter den gleichen Bedingungen aufbewahrt. Nach obiger Versuchsreihe wurde die Lösung ausgegossen und frischer Alkohol aus der nahe fünf Wochen lang gestandenen grossen Flasche (und zwar von derselben Destillation wie der erste) eingefüllt. Die Resultate dieser zweiten Beobachtungsreihe sind in Tab. II zusammengestellt.

Tabelle I.
(1. Destillat, 1. Portion).

| λ | t | t_1 | Zeit | | $\Delta_h(t)$ | $\Delta_h(t_1)$ | $10^5 \cdot \Delta_t$ | $10^5 \cdot \frac{\Delta_t}{\lambda_{18}}$ | $10^5 \cdot \frac{\Delta_t}{\lambda_0}$ | | | |
|-----------|------|-------|------|--------|---------------|-----------------|-----------------------|--|---|--|--|--|
| | | | Tag | Stunde | | | | | | | | |
| | | | | h | | | | | | | | |
| 0,1925 | 15,5 | — | 1. | 9 43 | 0,0031 | | —197 | —1028 | —867 | | | |
| 0,1958 | 15,9 | — | 1. | 10 47 | | | | | | | | |
| 0,1745 | — | 28,5 | 1. | 12 0 | | | | | | | | |
| 0,1844 | — | 28,7 | 1. | 3 32 | 0,0028 | | —199 | —0958 | —817 | | | |
| 0,2124 | 15,7 | — | 1. | 5 2 | | | | | | | | |
| 0,2124 | 15,8 | — | 1. | 6 15 | | | | | | | | |
| 0,1914 | — | 28,4 | 1. | 6 55 | 0,0000 | | —174 | —0834 | —725 | | | |
| 0,2259 | — | 28,3 | 2. | 8 14 | | | | | | | | |
| 0,2436 | 12,0 | — | 2. | 9 58 | | | | | | | | |
| 0,2413 | 16,1 | — | 2. | 10 46 | 0,0026 | | —085 | —0357 | —835 | | | |
| 0,2420 | 16,3 | — | 2. | 12 4 | | | | | | | | |
| 0,2346 | — | 28,7 | 2. | 2 44 | | | | | | | | |
| 0,2369 | — | 28,7 | 2. | 4 1 | 0,0018 | | —085 | —0349 | —332 | | | |
| 0,2472 | 15,8 | — | 2. | 5 16 | | | | | | | | |
| 0,2476 | 15,7 | — | 2. | 5 43 | | | | | | | | |
| 0,2416 | — | 29,0 | 2. | 6 48 | 0,0009 | | —067 | —0271 | —260 | | | |
| 0,2760 | — | 29,0 | 3. | 7 49 | | | | | | | | |
| 0,2732 | 16,1 | — | 3. | 9 0 | | | 0,0026 | +037 | +0137 | | | |
| 0,2745 | 16,5 | — | 3. | 10 35 | 0,0008 | | | | | | | |
| 0,2830 | — | 29,0 | 3. | 11 58 | | | | | | | | |
| 0,2867 | — | 29,0 | 3. | 2 17 | 0,0016 | | +054 | +0195 | — | | | |
| 0,2804 | 16,2 | — | 3. | 3 50 | | | | | | | | |
| 0,2813 | 16,1 | — | 3. | 5 31 | | | 0,0005 | +061 | +0216 | | | |
| 0,2933 | — | 29,5 | 3. | 6 37 | 0,0005 | | | | | | | |
| 0,3238 | — | 29,5 | 4. | 7 30 | | | | | | | | |
| 0,3041 | 16,0 | — | 4. | 9 0 | 0,0024 | | +078 | +0277 | — | | | |
| 0,3056 | 15,9 | — | 4. | 10 32 | | | | | | | | |
| 0,4191 | 14,3 | — | 28. | 4 41 | | | 0,0010 | +166 | +0536 | | | |
| 0,4196 | 14,4 | — | 28. | 5 33 | 0,0005 | | | | | | | |
| 0,5171 | — | 30,3 | 28. | 6 48 | | | | | | | | |
| 0,5406 | — | 31,3 | 29. | 7 37 | 0,0014 | | +606 | +1380 | — | | | |
| 0,4439 | 16,1 | — | 29. | 9 20 | | | | | | | | |
| 0,4455 | 16,2 | — | 29. | 11 24 | | | 0,0008 | | | | | |
| 0,5355 | — | 30,0 | 29. | 12 15 | 0,0010 | | | +655 | +1430 | | | |
| 0,5385 | — | 30,2 | 29. | 3 16 | | 0,0010 | | | | | | |
| 0,4421 | 15,1 | — | 29. | 4 44 | | | | | | | | |
| 0,4498 | 15,4 | — | 30. | 7 43 | 0,0005 | | +646 | +1410 | — | | | |
| 0,5481 | — | 30,2 | 30. | 9 6 | | | | | | | | |
| 0,5511 | — | 30,2 | 30. | 2 38 | | | 0,0005 | | | | | |
| 0,4546 | 15,3 | — | 30. | 4 16 | 0,0004 | | | +646 | +1400 | | | |
| 0,4648 | 15,9 | — | 31. | 8 32 | | | | | | | | |
| | | | | | | 0,0005 | +663 | +1410 | | | | |
| | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | 0,0005 | +651 | +1380 | | | | |
| | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | |

Tabelle II.
(1. Destillat, 2. Portion).

| λ | t | t_1 | Zeit | | $\Delta_h(t)$ | $\Delta_h(t_1)$ | $10^5 \cdot \Delta_t$ | $10^5 \cdot \frac{\Delta_t}{\lambda_{18}}$ | $\frac{\Delta_t}{\lambda_0}$ |
|-----------|------|-------|------|--------|---------------|-----------------|-----------------------|--|------------------------------|
| | | | Tag | Stunde | | | | | |
| 0,1550 | 16,1 | — | 1. | h 8 30 | 0,0018 | | +041 | +0258 | — |
| 0,1586 | 16,6 | — | 1. | 5 26 | | | | | |
| 0,1669 | — | 30,7 | 1. | 6 35 | 0,0027 | | +102 | +0523 | — |
| 0,2052 | — | 30,7 | 2. | 8 — | | | | | |
| 0,1941 | 17,2 | — | 2. | 9 49 | 0,0008 | | +125 | +0640 | — |
| 0,1945 | 17,4 | — | 2. | 11 11 | | | | | |
| 0,2125 | — | 30,8 | 2. | 12 22 | 0,0019 | | +129 | +0637 | — |
| 0,2172 | — | 30,7 | 2. | 2 52 | | | | | |
| 0,2013 | 17,0 | — | 2. | 4 17 | 0,0006 | | +154 | +0755 | — |
| 0,2026 | 17,1 | — | 2. | 6 28 | | | | | |
| 0,2247 | — | 30,7 | 2. | 7 21 | 0,0019 | | +192 | +0849 | — |
| 0,2502 | — | 30,9 | 3. | 8 26 | | | | | |
| 0,2267 | 17,0 | — | 3. | 11 36 | 0,0000 | | +234 | +1022 | — |
| 0,2272 | 17,2 | — | 3. | 2 25 | | | | | |
| 0,2624 | — | 30,9 | 3. | 5 38 | 0,0019 | | +268 | +1030 | — |
| 0,2913 | — | 30,9 | 4. | 8 45 | | | | | |
| 0,2574 | 17,0 | — | 4. | 11 47 | 0,0006 | | | | |
| 0,2591 | 17,0 | — | 4. | 2 32 | | | | | |

Nach diesen Resultaten begann ich von neuem mit Destillationen. In den folgenden drei Tabellen sind aus den Versuchsreihen, die ich für verschiedene Destillate erhielt, nur die Zahlen für ein einziges Destillat zusammengestellt, welches die tiefsten Werthe für die Leitungsfähigkeit des absoluten Alkohols ergeben hat.

Tabelle III.
(2. Destillat, 1. Portion).

| λ | t | t_1 | Zeit | | $\Delta_h(t)$ | $\Delta_h(t_1)$ | $10^5 \cdot \Delta_t$ | $10^5 \cdot \frac{\Delta_t}{\lambda_{18}}$ | $10^5 \cdot \frac{\Delta_t}{\lambda_0}$ |
|-----------|------|-------|------|--------|---------------|-----------------|-----------------------|--|---|
| | | | Tag | Stunde | | | | | |
| 0,1409 | 18,3 | — | 1. | h 1 56 | 0,0000 | 0,0040 | —873 | —569 | —517 |
| 0,1319 | — | 33,2 | 1. | 2 47 | | | | | |
| 0,1367 | — | 33,3 | 1. | 4 — | | | | | |
| 0,1530 | 18,3 | — | 1. | 5 34 | | | | | |
| 0,1530 | 18,3 | — | 1. | 6 — | 0,0028 | 0,0028 | —391 | —255 | —244 |
| 0,1491 | — | 33,4 | 1. | 7 25 | | | | | |
| 0,1844 | — | 33,4 | 2. | 7 50 | | | | | |
| 0,1860 | 17,7 | — | 2. | 8 51 | | | | | |
| 0,1864 | 17,7 | — | 2. | 9 25 | 0,0007 | | ± 000 | ± 000 | ± 000 |

Tabelle IV.
(2. Destillat, 2. Portion).

| λ | t | t_1 | Zeit | | $\Delta_h(t)$ | $\Delta_h(t_1)$ | $10^5 \cdot \Delta_t$ | $10^5 \cdot \frac{\Delta_t}{\lambda_{18}}$ | $10^5 \cdot \frac{\Delta_t}{\lambda_0}$ |
|-----------|------|-------|------|--------|---------------|-----------------|-----------------------|--|---|
| | | | Tag | Stunde | | | | | |
| 0,1528 | 17,7 | — | 2. | 10 — | 0,0042 | 0,0040 | —974 | —628 | —565 |
| 0,1553 | 17,7 | — | 2. | 10 37 | | | | | |
| 0,1434 | — | 33,3 | 2. | 11 25 | | | | | |
| 5,1459 | — | 33,4 | 2. | 12 3 | 0,0014 | | —846 | —514 | —471 |
| 0,1645 | 17,8 | — | 2. | 2 5 | | | | | |
| 0,1651 | 17,8 | — | 2. | 2 31 | | | | | |

Tabelle V.
(2. Destillat, 3. Portion).

| λ | t | t_1 | Zeit | | $\Delta_h(t)$ | $\Delta_h(t_1)$ | $10^5 \cdot \Delta_t$ | $10^5 \cdot \frac{\Delta_t}{\lambda_{18}}$ | $10^5 \cdot \frac{\Delta_t}{\lambda_0}$ |
|-----------|------|-------|------|--------|---------------|-----------------|-----------------------|--|---|
| | | | Tag | Stunde | | | | | |
| 0,1261 | 17,9 | — | 2. | 2 50 | 0,0022 | 0,0028 | —1050 | —824 | —717 |
| 0,1276 | 17,9 | — | 2. | 3 30 | | | | | |
| 0,1141 | — | 33,7 | 2. | 4 45 | | | | | |
| 0,1203 | — | 33,9 | 2. | 6 59 | 0,0003 | 0,0024 | —0916 | —670 | —598 |
| 0,1374 | 17,3 | — | 2. | 8 9 | | | | | |
| 0,1406 | 17,8 | — | 3. | 7 25 | | | | | |
| 0,1319 | — | 33,9 | 3. | 8 35 | 0,0007 | 0,0017 | —0646 | —459 | —425 |
| 0,1348 | — | 33,9 | 3. | 9 48 | | | | | |
| 0,1428 | 17,6 | — | 3. | 12 4 | | | | | |
| 0,1440 | 18,0 | — | 3. | 2 8 | 0,0003 | 0,0016 | —0270 | —189 | —183 |
| 0,1435 | — | 34,1 | 3. | 2 49 | | | | | |
| 0,1468 | — | 34,3 | 3. | 4 47 | | | | | |
| 0,1613 | — | 34,2 | 4. | 9 47 | 0,0007 | 0,0017 | —0081 | —056 | —055 |
| 0,1637 | — | 34,2 | 4. | 10 14 | | | | | |
| 0,1665 | 18,4 | — | 4. | 3 28 | | | | | |
| 0,1672 | 18,5 | — | 4. | 5 44 | 0,0003 | 0,0025 | +0089 | +053 | — |
| 0,1730 | — | 34,3 | 4. | 7 — | | | | | |
| 0,2043 | — | 34,2 | 5. | 7 10 | | | | | |
| 0,1938 | 18,4 | — | 5. | 8 42 | 0,0006 | | +0253 | +151 | — |
| 0,1950 | 18,6 | — | 5. | 10 47 | | | | | |

Beim Betrachten dieser Resultate fällt zunächst die Thatsache ins Auge, dass der reine absolute Alkohol gegen kleine Verunreinigungen in seiner electrischen Leitungsfähigkeit eine ähnliche Empfindlichkeit besitzt, wie das reine Wasser. Jede Tabelle enthält eine Versuchsreihe mit einer einzigen Füllung, die während der ganzen Dauer der Untersuchung mit einem sehr

gut schliessenden Glasstöpsel gesperrt war. Das aus den Tabellen ersichtliche Anwachsen der Leitungsfähigkeit kann im wesentlichen nur durch Auflösen der Glassubstanz von den Wänden des Widerstandsgefässes erfolgt sein, vielleicht auch durch Abgabe von Verunreinigungen von Seite der Platinelectroden. Wie sehr dieses Anwachsen von der Temperatur abhängt, ist aus den Rubriken $\Delta_h(t)$ und $\Delta_h(t_1)$ ersichtlich, die die Zunahme der Leitungsfähigkeit pro Stunde bei Zimmertemperatur und bei ca. 33° bezeichnen. Der erste Werth von $\Delta_h(t)$ in jeder Tabelle ist aussergewöhnlich gross, er erklärt sich durch die Mischung der eben eingegossenen reinen Lösung mit den an den Wänden adhären- den Resten der vorherigen bereits verunreinigten. Abgesehen von dieser ersten Zahl sind die Zahlen $\Delta_h(t)$ bedeutend, meistens ungefähr dreimal kleiner, als die Zahlen $\Delta_h(t_1)$.

Auch die zweite Erfahrung, auf die ich hier hinweisen möchte, erläutere ich am besten an der Hand der Tabellen.

Tabelle I enthält die Zahlen für eine Lösung, die unmittelbar nach Vollendung einer Destillation ins Widerstandsgefäss eingefüllt worden war. Während der 31tägigen Beobachtungsdauer war die Leitungsfähigkeit von 0,1925 auf 0,4648 gestiegen. Die grosse Masse derselben Destillation war in der als Vorlage dienenden grossen Flasche aufbewahrt worden. Es wurde nun eine Probe dieses letzten Alkohols untersucht. In Anbetracht des Umstandes, dass die erste Probe im Widerstandsgefäss mit einer im Verhältniss zu ihrer Masse ungleich grösseren Glasfläche in Berührung gewesen und theilweise Temperaturen über 30° ausgesetzt gewesen war, erwartete ich bei der zweiten Probe eine bedeutend kleinere Steigerung der ursprünglichen Leitungsfähigkeit. Ein Blick auf Tabelle II, welche die Resultate wiedergibt, zeigt, dass die Leitungsfähigkeit während der fünfwochentlichen Aufbewahrung im grossen Gefäss von 0,1925 auf 0,1550 gesunken war. Um den Grund dieser auffallenden Erscheinung nachzuweisen, habe ich die Tabellen III, IV und V angefügt, welche die Resultate mit den drei verschiedenen Proben eines einzigen Destillates waren. Die

erste Probe (Tabelle III) zeigt einen ähnlichen Verlauf der Erscheinungen, wie Tabelle I, sie wurde zwei Tage untersucht. Sodann wurden am zweiten Tage (seit der Bereitung des Destillates waren zwei Tage verflossen) rasch nacheinander zwei Füllungen untersucht. Bis zur ersteren von beiden war die grosse Aufbewahrungsflasche ruhig stehen geblieben; vor der letzten Füllung des Widerstandsgefässes wurde dieselbe längere Zeit aufs heftigste geschüttelt, um den Alkohol mit der mit ihm eingeschlossenen, vollkommen trockenen atmosphärischen Luft zu sättigen. Der Unterschied zwischen dem noch annähernd luftfreien Alkohol im ersten und dem mit Luft gesättigten im zweiten Fall zeigt sich in Tabelle IV und V. Während bei Zimmertemperatur im ersten Fall die Leitungsfähigkeit 0,1528 betrug, war sie im zweiten auf 0,1261 herabgesunken, und damit ist gezeigt, dass die Leitungsfähigkeit des reinen Alkohols durch Absorption von Luft beträchtlich abnimmt.

Hiermit erklärt sich auch die oben berührte eigenthümliche Erscheinung, dass nach fünfwöchentlicher Aufbewahrung in der grossen Flasche die Leitungsfähigkeit des Alkohols gesunken war. Denn die letztere stieg wegen Aufnahme von Verunreinigungen und fiel wegen allmählicher Absorption von Luft. Infolge grosser Reinheit der Glasflächen oder grosser Beständigkeit der Glassorte war aber die erstere Einwirkung gering und überwog die letztere.

Schon vor Jahren habe ich eine analoge Erscheinung beim Durchleiten eines Luftstromes durch reines Wasser gefunden, dessen Leitungsfähigkeit dadurch ebenfalls sank. Doch konnte ich damals wegen nicht ausreichender Hilfsmittel die Erscheinung nicht sicher constatiren. Es wäre also möglich, dass obiger Satz nicht auf den absoluten Alkohol allein stimmt, sondern allgemeinere Gültigkeit besitzt.

Ein bestimmter Werth für die Leitungsfähigkeit des absoluten Alkohols lässt sich, wie aus dem bereits Gesagten folgt, ebenso wie beim Wasser, nicht angeben. Da dieselbe mit zunehmender Reinheit tiefer und tiefer sinkt, so kann

man die kleinsten von mir gefundenen Werthe nur als obere Grenze des wahren Werthes betrachten. Dieselben sind für mit Luft gesättigten Alkohol:

$$\lambda = 0,126 \text{ bei } 17,9^{\circ}$$

und für nahezu luftfreien Alkohol:

$$\lambda = 0,141 \text{ bei } 18,3^{\circ}.$$

Die Werthe sind also doppelt so tief, als die für das reinste, von F. Kohlrausch¹⁾ untersuchte Wasser, welcher findet:

$$\lambda = 0,25 \text{ bei } 12^{\circ}.$$

Wie beim Wasser wird wohl auch beim Alkohol eine Destillation im luftverdünnten Raum, also bei tieferer Siedetemperatur, die Zahlen für die Leitungsfähigkeit noch tiefer herabdrücken. Ich gedenke diesen Versuch durchzuführen.

Schliesslich wende ich mich noch zur Interpretation der drei letzten Columnen. Die Columnne A_i enthält die Zunahmen der Leitungsfähigkeiten pro Grad. Man sieht bei der ersten Portion, dass diese Zunahme zuerst negativ ist, dass also die Leitungsfähigkeit meines reinen Alkohols gerade wie bei den Metallen mit steigender Temperatur abnimmt und sich ziemlich rasch einem Punkt nähert, wo der Temperatureinfluss = 0 geworden ist. Diesen Punkt möchte ich den Indifferenzpunkt nennen. In Anbetracht dieser Analogie zwischen den Metallen und meinem Alkohol sei es mir gestattet, der Kürze wegen die Leitungsfähigkeit des letzteren in diesem Stadium als metallische zu bezeichnen. Nachdem der Indifferenzpunkt von der Lösung passirt ist, wird A_i positiv, wie bei den Electrolyten, ich will dann die Leitung als electrolytische bezeichnen. Das Anwachsen von A_i wird mit der Zeit immer langsamer und ändert sich in den letzten Beobachtungstagen nur mehr wenig.

Falls es nicht gelingt, in Zukunft zur Erklärung dieser Erscheinungen die Einwirkung irgend welcher secundärer Verhältnisse nachzuweisen, deren Existenz mir einstweilen unbekannt ist, dürfte vielleicht die folgende Anschauungsweise die ungezwungenste Erklärung darbieten.

1) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 24. p. 51. 1885.

Der ganz reine Alkohol besitzt eine metallische Leitungsfähigkeit, deren absoluter Betrag von den geringen Beimischungen abhängt, die theils Electrolyte sind, theils nicht. Beide Arten von Beimischungen können die Leitungsfähigkeit in verschiedener Weise beeinflussen. Für eine Beimischung der zweiten Art (Luft) ist eine Verminderung eingetreten. Beimischungen der ersten Art werden wohl immer ein Steigen verursachen.

Bei der Temperaturerhöhung hat nun die Flüssigkeit infolge der metallischen Leitung des Alkohols das Bestreben, mit der Leitungsfähigkeit zu sinken und infolge ihrer Eigenschaft als Lösung von Electrolyten, mit derselben in die Höhe zu gehen. Das jeweilige λ ist dann die Resultirende aus beiden Einflüssen. Bei grosser Reinheit ist der Einfluss der kleinen Mengen von Electrolyten gering, es überwiegt die metallische Leitung, der Coëfficient λ ist negativ. Beim Stehenlassen lösen sich electrolytische Theilchen der Glassubstanz, die electrolytische Leitung wird stärker, λ wird $= 0$, wenn sich beide Wirkungen compensiren, und dann positiv, wie bei den gewöhnlichen Electrolyten.

Eine genauere Betrachtung der fünf angegebenen Lösungen zeigt, dass der Indifferenzpunkt nicht bei dem gleichen absoluten Betrag der Leitungsfähigkeit eintritt. Bei der ersten liegt er etwa beim Werth:

$$\lambda = 0,26; \quad (1.)$$

bei der zweiten ist er bei der Grösse:

$$\lambda = 0,15; \quad (2.)$$

bereits überschritten; bei der dritten liegt er bei:

$$\lambda = 0,19 \quad (3.)$$

bei der fünften befindet er sich ca. bei:

$$\lambda = 0,16. \quad (4.)$$

Die Werthe (2.) und (4.) entsprechen mit Luft gesättigten Flüssigkeiten, die Zahlen (1.) und (3.) nahe von Luft befreiten. Es kommt eben bei dem absoluten Betrag von λ noch die Wirkung der nicht electrolytischen Beimengungen in Betracht, die wir z. B. bei Luft kennen gelernt haben.

Falls der reine Alkohol thatsächlich metallisch, d. h. ohne Zersetzung leiten soll, darf beim Durchgang eines con-

stanten Stromes sich keine Polarisirung zeigen. Allein ich konnte auch bei meinen reinsten Lösungen noch immer einen Polarisationsstrom nachweisen. Doch liesse sich derselbe durch die Zerlegung der electrolytischen Verunreinigungen leicht erklären, wenn man bedenkt, wie geringe Quantitäten von Ionen nöthig sind, um schon merkliche Polarisirung zu erhalten.

Es dürfte in Anbetracht dieser Thatsachen die Anschauung nahe liegen, den Alkohol als einen metallischen Leiter zu betrachten, sodass beim Durchgang der Electricität durch eine alkoholische Lösung der Strom sich nach Maassgabe des Verhältnisses der Leitungsfähigkeiten zwischen Lösungsmittel und gelösten Electrolyten theilt — eine Anschauung, die in den letzten Decennien mehr und mehr über Bord geworfen wurde und als verlassen gilt. Dass die Erscheinung bisher entgehen musste, lässt sich leicht aus dem verschwindenden Betrag dieser metallischen Leitungsfähigkeit gegenüber der gewöhnlicher Electrolyte erklären.

Ob dann diese Eigenschaft des Alkohols speciell mit seiner Natur und chemischen Zusammensetzung zusammenhängt, oder ob sich diese Erscheinung schliesslich als allgemeinere Eigenthümlichkeit einer Anzahl von Lösungsmitteln herausstellt, sind dann weitere Fragen.

Eine kurze Andeutung ist in einer der neuesten Arbeiten von F. Kohlrausch¹⁾, in der ein alter Versuch von Faraday erwähnt wird, in den Worten enthalten: „diese Thatsache scheint nun doch zu beweisen, dass in sehr grosser Verdünnung auch das Wasser selbst mitleitet.“ Das Fehlen des Wasserstoffs an der Kathode, das er allerdings nicht bestimmt constatirte, würde auch bei Wasser für die metallische Leitungsfähigkeit bei grosser Reinheit sprechen.

Die oben angedeutete Möglichkeit, dass sich die metallische Leitungsfähigkeit der Lösungsmittel als eine allgemeinere Eigenschaft derselben in Zukunft herausstellen könnte, erhält damit eine weitere Stütze.

1) F. Kohlrausch, Gött. Nachr. 1885. 7. Febr. p. 81.

Um einen Vergleich des Temperaturcoëfficienten der Metalle mit dem des Alkohols zu ermöglichen, habe ich unter der Columnne Δ_t/λ_0 die Coëfficienten im gleichen Maasse, wie sie bei den Metallen angegeben werden, nämlich auf λ_0 reducirt, bis zum Indifferenzpunkt zusammengestellt.

Δ_t/λ_0 bei den meisten Metallen schwankt um etwa 0,0037; der höchste Werth dieser Grösse beim Alkohol ist (Tab. I) 0,0087, also mehr als doppelt so gross. Wie aus dem Ansteigen der Zahlen mit steigender Reinheit ersichtlich ist, ist die angeführte Zahl erst als untere Grenze für den Temperaturcoëfficienten des Alkohols zu betrachten, sodass dieser Werth beträchtlich höher ist, als der für die Metalle.

Bemerkenswerth ist das Ansteigen des Temperaturcoëfficienten beim Uebergang von luftleerem Alkohol zu solchem, der mit Luft gesättigt ist.

VI. *Ein empfindliches Galvanometer mit messbarem Reductionsfactor; von R. W. Willson.*

Im vorigen Jahre beschäftigte ich mich im physikalischen Institute zu Würzburg mit der absoluten Messung der electromotorischen Kräfte gewisser galvanischer Elemente.

Dazu bedurfte ich eines zum Messen der Ströme von geringer Intensität geeigneten Galvanometers, dessen Reductionsfactor sich aber mit grosser Genauigkeit bestimmen lassen musste.

Die zu letzterem bisher üblichen Methoden bestehen, soweit mir bekannt ist, in einem Vergleich mit einem Normalinstrument — Tangentenbussole oder Voltameter — und setzen die genaue Kenntniss des Verhältnisses zweier sehr ungleichen Widerstände voraus. Ueberdies werden bei Benutzung des Voltameters die Drähte während einer beträchtlichen Dauer vom Strome durchlaufen, was Veranlassung zu

Temperaturänderungen gibt, deren Wirkung nicht immer genau zu schätzen ist.

Um diese Uebelstände zu beseitigen, habe ich ein Galvanometer erdacht und construiert, das genügende Empfindlichkeit besitzt, einen Strom von 0,0001 Ampère bis auf ein Tausendtel seines Werthes zu messen, und dessen Reductionsfactor zugleich mit einem solchen Grade von Genauigkeit bestimmt werden kann, dass er dem bei directer Messung mit einer einfachen Drahtwindung erreichten zu vergleichen ist.

Die Methode gründet sich auf folgende Principien.

Wenn ein Einheitstrom einen Drahting durchläuft, wobei der Durchmesser des Drahtes gegen den Radius R des Ringes verschwindend klein ist, so wirkt die auf einen in der Axe des Ringes in der Entfernung A vom Centrum gelegenen Einheitspol ausgeübte Kraft F in der Richtung der Axe, und ihre Grösse ist durch die Gleichung $F = 2\pi R / (R^2 + A^2)^{3/2}$ gegeben. Ist $A = 0$, so liegt der Pol im Mittelpunkte des Ringes. Ist die in diesem Falle ausgeübte Kraft $F_0 = 2\pi / R$, so erhalten wir durch Verbindung beider Ausdrücke und Einführung von V für F_0/F :

$$R = A(V^{2/3} - 1)^{-3/2}.$$

Die Bestimmung von R lässt sich also unmittelbar auf die Messung von A und V zurückführen.

Der Ring liege in der Ebene des magnetischen Meridians, der Einheitspol sei durch eine Magnetnadel ersetzt, deren Drehpunkt in der Axe liegt, und zwar in einer Entfernung A von der Ebene des Ringes.

Wenn beide Pole der Nadel die Stärke m haben, und ihre gegenseitige Entfernung l gegen R verschwindend klein ist, wenn ferner die Stromstärke i ist, dann wird die Wirkung auf jeden Pol in der Richtung der Axe stattfinden und gleich imF sein.

Liegt die Nadel horizontal, und ist sie um eine verticale Axe drehbar, so wird sie aus dem Meridian abgelenkt und in eine Gleichgewichtslage gebracht, wobei, wenn der Ablenkungswinkel φ ist:

$$2imF \cos \varphi = 2mH \sin \varphi,$$

wo H die horizontale Componente des Erdmagnetismus bedeutet, folglich ist $iF/H = \operatorname{tg} \varphi$.

Wenn die Nadel sich im Centrum des Ringes befindet und die Kraft F_0 eine Ablenkung φ_0 bewirkt, so haben wir wie vorher:

$$\frac{iF_0}{H} = \operatorname{tg} \varphi_0 \quad \text{und} \quad V = \frac{\varphi_0}{\varphi}.$$

Daher kann man V durch die Ablenkungen bestimmen, die durch einen Strom hervorgerufen werden, welcher auf die zuerst im Centrum des Ringes befindliche, dann in die Entfernung A längs der Axe gebrachte Nadel wirkt.

Um den bei R durch Ungenauigkeit der Messung von A und V entstehenden Fehler zu berechnen, differenziren wir:

$$R = A(V^{2/3} - 1)^{-1/2},$$

$$dR = dA(V^{2/3} - 1)^{-1/2},$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{dA}{A}.$$

Daraus ergibt sich, dass ein Fehler bei der Messung von A einen proportionalen Fehler in der Bestimmung von R zur Folge hat.

Weiter ist:

$$dR = -dV \cdot A(V^{2/3} - 1)^{-1/2} V^{-1/2},$$

$$\frac{dR}{R} = -\frac{dV}{V} \cdot \frac{R^2 + A^2}{3A^2}.$$

Folglich ist der relative Fehler in R der durch einen Fehler im Verhältnisse der gemessenen Ablenkungen entstehen kann, unbegrenzt, wenn $A=0$ ist, und kann nie kleiner als $1/3$ des relativen Fehlers im V sein; diese Grenze wird erreicht bei $A = \infty$.

Ist $A = R\sqrt{1/3}$, so ist $dR/R = dV/V$, und ein Fehler in V hat einen proportionalen Fehler im R zur Folge; das Verhältniss beider Ablenkungen ist in diesem Falle ca. 9:5, ein für dessen genaue Bestimmung günstiger Werth.

Wird A noch grösser, so ist zwar der Fehler in V von geringerem Einfluss auf den Werth von R , dadurch wird aber die Genauigkeit der Bestimmung von V gleichzeitig vermindert; dazu kommt der praktische Nachtheil, dass eine Vergrößerung des Instrumentes erforderlich ist. Der Werth

von A sollte deshalb für die zweite Beobachtung weder viel grösser, noch kleiner sein als $R\sqrt{\frac{1}{2}}$.

Hat ein nach diesem Princip construirtes Galvanometer eine hinreichende Anzahl Drahtwindungen, um es überhaupt empfindlich zu machen, so geht die Einfachheit der oben gegebenen Beziehungen zwischen R und dem Verhältnisse der Ablenkungen verloren, weil in diesem Falle die Windungen einen Ring bilden, dessen Dicke gegen seinen Radius nicht unberücksichtigt bleiben kann, wenn nicht der Radius sehr gross und der Widerstand des Drahtes übermässig ist.

Durch Anwendung folgender Modificationen lässt sich die Methode indessen auf den Fall ausdehnen, in welchem die Windungen einen rechteckigen Querschnitt haben. Angenommen ist, die Drähte seien so regelmässig gewunden, dass der Strom als durchaus gleichmässig durch den Querschnitt vertheilt betrachtet werden kann; diese Annahme wird natürlich um so mehr der Wahrheit entsprechen, je dünner der Draht ist, und je dichter infolge dessen die Windungen sind.

Die Höhe des Querschnittes sei h , die Breite b und n die Anzahl der Windungen.

Wir können nun die electromagnetische Wirkung der Rolle mit der eines imaginären Ringes vergleichen, welcher die Mittelpunkte aller Querschnitte der Windungen verbindet und von einem n -fachen Strom durchlaufen wird.

Ist R der Radius dieses imaginären Ringes, und ist A die Entfernung der Nadel von seiner Ebene, dann wäre die entsprechende Ablenkung wie vorher eine solche, dass:

$$\varphi = \frac{inF}{H}.$$

Die durch die Rolle bewirkte Ablenkung erhält man, wenn man die durch den Ring herbeigeführte mit der Reihe $1 + \alpha + \beta + \dots$ multiplicirt, wobei α, β etc. Glieder sind, die steigende Potenzen von h/R und b/R enthalten.

Die Ablenkung einer Nadel von endlicher Länge l bekommt man durch Multiplication der Ablenkung der unendlich kleinen Nadel mit der Reihe $1 + \gamma + \delta + \dots$, wobei γ, δ etc.

steigende Potenzen von l/R enthalten. Die durch die Rolle bewirkte Ablenkung ist dann gegeben durch die Formel:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{inF}{H} (1 + \alpha + \beta \dots) (1 + \gamma + \delta \dots)$$

oder, da in unserem Falle α , β , γ und δ sehr kleine Werthe sind:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{inF}{H} (1 + \alpha + \beta + \gamma + \delta \dots).$$

Die Werthe von α , β , γ und δ kann man aus folgenden Gleichungen berechnen, wobei ϱ^2 für $R^2 + A^2$ substituiert ist¹⁾:

$$\alpha = \frac{1}{24} \left(\frac{2}{R^2} - \frac{15 A^2}{\varrho^4} \right) h^2 + \frac{1}{8} \left(\frac{4 A^2 - R^2}{\varrho^4} \right) b^2,$$

$$\beta = \frac{1}{7680 R^2 \varrho^8} \left\{ \begin{aligned} & [95 R^2 A^2 (5 A^2 - 4 R^2) + \varrho^4 (8 R^2 - 12 A^2)] h^4 \\ & + [63 R^2 A^2 (4 A^2 - R^2) + 3 R^2 \varrho^2 (5 R^2 - 4 A^2)] b^4 \end{aligned} \right\} \\ + \frac{1}{4608 R^2 \varrho^8} [35 R^2 A^2 (5 R^2 - 4 A^2) + \varrho^4 (8 A^2 - 12 R^2)] h^2 b^2,$$

$$\gamma = \frac{3}{16} \cdot \frac{R^2 - 4 A^2}{\varrho^4} l^2,$$

$$\delta = \frac{45}{256} \cdot \frac{8 A^4 - 12 A^2 R^2 + R^4}{\varrho^6} l^4.$$

Wenn der Factor $(1 + \alpha + \beta + \gamma + \delta \dots)$ mit k bezeichnet wird, so erhält man für die durch die Rolle bewirkte Ablenkung folgende Gleichungen: $\operatorname{tg} \varphi = (inF/H) \cdot k$, und, wenn 0 als Index zur Bezeichnung der Werthe dient, welche $A = 0$ entsprechen, $\operatorname{tg} \varphi = (inF_0/H) k_0$, folglich:

$$\frac{k}{k_0} \frac{\operatorname{tg} \varphi_0}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{F_0}{F}.$$

Danach kann also der Werth von F_0/F oder V durch zwei durch die Rolle bewirkte Ablenkungen bestimmt werden; aus der Gleichung $R = A(V^{2/3} - 1)^{-1/2}$ erhalten wir den Radius des vorgedachten Ringes, der die Mittelpunkte der Querschnitte der Windungen verbindet.

Wenn die Beobachtungen bei verschiedenen Stromstärken i , resp. i_0 gemacht worden sind, so erhalten wir:

$$V = \frac{k i \operatorname{tg} \varphi_0}{k_0 i_0 \operatorname{tg} \varphi}.$$

1) Vgl. Maxwell, Electr. u. Magn. 2. Aufl. 2. § 700.

i/i_0 kann natürlich durch ein in den Stromkreis geschaltetes Galvanometer bestimmt werden.

Ich habe schon Gründe angegeben, warum man $R\sqrt{\frac{1}{2}}$ als den Werth von A wählen soll, wobei die zweite Beobachtung zu machen ist, wenn der Kreisstrom aus einem einfachen Ring besteht. In Beziehung auf die wegen des beträchtlichen Querschnittes der Rolle nöthigen Correctionen bieten sich noch andere Gründe.

Für einen einfachen Ring vom Radius R ist der Reductionsfactor $C = 2\pi/HR$. Für eine Rolle vom mittleren Radius R und von n Drahtwindungen vom Querschnitte, dessen Seitenlängen h und b sind:

$$C = \frac{2n\pi}{H \frac{R}{k_0}},$$

wobei k_0 dieselbe Bedeutung wie oben hat. Oder da:

$$R = A(V^{1/2} - 1)^{-1/2} \quad \text{und} \quad V = \frac{k \operatorname{tg} \varphi_0}{k_0 \operatorname{tg} \varphi},$$

ist:

$$C = \frac{2n\pi k_0}{HA} \cdot \sqrt{\left(\frac{k \operatorname{tg} \varphi_0}{k_0 \operatorname{tg} \varphi}\right)^{1/2} - 1}$$

und:

$$\frac{dC}{C} = \frac{dk_0}{k_0} \cdot \frac{\frac{3}{2} V^{1/2} - 1}{V^{1/2} - 1};$$

und bei $A = R\sqrt{\frac{1}{2}}$ ist $dC/C = 0$, d. h. ein etwaiger Fehler in k_0 wird beim Bestimmen des Reductionsfactors vollständig eliminirt, wenn die zweite Beobachtung bei diesem Werthe von A gemacht worden ist.¹⁾

Vortheilhaft ist auch die Einfachheit des Correctionsgliedes α , welches bei $A = R\sqrt{\frac{1}{2}}$, $(b^2 - h^2)/18R^2$ ist.

Wenn $b = h$, also der Querschnitt der Windungen ein Quadrat ist, so ist $\alpha = 0$, und wenn Glieder mit vierter und höheren Potenzen vernachlässigt werden können, so können beim Bestimmen des Reductionsfactors alle von dem Querschnitte abhängigen Correctionen ganz unberücksichtigt bleiben.

Das Instrument besteht aus einer Rolle mit centraler

1) Bei diesem Werthe ist auch $dR/R = dk_0/k_0 = -dk/k$, also haben Fehler in k und k_0 einen proportionalen Fehler in R zur Folge.

Nadel und Spiegelablesung, wie bei der gewöhnlichen Form der Tangentenbussole, ist aber so eingerichtet, dass die Rolle in beiden Richtungen parallel zu ihrer Axe verschoben werden kann; es ist mit einer Scala versehen, vermittelt der diese Verschiebung genau gemessen werden kann.

Es ist offenbar besser, dass die Rolle beweglich ist, während der Spiegel seinen Platz für beide Beobachtungen behält, weil dann der Scalenabstand unverändert bleibt und nur insoweit bekannt zu sein braucht, um die richtigen Correctionen zu bestimmen, wodurch man die Scalenausschläge auf Bogen reducirt.

Die Stellung der Rolle, bei welcher sich die Nadel in deren Mittelpunkt befindet, ist bis auf einen geringen Bruchtheil von 1 mm leicht zu bestimmen, indem man das Mittel aus den Stellungen auf entgegengesetzten Seiten nimmt, bei denen der Strom in der Rolle gleiche Ablenkungen bewirkt. Ein grosser Grad der Genauigkeit ist indessen nicht erforderlich, da die Ablenkung ein Maximum ist, wenn sich die Rolle in ihrer Mittelstellung befindet und sich nur wenig bei beträchtlicher Verschiebung ändert, während der in A durch falsche Annahme der Mittelstellung der Rolle verursachte Fehler eliminirt wird, wenn man das Mittel aus Beobachtungen auf entgegengesetzten Seiten mit nahezu derselben Ablenkung nimmt.

Die Dimensionen, welche dem Instrumente gegeben werden müssen, hängen von der Genauigkeit ab, mit welcher das Verhältniss der Ablenkungen bestimmt werden kann. Wenn wir annehmen, dass wir dieses mittelst Spiegel und Scala bis $1/10000$ seines Werthes bestimmen können, so müsste, damit der Werth von A mit einem entsprechenden Grade von Genauigkeit erlangt würde, die Entfernung zwischen den beiden äussersten Lagen der Rolle wenigstens 100 mm betragen, sodass für diese Beobachtung $A = 50$ mm wäre. Wenn die zweite Beobachtung bei $A = R\sqrt{\frac{1}{2}}$ gemacht wird, dann wird der Werth von R $100\sqrt{\frac{1}{2}}$ mm sein, dieses ist also der geringste zulässige Werth von R .

Welche Dimensionen man dem Querschnitte der Windungen geben will, hängt von der Genauigkeit ab, mit

der die entsprechenden Werthe α und β erhalten werden können.¹⁾

Haben die Windungen einen quadratischen Querschnitt, und ist $A = R\sqrt{\frac{1}{2}}$, so ist, wie oben gefunden, $\alpha = (\beta^2 - h^2)/18R^2$. Wenn aber die Höhe und Breite nicht völlig gleich sind, so sei $b - h = \varepsilon$; dann ist $\alpha = (b + h)\varepsilon / 18R^2$ oder nahezu $\alpha = b\varepsilon/9R^2$. Differenzieren wir, so ist $d\alpha = (b/9R^2) d\varepsilon$. Wenn Höhe und Breite der Windungen je bis auf 0,1 mm gemessen werden können, wird $d\varepsilon$ weniger als 0,2 mm sein, und ist $R = 100\sqrt{\frac{1}{2}}$, so wird $d\alpha$ 0,0001 bei $h = 22$ mm. Dadurch ist für diesen Werth von R der grösste zulässige Querschnitt der Windungen bestimmt.²⁾

Im Falle einer bei der Mittelstellung der Rolle ($A = 0$) gemachten Beobachtung entsteht allerdings ein grösserer Fehler in α , aber, wie oben bemerkt, kann in dieser Stellung beim Bestimmen der Reductionsfactors von Correctionen ganz abgesehen werden.

Es scheint also, dass mit obigen Dimensionen die in R durch unvermeidlich fehlerhaftes Messen der verschiedenen zum Berechnen des R nöthigen Grössen entstehenden Fehler alle beinahe gleich sind und bei einigermassen sorgfältigem Messen je nur $\frac{1}{10000}$ betragen.

Auf eine solche Rolle bringt man mit Leichtigkeit 5000 Drahtwindungen, die mit einem Strome von einem Mikroampère bei einem Scalenabstand von 2,5 m einen Scalenausschlag von 10 mm geben.

Die Construction des von mir benutzten Apparates ist folgende: Der Magnet ist mit dem Spiegel, an dessen Rückseite er befestigt ist, centrirt, der Spiegel hängt mittelst eines Coconfadens an einem Torsionskopfe und ist von seiner Hülse eng umgeben, und zwar auf solche Weise, dass er seinen eigenen Luftdämpfer bildet. Die Hülse ist an einer Schiene befestigt, welche zugleich als Unterstützung und Führung der Scheibe dient, auf der die Drahtwindungen liegen. Ein an der Scheibe befestigter Nonius misst ihre Verschiebung

1) Siehe p. 49, Note.

2) Bei obigen Dimensionen für $A = R\sqrt{\frac{1}{2}}$ ist β nur 0,000 002.

an einer Millimeterscala, die auf der Schiene liegt. Das Ganze ist um eine verticale Axe drehbar und steht auf Nivellirschrauben.

Die Rolle besteht aus zwei doppelt besponnenen Drähten von ca. 0,35 mm Durchmesser, welche dicht neben einander gewunden und bei jeder neuen Schicht umgelegt sind. Jeder Draht macht 310 Windungen.

Das Zählen geschah mittelst einer automatischen Vorrichtung auf der Drehbank.

Der doppelte Draht gewährt eine schätzbare Controle, ob Nebenschlüsse entstanden sind, da die Methode den mittleren Radius der Rolle direct bestimmt unabhängig von der Zahl der Drahtwindungen.

Die Wirkung eines Nebenschlusses in jeder Rolle ist eine effective Verminderung der Zahl ihrer Windungen; und wenn wir die Zahl der Windungen beider Drähte durch n_1 , resp. n_2 ausdrücken und ihre mittleren Radien durch R_1 , resp. R_2 , so werden die durch die Rollen für denselben Strom bewirkten Ablenkungen D_1 und D_2 proportional n_1/R_1 , resp. n_2/R_2 sein, d. h. $n_1/n_2 = (D_1/D_2)(R_1/R_2)$: aber weil D_1/D_2 und R_1/R_2 durch directe Beobachtung bestimmt werden können, so ist das Verhältniss n_1/n_2 damit bekannt.

Dass der Strom constant bleibt, ist durch ein eingeschaltetes Galvanometer gesichert.

Wenn $n_1 = n_2$ ist, so weit es die Beobachtungen zulassen, so hat man entweder keinen Nebenschluss, oder beide Drähte wirken, wie wenn sie in demselben Grade verkürzt wären. Letztere Annahme ist unwahrscheinlich, insofern nicht eine durchweg ungenügende Isolirung des Drahtes dazu Veranlassung gibt, was auch einen fortlaufenden unvollkommenen Contact zwischen den getrennten Rollen verursachen kann. Dass solcher nicht vorhanden ist, wird dadurch bewiesen, dass beim Verbinden des Anfanges der ersten und Endes der zweiten Rolle je mit einem Pole einer starken Säule keine Ablenkung eintritt.

Die folgenden, mit diesem Galvanometer gemachten Beobachtungen genügen, um die Methode zu erläutern. Man muss dabei berücksichtigen, dass das Instrument nicht das

Werk eines Mechanikers von Beruf und hauptsächlich aus Holz gefertigt ist; ferner dass es anfänglich mehr zur Untersuchung unvorhergesehener Schwierigkeiten dienen, als für ein exactes Instrument gelten sollte.

Die Dimensionen waren etwas günstiger als die oben angegebenen. Der innere Durchmesser der Windungen war 20 cm; die Länge der Seite des Querschnittes 1 cm; die Länge des Magnets war 1 cm, und es war 0,83 cm als die Entfernung zwischen seinen Polen angenommen; der Werth von A war beinahe $R\sqrt{\frac{1}{2}}$, also war:

$$k_0 = 1 - 0,00038 + 0,00148, \quad k = 1 \pm 0 - 0,00066,$$

β und δ bleiben unberücksichtigt.

Um der Anwendung eines zweiten Galvanometers zur Correction der Stromschwankungen zu entgehen, wurden die Beobachtungen in solcher Reihenfolge gemacht, dass die Mittel der Beobachtungen jeder Ablenkung dem Mittel der Zeiten entsprachen.

Auf diese Weise wurde der Einfluss einer gleichmässigen Abnahme des Stromes eliminirt.

Der angewandte Strom war von ca. $\frac{1}{3000}$ Ampère für die hintereinander geschalteten Rollen und von $\frac{1}{1500}$ Ampère für die anderen Beobachtungen; er wurde von einem Daniell erzeugt und blieb während jeder Beobachtungsreihe merklich constant.

Die Entfernung der beiden äussersten Beobachtungspunkte voneinander gilt als der Werth von $2A$; der zugeordnete Werth von $\operatorname{tg} \varphi$ war das Mittel aus den entsprechenden Beobachtungen:

| Rolle | $2A$ mm | $\operatorname{tg} \varphi_0$ | $\operatorname{tg} \varphi$ | V | R |
|------------------|------------|-------------------------------|-----------------------------|--------|--------|
| I | 146,26 | 0,034 260 | 0,018 982 | 1,8017 | 105,48 |
| II | 146,26 | 0,034 427 | 0,019 082 | 1,8011 | 105,52 |
| I und II neben- | 146,26 | 0,039 904 | 0,022 112 | 1,8015 | 105,49 |
| einander | 144,26 | 0,040 872 | 0,022 904 | 1,7774 | 105,51 |
| I und II hinter- | 146,26 | 0,039 663 | 0,021 982 | 1,8012 | 105,51 |
| einander | 144,26 | 0,039 651 | 0,022 273 | 1,7771 | 105,53 |

Durch die Freundlichkeit des Hrn. Prof. F. Kohlrausch war ich in den Stand gesetzt, als Controle für einen mög-

lichen, in der Methode begründeten Fehler eine Bestimmung der Windungsfläche der hintereinander geschalteten Rollen nach der von ihm¹⁾ angegebenen Methode unter Benutzung der daselbst beschriebenen Normal-Tangentenbussole zu machen. Aus zwei Beobachtungsreihen erhielt ich $n\pi R^2 = 216\,772$ qcm und folglich, wenn $n = 620$, $R = 105,49$ ist, eine sehr befriedigende Uebereinstimmung.

Ich machte eine Bestimmung nach der Methode von Bosscha²⁾, von der man hier genügende Resultate erwarten durfte, weil das Galvanometer nicht übermässig empfindlich ist.

Ein einfacher Ring mit $R = 12,043$ cm von 0,7 mm starkem Kupferdraht wurde in die mittlere Ebene der Rolle und mit dieser concentrisch angebracht.

Der Strom wurde durch angemessene Widerstände so getheilt, dass wenn er durch die Rolle und den Ring in entgegengesetzten Richtungen lief, die Nadel unabgelenkt blieb, wobei die Reductionsfactoren der zwei Instrumente in gleichem Verhältnisse wie die Widerstände der zwei Stromzweige sind. Es wurden drei Daniells benutzt, die einen genügenden Strom gaben, um die Differenz von einem dreitausendstel in dem Verhältnisse der Widerstände, die im Gleichgewicht waren, zu zeigen. Letztere variirten im Ringstromzweige zwischen 6 und 12, im Rollenstromzweige zwischen 4200 und 8500 Siemens-Einheiten. Vier Beobachtungen geben R als 105,20, 105,29, 105,24, 105,22 mm. Obgleich die Resultate ziemlich untereinander übereinstimmen, differiren sie von den bei der vorhergehenden Methode erhaltenen um $\frac{1}{4}$ Proc.

Da nun mein Zweck nur eine Genauigkeit von $\frac{1}{2000}$ des Werthes von R erforderte, so waren Höhe und Breite der Rinne, in welche der Draht gewunden worden war, als Höhe und Breite der Windungen selbst angenommen. Die letzteren Dimensionen sind je ziemlich genau 1 cm; aber um so viel Draht wie möglich aufzuwinden, waren die äussersten Schichten etwas höher geworden, und um eine Verschiebung derselben

1) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 18. p. 513. 1883.

2) Bosscha, Pogg. Ann. 93. p. 392. 1854.

zu verhindern, ein Atlasband darauf geleimt. Wahrscheinlich deswegen ist der mittlere Radius grösser, als erwartet; auch ist eine genaue Messung des äusseren Radius nicht mehr möglich. Wenn wir $h = 11$ mm als Höhe der Windungen annehmen, was dem inneren Durchmesser von 20 cm und mittleren Radius von 10,55 cm entspricht, so ist der mit corrigirten Werthen von k und k_0 berechnete Werth von R um 0,025 mm grösser.

VII. Ueber den electrischen Leitungswiderstand der verdünnten Luft; von Th. Homén.

(Hierzu Taf. I Fig. 3 u. 4.)

Bei der Untersuchung des Durchganges der Electricität durch ein Gas zeigt sich, dass der Widerstand desselben bei abnehmendem Druck bis zu einem gewissen Minimum abnimmt, dann aber wieder sehr schnell steigt, wenn der Druck noch weiter vermindert wird. Bei hinreichender Verdünnung ist es selbst mit den stärksten Electrisirmaschinen oder Inductorien unmöglich gewesen, eine Entladung herbeizuführen. Das absolute Vacuum ist infolge dessen als ein Nichtleiter für Electricität angesehen worden.

Edlund hat jedoch unlängst¹⁾ das Unberechtigte dieser Annahme nachgewiesen und durch Zusammenstellung und Discussion früherer Untersuchungen gefunden, dass das Vacuum ein guter Leiter sein muss. Dass der Widerstand in einem Gasraum bei starker Verdünnung wächst, beruht seiner Ansicht nach nicht auf einer Zunahme des Widerstandes im Gase selbst, welcher im Gegentheil mit dem Druck beständig abnimmt, sondern auf dem Vorhandensein eines Uebergangswiderstandes an den Electroden, welcher mit der Verdünnung schnell wächst. Gaugain²⁾ ist der erste, welcher von einem derartigen Uebergangswiderstande an den Electroden

1) Edlund, K. Sv. Vet. Akad. Handlingar. 19. Nr. 2. 1881; Wied. Ann. 15. p. 514. 1882.

2) Gaugain, Compt. rend. 41. p. 152. 1855.

spricht. Weitere interessante und entscheidende Untersuchungen sind besonders von Hittorf¹⁾ gemacht worden. Er fand unter anderem, wie früher Schultz²⁾, dass der Widerstand in einer Entladungsröhre bei starker Verdünnung schnell wächst, zugleich aber immer weniger abhängig von der Länge der Gassäule wird, bis in einem Versuche bei Druck von einigen Hundertsteln Millimetern der Strom eines Inductionsapparates für zwei verschiedene Schlagweiten ziemlich gleiche Ausschläge an einem in den Stromkreis eingeschalteten Galvanometer gab.

Ausser anderen sehr sprechenden Versuchen deutet dies darauf hin, dass der eigene Widerstand des Gases, der mit der Länge der Gassäule wachsen muss, auch bei den niedrigsten Drucken mit vermindertem Drucke abnimmt, dass aber der Widerstand an den Electroden bei starker Verdünnung wächst. Diesen Uebergangswiderstand verlegt Hittorf an die negative Electrode, von deren Form und Beschaffenheit der Widerstand sehr abhängig ist, sodass er z. B. bei Vergrösserung der Oberfläche der Kathode vermindert wird. Schon Hittorf widerspricht also der Ansicht, dass das Vacuum ein absoluter Nichtleiter für Electricität ist, indem er annimmt, dass man bei jedem Grad der Verdünnung die Electricität zum Durchströmen bringen kann, wenn man nur die Kathode hinreichend gross nimmt.³⁾ Auch Goldstein⁴⁾ nimmt an, dass das Vacuum ein guter Leiter sei. Den Ort des Widerstandes an der Kathode verlegt Hittorf in das Glimmlicht bei der Kathode, Goldstein an die Kathodenoberfläche. E. Wiedemann⁵⁾ hat dagegen bei Versuchen mit beweglicher Anode gefunden, dass es der dunkle Raum, wenn ein solcher sich zeigt, unmittelbar an der Kathode ist, welcher der positiven Entladung einen bedeutenden Widerstand entgensetzt.

In Uebereinstimmung mit dem Obenerwähnten steht

1) Hittorf, Pogg. Ann. 136. p. 1 u. 197. 1869.

2) Schultz, Pogg. Ann. 135. p. 249. 1868.

3) Hittorf, l. c. Nr. 31.

4) Goldstein, Wied. Ann. 12. p. 260. 1881.

5) E. Wiedemann, Wied. Ann. 20. p. 756. 1883.

auch, dass nach E. Wiedemann¹⁾ die Erwärmung in der Entladungsbahn zwischen den Electroden²⁾, sowie die Erwärmung in der Nähe der positiven Electrode mit abnehmendem Druck stetig abnimmt. Bei ganz niedrigen Drucken zeigt sich zuweilen eine geringe Zunahme. Die Erwärmung an der Kathode dagegen nimmt mit abnehmendem Druck erst langsam ab und dann sehr stark zu. Während die Erwärmung der Gase bei niedrigen Drucken weit unter 100° sein kann³⁾, ist die Erwärmung an der Kathode sehr bedeutend.⁴⁾ Einen Grund zur Annahme, dass das Vacuum an sich ein guter Leiter ist, findet Edlund ferner in dem Umstande, dass man durch Influenz sehr leicht electriche Ströme in Röhren hervorrufen kann⁵⁾, in denen die Verdünnung soweit getrieben ist, dass keine Entladung zwischen den Electroden herbeigeführt werden kann. Vor kurzem hat Edlund selbst⁶⁾ schlagende Versuche in dieser Beziehung gemacht.

Im Herbst 1881 hatte ich Gelegenheit, einer Untersuchung des Hrn. Prof. Edlund⁷⁾ über die Natur des erwähnten Widerstandes an den Electroden beizuwohnen, und mir kam der Gedanke, bei verschiedenem Druck womöglich den eigenen Widerstand des Gases und den Uebergangswiderstand an den Electroden zu trennen und zu bestimmen. Ersterer musste wohl der Länge der Gassäule proportional sein, letzterer, wie anzunehmen war, unabhängig davon. Ich wünschte daher, unter unverändertem Druck den Abstand zwischen ein und denselben zwei Electroden verändern zu

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. 10. p. 202. 1880.

2) Vgl. G. Wiedemann, Pogg. Ann. 158. p. 35. 1876.

3) Vgl. E. Wiedemann, Wied. Ann. 6. p. 298. 1879; Hasselberg, Beibl. 4. p. 132. 1880.

4) Vgl. Gassiot, Pogg. Ann. 119. p. 131. 1863; Naccari u. Belati, Beibl. 2. p. 720. 1878; E. Wiedemann, Wied. Ann. 10. p. 202. 1880. 20. p. 756. 1883.

5) Vgl. Gassiot, Phil. Trans. 131. p. 137. 1859; Plücker, Pogg. Ann. 105. p. 67. 1858. 107. p. 77. 1859.

6) Edlund, Ofversigt af K. Sv. Vet. Akad. Förh. 1883. Nr. 2; Beibl. 8. p. 145. 1884.

7) Edlund, K. Sv. Vet. Akad. Handl. 20. Nr. 1. 1882; Ann. de chim. et de phys. (5) 27. p. 114. 1882.

können. Zu entscheiden, wo der Uebergangswiderstand auftritt, ob an der negativen oder positiven Electrode, lag nicht im Plan dieser Untersuchung. Bei niedrigen Spannungen tritt dieser Widerstand, wie Hittorf¹⁾ gezeigt hat, hauptsächlich an der Kathode auf, bei höheren wahrscheinlich an der Anode. (Vgl. die in Cap. V erwähnten Untersuchungen von G. und von E. Wiedemann.)

Die Versuche wurden im Frühling 1882 im physikalischen Laboratorium der Königl. Academie der Wissenschaften zu Stockholm ausgeführt. Es ist mir eine angenehme Pflicht, dem Vorstand derselben, Hrn. Prof. Edlund, hiermit meinen aufrichtigsten Dank für die ausserordentliche Freundlichkeit auszusprechen, mit der er mir bei jeder Gelegenheit entgegen gekommen ist.

I. Die Versuche wurden mit atmosphärischer Luft ausgeführt. Die Entladungsröhren waren an beiden Enden offene Glaszylinder. Zwischen 3 und 4 cm von diesen Enden waren schwache Verengungen angebracht. Ziemlich dicht an denselben wurde von jedem Ende aus ein weicher, dicht schliessender, 1 cm langer Kork eingepresst. Etwas dünnere Korke wurden dicht an den Enden so eingedrückt, dass sie einen Raum von reichlich 1 cm bis zu den ersten Korken liessen. Die Zwischenräume wurden durch Oeffnungen, welche an diesen Stellen der Röhren auf der oberen Seite (die Röhren lagen horizontal) angebracht waren, mit Oel gefüllt. Durch conaxiale Löcher in allen Korken konnten zwei Electroden, jede durch ihren Oelraum gehend, in der Axe der Röhre gegeneinander geschoben werden. Die Löcher in den inneren Korken wurden etwas enger gemacht. Bevor Luft in die Röhre dringen konnte, musste erst das Oel hineinsickern. Von mehreren dickflüssigen Lösungen und Flüssigkeiten erwies sich das Ricinusöl am geeignetsten. Als Electroden wurden Platindrähte von 0,64 mm Durchmesser angewandt, welche von dichtschliessenden, feinen, möglichst cylindrischen Glasröhren von 2,5 mm äusserem Durchmesser umgeben waren. Der Raum zwischen den Platindrähten und den Glasröhren

1) Hittorf, l. c.

wurde mit geschmolzenem Lack gefüllt. Die inneren Enden der Platindrähte ragten ungefähr 0,3 mm aus der Umhüllung hervor. Die freien Electrodenflächen wurden so klein genommen, sowohl um den Abstand zwischen ihnen schärfer bestimmen zu können, als auch damit die Entladung nicht, wie bei längeren Electroden, bei verschiedenen Drucken von ungleich grossen Flächen ausginge, wodurch der Widerstand verändert würde.¹⁾ Bei kleineren Electroden ist ferner, wie früher erwähnt, der Uebergangswiderstand grösser und macht sich schon bei schwächerer Verdünnung geltend, was bei der Bestimmung desselben vortheilhaft ist, da es immer schwer ist, bei sehr niedrigem Druck zu operiren. Aus demselben Grunde wurden Platinelectroden angewandt, an denen der Widerstand gross ist²⁾, während das Platin selbst sich nicht leicht oxydirt. Auf der oberen und unteren Seite der Röhre waren zwei schmale Millimeterscalen aus Papier so angeklebt, dass der Abstand zwischen den Electroden genau abgelesen werden konnte.

Die Entladungsröhre wurde durch ein von ihrer Mitte ausgehendes dünnes Rohr mit einer Töpler'schen Quecksilberluftpumpe nach Bessel-Hagen's Construction³⁾ verbunden, mittelst deren man einen Druck von weniger als 5,3 mm auf die von letzterem angegebene Weise genau bestimmen konnte. Ein höherer Druck wurde durch Kathetometerablesung und gleichzeitige Barometerbeobachtung bestimmt. Als Trockenmittel diente Phosphorsäureanhydrid. Die Luft, welche nach Bedarf hineingelassen wurde, ging durch ein Chlorcalciumrohr und concentrirte Schwefelsäure.

Es wurden Versuche angestellt, die in verschiedenen Fällen für die Entladung erforderliche electriche Spannung zu bestimmen, und andere Versuche mit Anwendung durchgehender Inductionsströme, wobei der gesuchte Widerstand auf die unten angegebene Weise berechnet wurde. Am besten

1) Hittorf, l. c.

2) Hittorf, l. c. Nr. 25; Edlund, K. Vet. Akad. Handl. 20. Nr. 1. 1882.

3) Bessel-Hagen, Wied. Ann. 12. p. 425. 1881.

glückten die letztgenannten Versuche, welche ich hier zunächst folgen lasse.

Als Inductor diente ein Ruhmkorff'scher Apparat mit Condensator und Foucault'schem Interruptor. Die Rolle war 445 mm lang und hielt 190 mm im Durchmesser. Der Apparat konnte in Luft von gewöhnlichem Druck Funken von 30 cm Länge geben.

Die Länge der Entladungsröhre zwischen den inneren Korken betrug 17 cm und der Durchmesser 1 cm. Der inducirende Strom wurde von 4 Bunsen'schen Elementen erregt, der Foucault'sche Interruptor durch ein Daniell'sches Element in Thätigkeit gesetzt. Um den Durchgang des Schliessungsstromes zu verhindern, war ein Funkenmikrometer in die Leitung eingeschaltet. Der Abstand zwischen den Kugeln im Mikrometer betrug 0,3 mm; es war dies der kleinste Abstand, bei welchem der Schliessungsstrom bei den Versuchen nicht hindurchging.

Die Stromstärke wurde mit einem von Prof. Edlund¹⁾ construirten Galvanometer mit 40 Windungen von dickem, gut isolirtem Kupferdraht gemessen, welches sich besonders für Messungen bei starken electrischen Entladungen eignet. Durch Spiegelablesung wurde der bei so schneller Aufeinanderfolge der Inductionsströme constante Ausschlag als Mittel aus einer Reihe von mehreren Umkehrpunkten bestimmt. Der Abstand zwischen Spiegel und Scala betrug ungefähr 2,5 m, und die Scalentheilung war 2 mm. Die beobachteten Ausschläge überstiegen nicht 50 Scalentheile und können folglich als der Stromstärke proportional angenommen werden.

Bei jedem Druck wurde erst die Stromstärke i vor Einschaltung der Röhre in die Leitung beobachtet, dann nach Einschaltung der Röhre die Ausschläge für 13, 10, 7, 4 und 1 cm Abstand, sowie auch bei höherem Druck für 0,5 und 0,25 cm Abstand zwischen den Electroden, dann wurden die Ausschläge für dieselben Entfernungen in umgekehrter Ordnung beobachtet und zuletzt wieder die Stromstärke nach Entfernung der Röhre aus der Leitung. Der Druck wurde

1) Edlund, Pogg. Ann. 136. p. 337. 1869.

sowohl vor, wie nach jeder Versuchsreihe beobachtet. Die niedrigsten Drucke konnten nicht hinlänglich constant erhalten werden, nicht sowohl weil die Röhren undicht waren, sondern auch weil nach dem Pumpen Luft aus den inneren Korken oder aus den Electroden oder vom Glase beim Durchströmen der Electricität ausgetrieben wurde. Es wurden folgende Resultate erzielt.

| Druck in mm | 0,050 -0,062 | 0,095 -0,103 | 0,34 -0,39 | 1,15 -1,19 | 2,0 | 5,3 | 11 |
|------------------------------------|-----------------|-----------------|---------------|---------------|-----------|-----------|-----------|
| i ¹⁾ | 35,3 35,1 | 35,2 35,1 | 34,7 34,3 | 35,0 35,0 | 34,8 34,7 | 32,4 32,2 | 32,7 33,0 |
| Abstand zwischen den Electroden | | | | | | | |
| 13 cm | 0,3 1,1 | 1,4 1,5 | 3,3 3,0 | 4,8 3,9 | 4,7 4,4 | 5,0 4,6 | 3,8 3,5 |
| 10 " | — — | 1,1 1,4 | 2,9 3,1 | 4,0 3,7 | 4,8 4,6 | 5,6 5,3 | 4,4 4,5 |
| 7 " | 1,0 1,1 | 1,7 2,1 | 2,9 3,0 | 3,8 4,0 | 4,8 4,8 | 6,2 6,0 | 5,8 5,7 |
| 4 " | — — | 1,9 1,8 | 2,8 3,3 | 4,1 4,1 | 5,0 4,8 | 7,3 7,0 | 8,0 8,1 |
| 2 " | — — | — — | — — | — — | — — | — — | — — |
| 1 " | 0,8 — | 1,6 — | 3,2 3,5 | 4,0 4,0 | 4,9 4,9 | 7,9 8,1 | 10,9 10,9 |

| Druck in mm | 18 | 28 | 62 | 110 | 188 | 288 |
|------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| i | 35,5 34,3 | 33,6 32,6 | 34,1 34,2 | 34,8 34,8 | 34,7 34,5 | 34,2 34,0 |
| Abstand zwischen den Electroden | | | | | | |
| 13 cm | 2,9 2,6 | 1,9 1,7 | 0,2 0,3 | 0,0 — | — — | — — |
| 10 " | 3,6 3,4 | 2,7 2,4 | 0,6 0,6 | 0,0 0,0 | — — | — — |
| 7 " | 4,8 4,5 | 3,6 3,5 | 1,8 1,5 | 0,2 0,4 | 0,0 0,0 | 0,0 — |
| 4 " | 8,0 7,8 | 6,5 6,4 | 3,6 3,2 | 1,6 1,6 | 0,9 0,6 | 0,1 0,2 |
| 2 " | — — | — — | 6,7 | 5,8 5,7 | 4,1 4,1 | 1,5 1,6 |
| 1 " | 13,3 13,5 | 13,2 12,9 | 12,2 12,2 | 10,5 10,3 | 8,3 8,2 | 7,0 6,7 |
| 0,5 " | — — | — — | 14,7 15,2 | 14,0 13,5 | 12,1 12,0 | 9,6 9,4 |
| 0,25 " | — — | — — | 17,0 — | 16,2 16,0 | 14,2 — | 13,3 — |

Die Uebereinstimmung zwischen den Ausschlägen unter gleichen Bedingungen ist sehr gut. Ebenso war der Ausschlag der Nadel während der Dauer des Stromes sehr constant. Es schienen sich hier also keine störenden Einflüsse durch Erwärmung oder Veränderung der Electroden im Gase während der Dauer des Stromes geltend zu machen. In der folgenden Tabelle ist das Mittel der angeführten Ausschläge auf eine und dieselbe Stromstärke $i = 34$ reducirt²⁾, angegeben.

1) Stromstärke bei Ausschaltung der Entladungsröhre aus der Leitung.

2) Bei einem Vorversuch zeigten sich die Ausschläge mit der Entladungsröhre in der Leitung der Stromstärke (i) bei Ausschaltung der Röhre ziemlich proportional.

| Druck in mm | | 0,056 | 0,099 | 0,37 | 1,17 | 2,0 | 5,3 | 11 |
|------------------------------------|-------|-------|-------|------|------|-----|-----|------|
| Abstand zwischen den Electroden | 13 cm | 0,7 | 1,4 | 3,1 | 4,0 | 4,5 | 5,1 | 3,8 |
| | 10 " | — | 1,2 | 3,0 | 3,7 | 4,6 | 5,7 | 4,6 |
| | 7 " | 1,0 | 1,8 | 2,9 | 3,8 | 4,7 | 6,4 | 5,9 |
| | 4 " | — | 1,8 | 3,0 | 4,0 | 4,8 | 7,5 | 8,3 |
| | 2 " | — | — | — | — | — | — | — |
| | 1 " | 0,8 | 1,6 | 3,3 | 3,9 | 4,8 | 8,4 | 11,3 |

| Druck in mm | | 18 | 28 | 62 | 110 | 188 | 288 |
|------------------------------------|--------|------|------|------|------|------|------|
| Abstand zwischen den Electroden | 13 cm | 2,7 | 1,8 | 0,2 | — | — | — |
| | 10 " | 3,4 | 2,6 | 0,6 | — | — | — |
| | 7 " | 4,5 | 3,6 | 1,6 | 0,3 | — | — |
| | 4 " | 7,7 | 6,6 | 3,4 | 1,6 | 0,7 | 0,1 |
| | 2 " | — | — | 6,7 | 5,6 | 4,0 | 1,5 |
| | 1 " | 13,1 | 13,4 | 12,2 | 10,2 | 8,1 | 6,8 |
| | 0,5 " | — | — | 14,9 | 13,5 | 11,9 | 9,5 |
| | 0,25 " | — | — | 17,0 | 15,7 | 14,0 | 13,3 |

Nach diesen Tabellen sind die Ausschläge bei Drucken unter 2 mm im ganzen unabhängig vom Abstände zwischen den Electroden, vermindern sich aber mit abnehmendem Druck. Bei höherem Druck dagegen nehmen die Ausschläge ab, wenn der Abstand grösser wird, und zwar um so mehr, je höher der Druck ist. Bei den niedrigsten Drucken wächst also der Widerstand mit der Verdünnung unabhängig vom Abstände zwischen den Electroden, bei höherem Druck nimmt er mit diesem Abstände zu, und dies um so mehr, je höher der Druck ist. Diese Erscheinungen stimmen vollkommen mit der Annahme überein, dass der Widerstand der Luft, welcher mit dem Abstände zwischen den Electroden wachsen muss, mit abnehmendem Druck stetig abnimmt, dass aber an den Electroden ein von dem Abstände zwischen ihnen wenig abhängiger Widerstand auftritt, der bei grosser Verdünnung stark zunimmt.

Die Regelmässigkeit in dem beobachteten Phänomen tritt bei Betrachtung der Curven auf Taf. I, Fig. 3 deutlich hervor. Die Abscissen bezeichnen die Abstände zwischen den Electroden, die Ordinaten die Ausschläge. Die neben den Curven stehenden Ziffern geben den jeder Curve entsprechenden Druck an. Nur bei höherem Druck sind die Curven an

einigen Stellen etwas seitwärts von den verrechneten Punkten gezogen.

Da also die erhaltenen Beobachtungsergebnisse sehr regelmässig zu sein scheinen, wollen wir eine nähere Bestimmung der gesuchten Widerstände im Luftraume versuchen, müssen jedoch einige Worte über die Natur des Widerstandes bei Gasen vorausschicken.

II. Es leuchtet sofort ein, dass sich der Widerstand bei Gasen wesentlich anders verhält, als der Widerstand bei festen Leitern. Während bei den letzteren auch die kleinste electromotorische Kraft einen Strom erzeugen kann, ist bei Gasen eine gewisse Spannung an den Electroden erforderlich, ehe die Electricität durchgehen kann. So wurde auch bei den bekannten Versuchen von G. Wiedemann und Rühlmann¹⁾, und später von G. Wiedemann²⁾ die electricische Spannung sehr genau bestimmt, welche zur Entladung in den verschiedenen Fällen erforderlich war. Auf die Frage, in welcher Weise die Fortpflanzung der Electricität durch Gase geschieht und auf die damit zusammenhängende Frage über das Wesen des Widerstandes bei Gasen gehen wir nur insofern näher ein, als dies für die von uns beabsichtigten quantitativen Bestimmungen unbedingt nothwendig ist. Dasselbe gilt von den Lichterscheinungen bei der Entladung. Wir beachten hier nur einige Versuche mit continuirlichem Strom³⁾ von grossen galvanischen Säulen.

Nach Warren de la Rue und Hugo Müller⁴⁾, sowie Hittorf⁵⁾ bleibt bei verschiedenen Stromstärken die Potentialdifferenz an den Electroden einer Entladungsröhre constant, auch wenn die Stromstärke über hundertmal vergrössert wurde. Wenn man also den Widerstand bei Gasen mit dem Wider-

1) G. Wiedemann u. Rühlmann, Pogg. Ann. 145. p. 235 u. 364. 1872.

2) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 158. p. 35 u. 252. 1876.

3) Vgl. Hittorf, Wied. Ann. 7. p. 553. 1879; 20. p. 705. 1883. Hertz, Wied. Ann. 19. p. 782. 1883.

4) Warren de la Rue u. H. Müller, Phil. Trans. 169. p. 155. 1878.

5) Hittorf, Wied. Ann. 7. p. 553. 1879.

stand von festen Leitern direct vergleicht, würde er der Stromstärke i umgekehrt proportional sein, also:

$$i = \frac{E}{R + \frac{r}{i}},$$

wo E die electromotorische Kraft, R der Widerstand in der festen Leitung, und r der Widerstand des Gases bei der Stromstärke i ist. Die angeführte Formel ist identisch mit: $i = (E - r) / R$.

In dieser Form ist die Formel durch zwei Versuche von Varley¹⁾ mit einer Geissler'schen Röhre mit Wasserstoffgas und Aluminiumringen als Electroden bestätigt worden.

Diese Verhältnisse erklärt Edlund auf eine einfache und natürliche Weise nach seiner unitarischen Aethertheorie.²⁾ Wir behandeln dies nicht näher. Uns ist zunächst von Wichtigkeit, zu wissen, inwieweit der Widerstand an den Electroden und der Widerstand der Gase selbst quantitativ miteinander vergleichbar sind. Bei den angeführten Untersuchungen von Varley, Hittorf, Warren de la Rue und Hugo Müller verhält sich der ganze Widerstand im Gasraume, wo bald der Uebergangswiderstand an den Electroden, bald der Widerstand des Gases überwiegt, immer auf die angegebene Weise. Später hat jedoch Hittorf³⁾ bei Versuchen mit seiner Chromsäurebatterie und mit einem Condensator gefunden, dass die Potentialdifferenz zwischen der Kathode und einem Punkte vor derselben mit der Stromstärke ein wenig zunimmt, wenn nicht die Kathodenfläche gross genug ist, um es dem Glimmlichte zu erlauben, sich mit wachsender Stromstärke frei über eine grössere Fläche der Kathode auszubreiten. Die Potentialdifferenz zwischen

1) Varley, Proc. Roy. Soc. 17. p. 236. 1871.

2) Edlund, Théorie des phénomènes électriques, K. Sv. Vet. Akad. Handl. 12. Nr. 8. 1874; Pogg. Ann. 148. p. 421. 1873; Bihang till K. Sv. Vet. Akad. Handl. 6. Nr. 7. 1881; Wied. Ann. 15. p. 165. 1882. Vgl. G. Wiedemann, Pogg. Ann. 145. p. 237. 1872; 158. p. 35. 1876. Naccari u. Bellati, Beibl. 2. p. 720. 1878. E. Wiedemann, Wied. Ann. 10. p. 202. 1880; 20. p. 756. 1883.

3) Hittorf, Wied. Ann. 20 p. 705. 1883 u. 21. p. 90. 1884.

Punkten in dem positiven Lichte war dagegen constant. Diesen letzteren Versuchen nach scheint es, dass der Widerstand des Gases und der an den Electroden auf verschiedene Weise von der Stromstärke abhängig sein kann. Bei unseren Versuchen dürfte sich, wie eine Voruntersuchung zeigt, eine grössere Verschiedenheit in dieser Hinsicht nicht gezeigt haben.

Die Entladungsröhre bei dem Vorversuche hatte 2 cm im Durchmesser, 10 cm zwischen den inneren Korken. Im übrigen wurden die Versuche ganz auf dieselbe Weise und mit ganz gleichen Electroden ausgeführt, wie die oben beschriebenen, nur dass die Stromstärke, und zwar durch Veränderung des Widerstandes in der inducirenden Leitung, verändert wurde. Dabei blieb, abgesehen von kleinen Abweichungen, das Verhältniss zweier Ausschläge, wenn diese nicht sehr verschieden waren, dasselbe, wie man auch die Stärke des angewandten Stromes verändern mochte. Da also zwei einander gleiche Ausschläge, von welchen der eine bei höherem, der andere bei niedrigem Drucke erhalten wurde, unter so verschiedenen Verhältnissen, wie bei den angewandten ungleichen Inductionsströmen, immer fast gleich blieben, so deutet dies jedenfalls darauf hin, dass der Widerstand an den Electroden und der eigene Widerstand des Gases in gleicher Weise von der Stromstärke abhängig waren.

Edlund¹⁾ nimmt an, dass dieser Uebergangswiderstand mehr von einer electromotorischen Gegenkraft an der Uebergangsstelle herrührt, ähnlich wie beim Lichtbogen. Wenn nun der Widerstand an den Electroden, den wir mit e bezeichnen, von einer electromotorischen Kraft, die während der Dauer des Stromes wirkt, ausgeübt wird, so muss derselbe in die angeführte Formel als Subtrahend von E aufgenommen werden, ebenso wie der Widerstand des Gases r . Dies widerspricht also nicht dem, was die oben angeführten

1) Edlund, K. Sv. Vet. Akad. Handl. 19. Nr. 2. 1881; 20. Nr. 1. 1882. Wied. Ann. 15. p. 514. 1882. Ann. de chim. et de phys. (5) 27. p. 114. 1882. Öfr. Sv. Vet. Akad. Forh. 1867. Nr. 7 u. 10. 1868; Nr. 1 u. 5. Pogg. Ann. 131. p. 250; 134. p. 337. 1868.

Ann. d. Phys. u. Chem N. F. XXVI.

Untersuchungen ergeben, dass nämlich der Widerstand an den Electroden und der der Gase selbst quantitativ miteinander vergleichbar sind.

III. Wir wenden uns zur Bestimmung des eigenen Widerstandes der Luft und des an den Electroden in der Versuchsreihe in Cap. I und setzen bis auf weiteres den ersteren Widerstand dem Abstände zwischen den Electroden proportional, den letzteren davon unabhängig. Beim Vergleich des Totalwiderstandes innerhalb der Entladungsröhre in den verschiedenen Fällen nehmen wir nur an, dass der Widerstand in zwei Fällen gleich ist, wenn der Ausschlag für den durchgehenden Strom in beiden Fällen gleich ist, was mit den Vorversuchen, Cap. II, übereinstimmt.

Wenn nun bei einem gegebenen Druck und einem Abstände a_1 zwischen den Electroden der Ausschlag für dieselbe Stromstärke dem Ausschlage bei einem anderen Drucke und Abstände a_2 zwischen den Electroden gleich ist, in welchem Falle die entsprechenden Widerstände gleich gesetzt werden, und wenn eine Vergrösserung des Abstandes zwischen den Electroden mit der Länge b_1 beim ersten Drucke dieselbe Herabsetzung der Stromstärke hervorruft, wie eine Vergrösserung der Schlagweite mit der Länge b_2 beim letzteren Drucke, so wird der Widerstand in einer Luftsäule von der Länge b_1 beim ersten Drucke dem Widerstande in einer Säule von der Länge b_2 beim letzteren gleichgesetzt; der Widerstand der Längeneinheit verhält sich folglich beim letzteren Drucke zu dem beim ersten wie b_1 zu b_2 . Nennen wir also den Widerstand an den Electroden beim ersten Drucke e_1 , beim letzteren e_2 , den Widerstand in einer Luftsäule von der Länge Eins beim ersten Drucke r_1 , beim letzteren r_2 , so haben wir folgende Gleichungen zwischen den beiden gleichen Widerstandspaaren:

$$\begin{cases} e_1 + a_1 r_1 = e_2 + a_2 r_2 \\ e_1 + (a_1 + b_1) r_1 = e_2 + (a_2 + b_2) r_2, \end{cases}$$

folglich:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{b_1}{b_2},$$

wie oben angegeben.

Mit Hülfe der Curven auf Taf. I Fig. 3 lässt sich jetzt bestimmen, bei welchem Abstände zwischen den Electroden bei verschiedenem Druck gleiche Ausschläge erfolgen. Die Ausschläge 5,1 und 8,4 z. B., welche wir beim Druck von 5,3 mm für die Abstände 13 und 1 cm zwischen den Electroden erhalten, würden bei 11 mm Druck für die Abstände 8,6 und 3,9 cm erfolgen. Eine Luftsäule von der Länge 8,6—3,9 cm bei 11 mm Druck übt also denselben Widerstand aus, wie eine Luftsäule von der Länge 13—1 cm bei 5,3 mm Druck. Auf diese Weise können wir von Druck zu Druck weitergehen, und bei zwei aufeinander folgenden Drucken die Länge zweier (möglichst langen) Luftsäulen bestimmen, welche bei den betreffenden Drucken gleiche Widerstände leisten. Bezeichnen wir den Widerstand bei einer Luftsäule von 1 cm Länge mit r und setzen bei 5,3 mm Druck $r = 5,3$, so erhalten wir auf diese Weise:

| | | | | | |
|---------------|--------|-------|-----|-----|---|
| Bei Druck von | 5,3 mm | $r =$ | | $=$ | 5,3 |
| " | " | " | 11 | " | $r = \frac{13-1}{8,6-3,9} \cdot 5,3 = 13,5$ |
| " | " | " | 18 | " | $r = \frac{13-1}{8,7-1,8} \cdot 13,5 = 23,5$ |
| " | " | " | 28 | " | $r = \frac{13-1}{9,4-1,1} \cdot 23,5 = 34,0$ |
| " | " | " | 62 | " | $r = \frac{13-1}{6,5-0,7} \cdot 34,0 = 70,0$ |
| " | " | " | 110 | " | $r = \frac{10-0,5}{6,1-0,4} \cdot 70,0 = 117,0$ |
| " | " | " | 188 | " | $r = \frac{5,8-0,6}{4,0-0,4} \cdot 117,0 = 169,0$ |
| " | " | " | 288 | " | $r = \frac{4,0-0,6}{2,6-0,4} \cdot 169,0 = 261,0$ |

Wir suchen jetzt den Werth des Uebergangswiderstandes (e) an den Electroden zu bestimmen.

Mit Hülfe der Curven auf Fig. 3, Taf. I kann bei jedem der gegebenen Drucke bestimmt werden, welcher Abstand (l) zwischen den Electroden einem gegebenen Ausschlage entspricht; folglich auch, wenn die Werthe für e und r bekannt wären, welcher Widerstand ($e + lr$) dem betreffenden Ausschlage entspräche. Kennen wir den Werth (e_1) für den Uebergangswiderstand e bei einem Druck, so würde der Werth

bei einem anderen Druck leicht zu erhalten sein, wenn wir ihn (e_2) so bestimmten, dass die Widerstände ($e_1 + l_1 r_1$ und $e_2 + l_2 r_2$), welche bei diesen Drucken zwei gleichen Ausschlägen entsprechen, gleich gross würden. Wir bestimmen jedoch die Werthe auf e ein wenig anders. Wir setzen e mit demselben Maasse gemessen wie r , gleich 60 beim Druck von 62 mm¹⁾ und bestimmen die Werthe bei den übrigen Drucken so, dass sie für mehrere verschiedene Ausschläge, die

1) Dem Ausschlag 17 bei 62 mm Druck entspricht ein Abstand von 0,25 cm zwischen den Electroden; der Widerstand im Entladungsrohr ist folglich den obigen Annahmen nach gleich $e + 0,25 r$ oder für $r = 70$ gleich $e + 17,5$ zu setzen. Wenn dieser Widerstand, d. h. hier die ganze Entladungsröhre, aus der Leitung ausgeschaltet wird, so erhalten wir den Ausschlag 34. Durch starke Approximation lässt sich nun die Grösse des Luftwiderstandes berechnen, welcher diesem $e + 17,5$ entspricht.

Wie aus den Curven ersichtlich ist, wird für gleiche Zunahme des Ausschlages die entsprechende Differenz zwischen den Schlagweiten immer kleiner, wenn der Ausschlag zunimmt. Die Widerstände, welche successive entfernt werden müssen, um den Ausschlag um dieselbe Quantität zu verstärken, müssen also immer kleiner und kleiner genommen werden. Der Widerstand, welcher bei 62 mm Druck den Ausschlag von 17 auf 15 Scalentheile bringt, wird für $r = 70$ gleich $0,24 \cdot 70 = 16,8$ gesetzt (die Schlagweite muss ungefähr um 0,24 cm vergrössert werden). Die Widerstände, welche successive entfernt werden müssen, um den Ausschlag von 17 auf 19, von 19 auf 21 u. s. w. Scalentheile zu bringen, dürften etwa in der Weise abnehmen, dass jeder folgende Widerstand acht bis neun Zehntel des vorhergegangenen beträgt. Die Summe dieser neun Widerstände, welche entfernt werden müssen, um den Ausschlag von 17 auf 34 (eigentlich 35) Scalentheile zu bringen, würde dann zwischen folgenden Grenzen liegen:

$$(0,9 + 0,9^2 + \dots + 0,9^9) \cdot 16,8 = \frac{0,9 - 0,9^{10}}{1 - 0,9} \cdot 16,8 = 92,4$$

$$(0,8 + 0,8^2 + \dots + 0,8^9) \cdot 16,8 = \frac{0,8 - 0,8^{10}}{1 - 0,8} \cdot 16,8 = 58,2.$$

Wir haben also für den Widerstand $e + 17,5$:

$$58,2 < e + 17,5 < 92,4$$

und setzen annähernd:

$$e = 60.$$

Uebrigens könnte bei Versuchen mit Inductionsströmen der Uebergangswiderstand an den Electroden auch ganz rationell bestimmt werden, indem zwei Gasräume hintereinander in die Leitung eingeführt werden; der Uebergangswiderstand in der einen Röhre wäre demjenigen Gaswiderstande in der anderen Röhre gleich, welcher ihn compensiren würde, wenn die Röhre aus der Leitung entfernt wird.

für einen und denselben Ausschlag berechneten Widerstandswerte bei verschiedenem Druck einander so gleich wie möglich machen. Wenn nämlich die bei der Berechnung von r gemachten Voraussetzungen, dass der eine Theil des Widerstandes im Entladungsrohr der Schlagweite proportional, der andere von derselben unabhängig ist, richtig sind, so lassen sich Werthe für e finden, welche die eben erwähnten Widerstandswerte für einen jeden Ausschlag ganz gleich machen. Mit den unten angegebenen Werthen für e und den früher erhaltenen, ebenfalls angeführten Werthen für r erhalten wir auf diese Weise folgende Werthe für die Widerstände, welche bei den Drucken über 5,3 mm als den unten angeführten Ausschlägen entsprechend berechnet werden. (Die Ausschläge 0,9, 1,6, 3,0, 3,8 4,8 sind gleich den Mittelwerthen der Ausschläge bei Druck unter 5,3 mm, worüber hier unten mehr.)

| Druck in mm | 5,3 | 11 | 18 | 28 | 62 | 110 | 188 | 288 |
|-------------|-----|------|------|------|------|-----|-----|-----|
| r | 5,3 | 13,5 | 23,5 | 34,0 | 70,0 | 117 | 169 | 261 |
| e | 174 | 126 | 96 | 78 | 60 | 36 | 21 | 15 |
| Ausschlag | | | | | | | | |
| 0,9 | — | — | — | — | 686 | 679 | 680 | 680 |
| 1,6 | — | — | — | — | 543 | 539 | 534 | 539 |
| 3,0 | — | — | 387 | 364 | 367 | 365 | 375 | 372 |
| 3,8 | — | 302 | 301 | 302 | 305 | 305 | 318 | 312 |
| 4,8 | 254 | 254 | 251 | 256 | 256 | 270 | 276 | 268 |
| 5,8 | 224 | 223 | 225 | 228 | 228 | 240 | 249 | 247 |
| 7,0 | 203 | 201 | 202 | 204 | 202 | 213 | 220 | 221 |
| 8,4 | 179 | 179 | 178 | 180 | 178 | 184 | 179 | 184 |
| 10,0 | — | 157 | 155 | 155 | 154 | 156 | 151 | 150 |
| 12,0 | — | — | 131 | 129 | 130 | 134 | 119 | 122 |
| 13,1 | — | — | 119 | 116 | 116 | 108 | 99 | 104 |

Bei Druck unter 100 mm ist die Uebereinstimmung zwischen den erhaltenen Widerstandswerten, welche ein und demselben Ausschlage entsprechen, ganz vollständig; bei höherem Druck zeigen sich kleine Abweichungen. Die erwähnte Uebereinstimmung bestätigt also vollkommen die Richtigkeit der Voraussetzungen bei der Berechnung von r und e : dass nämlich der Widerstand im Luftraume in zwei Theile getheilt werden kann, von welchen der eine Theil dem Abstände zwischen den Electroden proportional, der andere von demselben unabhängig ist.

Ferner wurde angenommen, dass der erstere Theil des Widerstandes vom Widerstande in der Luft gebildet würde, der letztere von einem Widerstande an den Electroden. Dass der Widerstand der Luft der Länge der Gassäule proportional ist, ist nahezu selbstverständlich. Warren de la Rue und H. Müller¹⁾ fanden auch die Potentialdifferenz zwischen 12 und 17 Metallringen, welche in gleichen Abständen voneinander in Röhren mit Kohlensäure unter 1 mm Druck eingeführt waren, überall beinahe gleich, ausser bei den äussersten der Ringe, durch welche der Strom von 2400 Elementen eingeführt war, und wo die Differenz weit grösser war. Für den dunkeln Raum und das negative Glimmlicht treten andere Verhältnisse ein.²⁾

Bei niedrigeren Drucken, wo die Ausschläge von den Abständen zwischen den Electroden unabhängig sind, scheint es ferner, dass der Uebergangswiderstand (e) unzweifelhaft constant ist. Bei höherem Druck dürften erst bei einer Zerstäubung der Electroden Abweichungen hiervon eintreten. Bei unseren Versuchen wurde aber keine Schwärzung der Glasröhre bemerkt, welche auf Zerreiassung der Electroden gedeutet hätte, ausser nach wiederholter Benutzung bei höchstem Drucke und kleinen Abständen zwischen den Electroden; ebenso begann die Entladung erst bei den beiden höchsten Drucken eine schärfer begrenzte funkenartige Form anzunehmen, wie dies bei der Gegenwart von Metallgas bei der Entladung der Fall ist. Wir führen also hier als Ganzes die Werthe für r und e an, welche den Widerstand einer 1 cm langen Luftsäule, sowie den Uebergangswiderstand an den Electroden repräsentiren. Der Fehler bei der ersten annähernden Bestimmung von e wirkt bei jedem Druck mit derselben Quantität vergrössernd oder vermindernd, sodass also bei niedrigem Druck der Fehler im Vergleich mit den grossen Werthen für e klein wird. Die Werthe für r sind bei den niedrigen Drucken zu klein, besonders im Verhältniss zu den grossen Werthen für e , um bei diesen Spannungen bestimmt werden zu können.

1) Warren de la Rue u. H. Müller, Phil. Trans. 169. p. 155. 1878.

2) Hittorf, Wied. Ann. 20. p. 705. 1883.

| Druck in mm | 0,056 | 0,099 | 0,37 | 1,17 | 2,0 | 5,3 | 11 | 18 | 28 | 62 | 110 | 188 | 288 |
|----------------|-------|-------|------|------|-----|-----|------|------|------|------|-----|-----|-----|
| r | — | — | — | — | — | 5,3 | 13,5 | 23,5 | 34,0 | 70,0 | 117 | 169 | 261 |
| e | 684 | 540 | 366 | 303 | 248 | 174 | 126 | 96 | 78 | 60 | 36 | 21 | 15 |

Die Resultate sind auf Taf. I, Fig. 4 graphisch dargestellt (Curven r_1 und e_1). Die Abscissen bezeichnen die Drucke in Millimetern, die Ordinaten die für r und e erhaltenen Werthe. Der Widerstand r_1 der Luft wächst nahezu proportional mit dem Drucke erst von 5,3 mm bis ungefähr 60 mm Druck ein wenig schneller, dann aber etwas langsamer, als dessen Verhältniss entspricht. Der Widerstand an den Electroden e dagegen wächst mit der Verdünnung immer schneller. Er scheint also beliebig grosse Werthe erreichen zu können, wenn nur der Luftdruck hinreichend nahe Null genommen wird.

IV. Bei den eben beschriebenen Versuchen war ein Funkenmikrometer in die Leitung eingeschaltet worden, um den Schliessungsstrom am Durchgang zu hindern. Um aber jede Unterbrechungsstelle ausserhalb der Entladungsröhre zu vermeiden, wurde jetzt das Funkenmikrometer entfernt und die Stärke eines einzigen Unterbrechungsstromes mit einem Weber'schen Galvanometer mit vielen Windungslagen durch Beobachtung des ersten Nadelausschlages von der Ruhelage aus bestimmt. Die Unterbrechung des inducirenden Stromes wurde durch einen von Edlund¹⁾ construirten Interruptor bewerkstelligt, in welchem eine Platinnadel durch eine Spiralfeder aus einem Näpfchen mit Quecksilber und Alkohol herausgeschnellt wird. Die Leitung war auf beiden Seiten der Unterbrechungsstelle mit den Condensatorplatten des Inductoriums verbunden. Die Entladungsröhre war dieselbe wie vorher, die Batterie bestand gleichfalls aus vier Bunsen'schen Elementen. Die Stärke des inducirenden Stromes wurde aber nur halb so gross, wie bei dem vorhergehenden Versuche gewählt. Die Beobachtungen wurden bei denselben Abständen zwischen den Electroden und in derselben Ordnung wie beim genannten Versuche angestellt.

1) Edlund, K. Sv. Vet. Akad. Handl. 20. Nr. 1. 1882.

In jedem Falle wurden drei Beobachtungen gemacht, von denen das Mittel in der nachstehenden Tabelle angeführt ist. Zur Beobachtung der Stromstärke i nach Entfernung der Röhre aus der Leitung wurde eine Brücke vor dem Galvanometer eingeführt.

| Druck in mm | | 0,018—0,02 | 0,084 | 0,24 | 1,03 | 5,3 |
|------------------------------------|-------|------------|---------|---------|-----------|-----------|
| i | | 630 | 635 | 648 640 | 676 671 | 660 676 |
| Abstand zwischen den Elektroden | 13 cm | 0 | 1,4 1,4 | 7,4 6,1 | 9,3 9,2 | 9,5 10,0 |
| | 10 " | — | — | — | 9,0 9,2 | 10,9 11,5 |
| | 7 " | 0 | 3,0 | 8,0 6,4 | 10,2 10,3 | 13,3 15,1 |
| | 4 " | — | — | — | 9,7 10,9 | 17,5 16,0 |
| | 2 " | — | — | — | — | — |
| | 1 " | 0 | 2,5 | 7,0 | 9,7 10,6 | 20,2 22,5 |

| Druck in mm | | 26 | 61 | 115 | 202 | 299 |
|-------------|-----------|---------|-----------|---------|---------|---------|
| i | | 625 615 | 636 627 | 664 656 | 660 640 | 656 632 |
| 13 cm | 1,9 2,3 | 0,3 ? — | — | — | — | — |
| 10 " | 3,9 3,5 | 0,7 ? — | — | — | — | — |
| 7 " | 6,2 5,7 | 1,1 — | 0 0,1? | — | — | — |
| 4 " | 11,7 10,4 | 3,5 — | 1,1 1,1 | 0 0 | — | — |
| 2 " | — 22,4 | 9,9 — | 5,2 4,2 | 1,4 1,8 | 0,2? 0 | — |
| 1 " | 35,7 | 21,0 — | 14,7 14,3 | 8 8 | 2,5 1,3 | — |
| 0,5 " | — | 36,7 — | 23,2 24,5 | 16 14 | 6,9 6,4 | — |
| 0,25 " | — | — | 29,9 — | — | 11 12 | — |

Die Uebereinstimmung zwischen den Mittelausschlägen unter gleichen Bedingungen ist ziemlich befriedigend. Die einzelnen Beobachtungen weichen dagegen etwas von den genannten Mittelwerthen ab, jedoch selten über 5 Proc. Der Versuch liefert also in dieser Beziehung weniger zuverlässige Resultate, als die im vorigen Capitel beschriebenen. Dies ist leicht erklärlich; da hier für jede Messung nur eine Entladung genommen wird, so muss der Einfluss störender Umstände hier auch mehr variiren, als wenn die Entladungen dicht aufeinander folgen, und der Ausschlag ebenso wie für den constanten Strom berechnet wird. Die Erscheinungen treten jedoch bei diesem Versuche vollkommen auf dieselbe Weise hervor, wie bei dem Versuche mit dem Funkenmikrometer in der Leitung, wie sich auch bei graphischer Darstellung ergibt. Bei der Berechnung von r und e verfahren

wir ganz wie bei den früheren Versuchen.¹⁾ Auf diese Weise sind die folgenden Werthe r und e erhalten, welche auch auf Taf. I Fig. 4 (Curven r_2 und e_2) graphisch dargestellt sind.

| Druck in mm | 0,084 | 0,24 | 1,03 | 5,3 | 26 | 61 | 115 | 202 | 299 |
|-------------|-------|------|------|-----|------|----|-----|-----|-----|
| r | — | — | — | 5,3 | 24,9 | 63 | 108 | 192 | 312 |
| e | 393 | 225 | 183 | 117 | 66 | 60 | 54 | 39 | 93 |

Die Resultate stimmen ganz mit den früheren. Die letzterwähnten Versuche zeigen sogar bei höheren Drucken bessere Uebereinstimmung.

Endlich wurden noch Versuche mit einer weiteren Röhre von 7 cm Durchmesser ausgeführt. Die Röhre hatte Metallböden mit einem Loche in der Mitte derselben. In diese Löcher wurden luftdicht zwei Glasröhren von 4 cm Länge eingekittet, jede mit zwei Korken und einem Oelraum, durch welche die früher angewandten Electroden in die Röhre ragten. Die Anordnungen und das Verfahren bei dem Versuche waren im übrigen unverändert dieselben, wie bei dem vorigen Versuche mit Funkenmikrometer in der Leitung. Es zeigte sich hierbei das eigenthümliche Verhältniss, dass bei Drucken unter 1 mm der Ausschlag sich nicht constant erhielt, sondern im Laufe der Beobachtung sich bedeutend verminderte. Da dies früher nicht bemerkt wurde, darf

1) Die Ausschläge variiren freilich, wie durch eine Versuchsreihe dargethan ist, mit i schneller, als dem directen Verhältniss entsprechend; die Fehler bei den kleinen Reductionen der Ausschläge werden aber nicht gross.

Ferner ist i bei diesen Versuchen im Verhältniss zu den Ausschlägen mit der Entladungsröhre in der Leitung ausserordentlich viel grösser, als bei dem Versuche im vorhergehenden Capitel, wo sich ein Funkenmikrometer beständig in der Leitung befand. In den beiden Versuchsreihen werden ferner die Differenzen zwischen den Ausschlägen mit wachsendem Abstände zwischen den Electroden immer kleiner, obgleich die Differenzen zwischen den erwähnten Abständen gleich sind. Der erste, auch geringe Gaswiderstand, welcher in die Leitung eines Inductionsstromes eingeführt wird, setzt also, wie das Funkenmikrometer, die Stromstärke ausserordentlich herab, jeder weitere Gaswiderstand wirkt in diesem Sinne viel schwächer. Dies beruht wohl auf dem Verlauf des Inductionsstromes.

man annehmen, dass die electroskopischen Verhältnisse in der Röhre während der Dauer des Stromes die Ursache der erwähnten Erscheinung waren. Bei Drucken unter 1 mm werden nicht die Ausschläge selbst, sondern die Grenzen, zwischen welche sie fielen, angegeben. Die Resultate waren folgende.

| Druck in mm | | 0,055—0,075 | | 0,110—0,130 | | 0,32—0,39 | | 1,4 | | 5,3 | |
|---------------------------------|-------|--|--|--|------|-----------|------|------|------|------|------|
| <i>i</i> | | 34,1 | 33,2 | 34,9 | 34,0 | 34,0 | 33,5 | 33,1 | 32,6 | 34,5 | 33,5 |
| Abstand zwischen den Electroden | 10 cm | Ausschlag variirend zwischen 0,6 und 1,6 | Ausschlag variirend zwischen 1,3 und 2,2 | Ausschlag variirend zwischen 2,2 und 3,5 | | | | 5,4 | 4,6 | 6,6 | 6,2 |
| | 7 " | | | | | | | 5,8 | 5,1 | 7,5 | 6,7 |
| | 4 " | | | | | | | 5,2 | 5,6 | 7,7 | 7,7 |
| | 2 " | | | | | | | 5,0 | 5,5 | — | — |
| | 1 " | | | | | | | 5,4 | 5,2 | 8,3 | 9,1 |
| | 0,5 " | | | | | | | 4,7 | 4,6 | 9,8 | — |

| Druck in mm | | 17 | | 32 | | 60 | | 108 | | 182 | |
|---------------------------------|-------|-------|------|-------|------|------|------|------|------|------|------|
| <i>i</i> | | 33,2 | 32,6 | 32,5 | 32,8 | 35,5 | 33,6 | 32,6 | 31,5 | 32,7 | 32,3 |
| Abstand zwischen den Electroden | 10 cm | 3,8 | 3,5 | 2,0 | 2,0 | 0,7 | 0,6 | 0,8 | 0,5 | 0,2 | — |
| | 7 " | 4,8 | 5,1 | 3,3 | 3,1 | 1,9 | 1,5 | 0,3 | 0,5 | 0,5 | — |
| | 4 " | 7,4 | 7,75 | 5,8 | 5,7 | 4,2 | 3,9 | 2,0 | 2,2 | 0,7 | — |
| | 2 " | — | — | 9,8 | 9,9 | 8,4 | 8,3 | 4,0 | 5,8 | 4,0 | — |
| | 1 " | 12,75 | 12,7 | 13,5 | 13,5 | 11,9 | 12,1 | 8,2 | 9,9 | 7,6 | — |
| | 0,5 " | — | — | 15,65 | — | 15,4 | — | 13,7 | — | 12,0 | — |

Das Phänomen zeigt in diesem Versuche vollständig denselben Verlauf, wie in den beiden vorhergehenden Experimenten, was auch die graphische Darstellung ergibt. Werden hierbei die Ausschläge auf dieselbe Stromstärke $i = 34$, wie bei dem erwähnten Versuche reducirt, so können, da die Anordnung der Ströme vollkommen dieselbe war, die Resultate dieser beiden Versuche direct miteinander verglichen werden, d. h. der Widerstand in der weiten Röhre kann dem in der schmalen Röhre gleich gesetzt werden, wenn die (reducirten) Ausschläge einander gleich sind. Wir wollen vorerst den Werth für r und e bei 17 mm Druck bestimmen, da bei 5,3 mm Druck die Curve nicht so regelmässig ist. Den Ausschlägen 3,8 und 13,1 für 10 und 1 cm Abstand zwischen den Electroden entsprechen nach der im

Capitel III enthaltenen Widerstandstabelle auf p. 69 die Widerstände 303 und 314; folglich haben wir:

$$e + 10r = 303, \quad e + 1r = 114;$$

daher ist: $r = 21, \quad e = 93.$

Diese Werthe stimmen nahezu mit den Werthen 23 und 96 für r und e bei dem Versuch mit der engen Röhre bei einem Druck von 18 mm überein. Bei den übrigen Drucken bestimmen wir, wie beim Versuche ohne Funkenmikrometer, die Werthe für e und r so, dass für mehrere verschiedene Ausschläge die für einen und denselben Ausschlag berechneten Widerstände bei verschiedenem Druck einander so gleich wie möglich werden. Auf diese Weise haben wir die unten angegebenen Werthe erhalten; die erwähnten, auf Grund dieser Werthe für r und e berechneten Widerstandswerthe stellen sich für alle, selbst die höchsten Drucke, als einander gleich heraus. Die erhaltenen Werthe für r und e sind folgende:

| Druck in mm | 0,065 | 0,122 | 0,36 | 1,4 | 5,3 | 17 | 32 | 60 | 108 | 182 |
|-------------|-------|-------|------|-----|-----|----|----|----|-----|-----|
| r | — | — | — | — | 4,8 | 21 | 36 | 55 | 87 | 140 |
| e | 540 | 441 | 345 | 240 | 150 | 93 | 72 | 63 | 57 | 39 |

Die Resultate sind auf Taf. I Fig. 4 (Curven e_3 und r_3) auf dieselbe Weise wie bei den vorhergehenden Versuchen graphisch dargestellt.

Danach sind die Werthe e_3 und r_3 nur etwas kleiner wie e_1 und r_1 für das enge Rohr. Der Widerstand in einer Entladungsröhre scheint also unabhängig oder nur wenig abhängig von der Weite der Röhre zu sein. Bei einem schliesslichen Vergleich der Resultate sämtlicher Versuche tritt bei Betrachtung der Curven klar hervor, dass die Widerstände r der Luft mit dem Drucke nahezu proportional wachsen. Die Werthe e (der Uebergangswiderstand an den Electroden) wachsen mit der Verdünnung mit zunehmender Geschwindigkeit.

V. Wir erwähnen noch einige Versuche zur Messung der für in den verschiedenen Fällen zur Entladung erforderliche electrische Spannung. Mit Anwendung desselben Inductariums wie vorher suchten wir zu bestimmen, welche Strom-

stärke zur Hervorrufung der Entladung erforderlich war. Dabei ergaben sich indess manche Schwierigkeiten, welche die Sicherheit der Beobachtungsergebnisse beeinträchtigen.

Der Widerstand im Luftraume war in ganz besonderem Grade davon abhängig, wie lange vorher eine Entladung stattgefunden hatte. Es konnte in einem Falle eines mehrfach stärkeren Stromes bedürfen, um durchzuschlagen, als in einem anderen Falle, wo die Schläge schneller aufeinander folgten, wahrscheinlich infolge der electroskopischen Verhältnisse in der Entladungsröhre, selbst noch, wenn ein Versuch 10, 20, 40 oder sogar 60 Minuten nach der letzten Entladung gemacht wurde.

Nach vielerlei Versuchen erhielten wir bei Anwendung des Foucault'schen Interruptors wenigstens einigermaßen zuverlässige Resultate. Während der Interruptor in voller Thätigkeit war, wurde mit Strömen begonnen, die leicht durchschlugen. Der Widerstand für den inducirenden Strom wurde allmählich durch Einschalten des Rheostatdrahtes vergrößert, bis die Inductionsströme aufhörten durchzuschlagen. Der Moment des Aufhörens konnte indess nicht mit wünschenswerther Genauigkeit fixirt werden. Die Röhre wurde nun aus der Leitung entfernt, und die Stromstärke mit dem früher gebrauchten Galvanometer in folgender Weise gemessen.

Wenn die Nadel ganz ruhig stand, wurde der inducirende Strom geschlossen. Als die Nadel wieder die Ruhelage passirte, wurde der Strom unterbrochen, und so bis zu zehnmal hintereinander. Die Dämpfung im Galvanometer war sehr gering, sodass der Ausschlag nahezu proportional der Zahl der Schliessungen wuchs. Der Abstand zwischen den Wendepunkten beim neunten und zehnten Ausschlage gibt das angegebene Maass der Stromstärke. Oft, besonders wenn Eile noth that, wurde der Strom auf Grund des Ausschlages einer Tangentenbussole oder des eingeführten Rheostatwiderstandes in der inducirenden Leitung durch Interpolation bestimmt. Die directe Messung des Inductionsstromes geschah überhaupt, um zu controliren, ob keine Veränderung z. B. bei einem Contact oder im Inductorium vorgegangen war.

Die Versuche wurden mit drei verschiedenen Entladungsröhren gemacht. Am besten glückten die Experimente mit derselben Röhre von 1 cm Durchmesser, wie bei den vorigen Versuchen. Bei zwei Röhren von 2 und 4 cm Durchmesser zeigte sich oft, dass es bei einem Abstände zwischen den Electroden unter 1 cm, oder bei der weiteren Röhre unter 2 cm eines stärkeren Stromes zur Entladung bedurfte, als bei etwas grösseren Abständen. Bei der dünneren Röhre wurde dies nur bisweilen bei niedrigsten Drucken und ganz kleinen Abständen bemerkt. Dass der Widerstand wachsen kann, wenn die Electroden einander sehr genähert werden, ist bekannt.¹⁾

Unter Beobachtung der grössten Gleichförmigkeit bei allen Operationen erhielten wir mit der engen Röhre die in der untenstehenden Tabelle angegebenen Resultate. Die Beobachtungen wurden bei den gleichen Abständen zwischen den Electroden wie vorher, erst in der angeführten Ordnung und dann in der entgegengesetzten von 1 bis 13 cm ausgeführt. Das Mittel von je drei Beobachtungen ist in der folgenden Tabelle angeführt. In der Columne für den nächst niedrigen Druck ist der Druck bei jeder Beobachtung in Parenthese angegeben. In den mit einem ○ bezeichneten Fällen hörte schon bei sehr starken Strömen, welche Ausschläge bis auf 130 Scalentheile gaben, das starke Lichtphänomen plötzlich auf; ihm folgte aber ein nur schwacher, allmählich abnehmender Schimmer, sodass die Grenze für das Aufhören des Stromes nicht bestimmt werden konnte.

In Anbetracht der grossen Empfindlichkeit der Entladungsphänomene in Gasen gegen fremde Einflüsse ist die Uebereinstimmung zwischen den Resultaten unter gleichen Bedingungen ziemlich befriedigend. Die Differenzen zwischen den einzelnen Beobachtungen und den oben angegebenen Mitteln konnten freilich bisweilen 5, oder bei kleineren Ausschlägen 10 Proc. dieser Mittel betragen, aber selten mehr. In letzterem Falle wurden mehrere Beobachtungen gemacht.

1) Vgl. Hittorf, Pogg. Ann. 186. p. 1 u. 197. 1869. E. Wiedemann, Wied. Ann. 20. p. 756. 1883.

| Druck in mm | 0,010 —0,015 | 0,027—0,032 | 0,100 —0,109 | 0,24—0,27 | 0,37—0,40 | 0,60 |
|----------------|-----------------|-------------|-----------------|-----------|-----------|-----------|
| 13 cm | 8 | 9 | 33,6 | 16,9 | 16,0 15,3 | 14,6 11,2 |
| 10 " | 8 | (0,032) 45 | 32,3 | 16,9 | 15,0 14,4 | 11,5 12,8 |
| 7 " | 80—95 | (0,031) 47 | 30,0 | 15,8 | 13,9 13,2 | 10,9 10,8 |
| 4 " | 80—95 | (0,030) 46 | 30,0 | 15,4 | 12,8 12,4 | 9,3 9,0 |
| 1 " | — | — | 33,0 | 15,4 | 12,4 11,8 | 7,6 7,7 |

| Druck in mm | 1,4 | 2,9 | 5,3 | 12,5 | 29,2 | 60,0 | 115 |
|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------|
| 13 cm | 13,0 12,7 | 13,5 13,5 | 15,8 19,1 | 24,6 25,8 | 43,5 — | 61,0 66,0 | 87,4 |
| 10 " | 11,0 9,8 | 12,5 11,7 | 13,4 15,8 | 21,9 21,6 | 36,0 38,5 | 55,4 58,0 | 75,5 |
| 7 " | 10,0 8,5 | 9,8 10,2 | 11,4 12,4 | 17,8 18,2 | 32,0 32,0 | 46,0 47,0 | 61,8 |
| 4 " | 7,8 7,2 | 7,5 7,6 | 8,0 10,0 | 14,2 14,2 | 23,0 23,5 | 39,2 33,2 | 50,5 |
| 1 " | 5,9 5,1 | 5,9 5,3 | 5,0 6,5 | 11,1 11,3 | 17,0 19,0 | 31,2 27,0 | 42,0 |

Bei Drucken über 0,26 mm wächst die zur Entladung erforderliche Stromstärke mit dem Abstand zwischen den Electroden um so mehr, je höher der Druck ist. Bei niedrigerem Druck lässt sich keine Ab- oder Zunahme des Ausschlages mit dem Abstände zwischen den Electroden bemerken; doch wächst der Ausschlag mit der Verdünnung sehr schnell. Das Phänomen zeigt also denselben Charakter wie bei den vorhergehenden Versuchen. Ferner sind die Differenzen zwischen den Ausschlägen bei einem und demselben Drucke überhaupt ziemlich gleich.

Die in jedem einzelnen Falle erzeugte Spannung an den Electroden lässt sich aus den uns bekannten Untersuchungen über den Verlauf und die Dauer der Inductionsströme bei geschlossener Leitung nicht sicher erkennen. Jedoch scheint besonders bei schneller und gleichmässiger Unterbrechung des Inductionsstromes (wie hier mit Anwendung des Foucault'schen Interruptors und Condensators) die bei offener Leitung an den Electroden erzeugte Spannung mit der Totalintensität bei Schliessung der Leitung nahezu proportional zu sein. Die erhaltenen Resultate tragen dazu bei, diese Annahme wahrscheinlich zu machen. Wenn nämlich die Ausschläge bei jedem Druck und bei sehr verschiedener Stromstärke bei gleicher Vergrösserung der Abstände zwischen den Electroden um gleich viel zunehmen, wie es hier annähernd der Fall ist, so müssen die Spannungen bei offener

Leitung der Stromstärke bei geschlossener Leitung proportional sein. Man dürfte also den Werth für die zur Entladung erforderliche Spannung durch die Formel $a + bl$ annähernd ausdrücken können, wobei a und b zwei Constanten sind, und l den Abstand zwischen den Electroden bezeichnet. Für a und b finden wir, wenn l in Centimetern gemessen ist, aus den obenstehenden Beobachtungen folgende relative Werthe.

| Druck in mm | 0,013 | 0,030 | 0,105 | 0,26 | 0,39 | 0,60 | 1,4 | 2,9 | 5,3 | 12,5 | 29,2 | 60,0 | 115 |
|----------------|-------|-------|-------|------|------|------|-----|-----|-----|------|------|------|-----|
| b | — | — | — | 0,16 | 0,32 | 0,45 | 0,6 | 0,7 | 1,0 | 1,2 | 2,2 | 3,0 | 4,0 |
| a | 90 | 50 | 31 | 15,3 | 11,5 | 7,45 | 4,8 | 4,8 | 4,9 | 9,6 | 15,3 | 25 | 35 |

Diese Resultate sind auf Taf. I Fig. 4 graphisch dargestellt, wobei die Werthe für a und b mit 5,3 multiplicirt sind, wodurch b bei einem Druck von 5,3 mm gleich 5,3, gleich r_1 und r_2 wird. Vergleichen wir die Resultate dieser Versuche mit den vorhergehenden, so zeigen sich einige Verschiedenheiten. Bei starker Verdünnung wächst a (der Widerstand an den Electroden) wie alle Werthe e mit der Verdünnung sehr schnell, er wächst aber ebenso von einem Minimum zwischen 2—5 mm mit zunehmendem Druck. Bei den Grössen e zeigt sich nur bei e_2 eine schwache Aehnlichkeit mit dem erwähnten Verhältniss, indem e_2 bei den höchsten angewandten Drucken von 200—300 mm mit dem Drucke ein wenig zunimmt. Der Werth b wächst, wie alle Werthe r , mit dem Drucke, aber viel langsamer, als die Grösse r , welche dem Drucke nahezu proportional ist.

Das Wachsen von a mit dem Drucke bei Drucken über 5 mm steht möglicherweise im Zusammenhang mit der Beobachtung von E. Wiedemann¹⁾, dass die Wärmeentwicklung in der Nähe der Electroden bei Entladung einer Electrisirmaschine bei Drucken über einigen Millimetern ebenfalls mit dem Druck wächst. Weiter tritt wahrscheinlich der Widerstand (a) hauptsächlich an der Anode auf, wie ja auch bei den erwähnten Versuchen E. Wiedemann's die Erwärmung an der Anode mit dem Druck schneller zunimmt, als die

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. 10. p. 202. 1880.

an der Kathode. Der Druck wurde jedoch nicht über 31 mm erhöht. Bei den früher erwähnten Versuchen von G. Wiedemann und Rühlmann¹⁾ war auch bei höheren Drucken ein viel grösseres Potential zur Einleitung einer Entladung erforderlich, wenn die positive Electrode mit der Electrisirmaschine verbunden und die negative zur Erde abgeleitet war, als bei der entgegengesetzten Art der Verbindung. Es ist auch möglich, dass der Uebergangswiderstand an den Electroden bei höherem Druck abnimmt, wenn der Abstand zwischen den Electroden vergrössert wird. Die Werthe a , als Uebergangswiderstand betrachtet, wären dadurch nur für kleinere Abstände zwischen den Electroden richtig, für grössere Abstände zu gross. Die Werthe b , als Luftwiderstand betrachtet, würden dagegen zu klein sein.

Diese Verschiedenheiten in den Resultaten der zuletzt beschriebenen Methode und den vorbergehenden wollen wir hier nicht weiter erklären. Es muss immer rationeller sein, den Widerstand bei Gasen zu bestimmen, wenn Ströme wirklich durchgehen, als auf Grund der zur Entladung erforderlichen Spannung; wie sich ja auch bei den hier beschriebenen Untersuchungen die Resultate in den Versuchen mit durchgehenden Strömen viel constanter und zuverlässiger zeigten, als bei den zuletzt angeführten Versuchen, die zur Entladung erforderliche Spannung zu bestimmen.

Auf Grund unserer Versuche mit durchgehenden Strömen ziehen wir aus den gemachten Untersuchungen den Schluss, dass man bei Leitung der Electricität durch verdünnte Luft den Widerstand im Luftraume in zwei Theile theilen kann, von welchen der eine, der eigene Widerstand der Luft, dem Abstände zwischen den Electroden proportional, der andere, der Uebergangswiderstand an den Electroden, von demselben unabhängig ist.

Der Widerstand der Luft, der unabhängig oder nur wenig von dem Querschnitt der Luftsäule abhängig ist,

1) G. Wiedemann u. Rühlmann, Pogg. Ann. 145. p. 235 u. 364. 1872. G. Wiedemann, Pogg. Ann. 158. p. 35 u. 252. 1876.

wächst stetig mit dem Druck, und zwar proportional oder nahezu proportional mit demselben. Die eigentlichen Bestimmungen wurden bei Drucken von 5,3 bis 200 und 300 mm gemacht. Bei niedrigeren Druckgraden ist der Widerstand der Luft, besonders im Verhältniss zum grossen Widerstand an den Electroden, zu klein, um gemessen zu werden.

Der Widerstand an den Electroden dagegen wächst mit der Verdünnung immer schneller. Bei der äussersten Verdünnung erreicht er so hohe Werthe, dass die Electricität selbst bei der stärksten Spannung nicht überschlagen kann, obgleich der Widerstand selbst hierbei sehr gering ist. Unsere Resultate stehen also durchaus in Uebereinstimmung mit der Annahme, dass das Vacuum ein guter Leiter für Electricität ist, und dass die Schwierigkeit, die Electricität bei starker Verdünnung zum Uberschlagen zu bringen, nur auf dem Vorhandensein eines bedeutenden Uebergangswiderstandes an den Electroden beruht.

Ich bin jetzt beschäftigt, die oben beschriebenen Untersuchungen mit constanten Strömen unter Anwendung einer Batterie von 1500 Bunsen'schen Chromsäureelementen fortzusetzen und werde mir erlauben, später auf diese Versuche zurückzukommen.

Helsingfors, im März 1885.

VIII. Ueber das Verhalten der Gasentladungen gegen einen glühenden Platinstreifen; von Karl Wesendonck.

(Hierzu Taf. I Fig. 5—12 a u. 12 b.)

Bei seinen Betrachtungen über die Kometen wurde Hr. Faye zu der Ansicht geführt, dass glühende Körper eine Repulsionskraft besässen, welche die Sonnenstrahlen bei ihrem Durchgange durch die Atmosphäre indessen verlören. Durch folgenden Versuch glaubte er die Existenz einer Abstossung seitens heisser Körper darthun zu können.¹⁾ Eine mit kugel-

1) Faye, Compt. rend. 1. p. 894 u. 960. 1860.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXVI.

förmigen Electroden versehene Glasglocke war in den Rand eines konischen Metallstückes eingekittet, auf dessen abgestumpfte Spitze ein kuppenförmiges rundes Platinblech von etwa 3 cm Durchmesser aufgelöthet sich befand. Hatte man die Luft so weit verdünnt, dass sich schöne Schichten zeigten, so dehnte sich beim Erhitzen des Platins mittelst eines Brenners der Lichtbogen allseitig aus und krümmte sich dann rasch abwärts, bis dass er Platin und Boden berührte. Alsdann aber beim weiteren Erhitzen, etwa bis zur dunkeln Rothgluth, welche Hr. Faye bei seinen Experimenten nicht überschreiten konnte, erschien über dem Blech und um dasselbe herum eine dunkle Kuppe, nach Ruhmkorff's Schätzung etwa $\frac{1}{2}$ cm hoch, welche die Schichten einfach durchschnitt und sich beim Abkühlen langsam wieder bis zum Verschwinden zusammenzog. Diesen dunkeln Raum denkt sich nun Hr. Faye so entstanden, dass die Abstossung des heissen Platins einen leeren Raum in der Umgebung desselben hervorruft, welcher den electricischen Entladungen den Durchgang nicht mehr gestattet. Wurde der Metallboden des Apparates mit dem Inductor verbunden, so zeigte sich, wenn jener als Anode diente, eine seitliche Abstossung des Lichtes. War der Boden dagegen Kathode, so hob sich das negative Glimmlicht beim Erhitzen von dem Blech hinweg und nahm dabei eine weissliche Färbung an, wie sie die mittleren Schichten des Lichtbogens zeigen. Faye bemerkt ausdrücklich, dass die dunkle Kuppe dem dunkeln Raum am negativen Pole ähnlich sehe, leugnet aber, dass dieselbe durch seitliche Entladungen aus dem Bleche erzeugt sei, indem sich sonst die Schichten gegen das Platin hinneigen müssten, weil sich dieselben ja stets gegen die Kathode hin krümmten. Das zuletzt erwähnte Experiment wurde späterhin wiederholt mit einem galvanisch glühend gemachten Platinstreifen, wobei das dem Platinblech auf beiden Seiten anliegende blaue Glimmlicht beim Erglühlen des Bleches sich von demselben wie zwei sich öffnende Lippen entfernte.¹⁾

Hr. Faye hoffte früher, baldigst eine vollständige Ent-

1) Faye, Ann. du bureau de long, 1883. p. 766 u. Rev. sc. 1882. I. Sem. p. 297.

scheidung herbeiführen zu können, indessen sind keine weiteren Versuche zur Veröffentlichung gelangt. Auch die neuesten Publicationen reproduciren nur Früheres, und ist speciell die obige Erklärung des dunkeln Raumes aufrecht erhalten. Luftströmungen über dem erhitzten Platin seien als Ursache der scheinbaren Abstossung ausgeschlossen, da diese nicht nur nach oben, sondern ebenso symmetrisch nach unten hin eintritt. Seitliche, aber aus dem Blech hervortretende Entladungen müssten den Zusammenhang des blauen Lichtes unterbrechen, was nicht der Fall ist. Faye's Erklärung hat wohl kaum viel Anklang gefunden, da ja das hohe Vacuum schwerlich als ein absoluter Isolator aufzufassen ist. Hr. Reitlinger¹⁾ glaubt, in dem Faye'schen Versuche einen besonderen Fall der von ihm „Electrorepulsion“ benannten Erscheinung erblicken zu können. Specielle Experimente zur Controle der Beobachtungen Faye's hat er indessen nicht angestellt, auch sind mir weitere Untersuchungen über diesen Gegenstand nicht bekannt geworden, obwohl Faye, wie gesagt, seine Behauptungen bis in die neueste Zeit aufrecht erhalten hat. Zur Aufklärung des Sachverhaltes von mir anfangs mehr gelegentlich unternommene Versuche führten mich zu einer Reihe von Untersuchungen, über welche ich mir in dem Folgenden zu berichten erlaube.

Wie Hr. Faye bei seinen späteren Versuchen, bediente ich mich zunächst eines durch einen galvanischen Strom zum Erglühen gebrachten Platinstreifens. Da der französische Forscher eine Wiederholung seiner Versuche in kleinen Gefässen als nicht wünschenswerth erklärt, so nahm ich ein weiteres kugelförmiges Gefäss (Fig. 5), an welches zwei Glasröhren *b* und *c* angeschmolzen waren. Zwei dicke Kupferdrähte *A* und *B* wurden durch Einklemmen in passend an ihnen angebrachte Einschnitte mittelst eines Platinstreifens *p* miteinander verbunden, dann von oben in *b* und *c* eingeführt und festgekittet, hierauf das Gefäss mit der zur Pumpe führende Röhre *a* verschmolzen. Die Längsrichtung des Platins

1) Reitlinger, Wied. Ann. 13. p. 682 u. 684. 1881.

erhielt ihre Stellung senkrecht zur Verbindungslinie der Electroden. So ermöglichte man nach vorherigem Erweichen des Siegellacks Verschiebungen der Kupferdrähte, und somit Veränderung der Stellung des Platins innerhalb des Kugelfässes. Zeigte sich dann bei geeigneter Verdünnung zwischen den Electroden ein mehr oder minder compact aussehender Lichtstrahl, und verband man *A* wie *B* durch Klemmen mit den Leitungsdrähten einer geeignet zusammengestellten galvanischen Batterie, die das Platin zum Glühen brachte, so trat die von Faye beobachtete scheinbare Anziehung sofort auf, welche Stellung man dem Blech auch geben mochte, ob über oder unter dem leuchtenden Strahle oder auch seitlich von demselben.¹⁾ Diese Erscheinung ist also von den Luftströmungen ganz unabhängig, jedenfalls eine Folge der verbesserten Leitungsfähigkeit der Luft durch ihre Erhitzung. Die Anziehung war bei meinen Versuchen stets mit einer Contraction des leuchtenden Strahles verbunden, und bleiben die Erscheinungen bei vermehrter Dichte wesentlich gleich, solange die positive Entladung in Form von Büschellicht stattfand. Beim Auftreten von Funken machte sich ebenfalls die vergrösserte Leitungsfähigkeit des Mediums in der Umgebung des glühenden Bleches geltend, wenn auch die Erscheinungen, wie das wohl leicht erklärlich, nicht so sehr regelmässig ausfielen. Am heissen Platin findet ein Auflösen der Funken in Büschellicht statt, sowohl bei solchen, die zum Bleche selbst gehen, wie auch bei denjenigen, welche in der Nähe desselben vorbeipassiren. Bilden sich in der Kugel Garben von Funken, so concentriren sich oft viele derselben am glühenden Blech; bei Funken, die mit Aureole umgeben waren, begab sich oft nur die letztere zu dem Blech hin. Wurde einer der Kupferdrähte *A* und *B* mit dem negativen Pole des Inductors verbunden, die eine Electrode der Kugel mit dem positiven, und sah man dann eine fast nur punktförmige Spur von Glimmlicht auf dem Bleche unregelmässig hin und her schwirren, so breitete sich dasselbe beim Glühen auf dem Bleche etwas aus und wurde

1) Diese verschiedenen Stellungen erreichte man durch Drehung, welche ein in *a* angebrachtes Schliffstück erlaubte.

auf der am stärksten erhitzten Mitte desselben stabil, woselbst ihm der von der Anode kommende aufgelöste Funke begegnete. Mit dieser Ausbreitung des Glimmlichtes hängt es wohl zusammen, dass die Funken, die von der positiven Electrode des Kugelgefässes zu dem Blech als Kathode hingehen, stärker aufgelöst werden als solche, die von einer negativen Electrode entspringen. Bei zunehmender Verdünnung blieb die Anziehung bestehen, ohne dass indessen etwas der Faye'schen Beobachtung Entsprechendes eingetreten wäre; auch wollten sich in dem Kugelgefäss keine Schichten zeigen, oder höchstens Andeutungen derselben, während Faye ausdrücklich solche erwähnt. Selbst bei starken Verdünnungen, wenn die Annäherung des Fingers bereits starke Abstossung hervorrief, trat beim Glühen durchaus nichts ein, was auf eine Abstossung seitens des erhitzten Bleches hingewiesen hätte. Erst als ich zufällig beim Passiren der Inductorentladungen durch das Kugelgefäss an dem Platinbleche das Auftreten von negativem Lichte, jedenfalls eine Folge seitlicher Entladungen, bemerkte, zeigte sich mir die von Faye angegebene Wirkung des glühenden Bleches auf das Glimmlicht. Man kann das Auftreten des letzteren an dem Bleche, wenn es sich nicht von selbst zeigt, leicht dadurch hervorrufen, dass man in die vom Inductor zum Kugelgefäss führende Leitung eine Funkenstrecke einschaltet; oder man verbindet direct einen der Kupferdrähte *A* und *B* mit dem negativen Pole des Ruhmkorff. Sowie das Blech heiss wird, gehen in allen diesen Fällen die Glimmlichtschichten α und β (Fig. 6), welche über und unter dem Bleche sich zeigen, auseinander (etwa aus der punktirten Stellung in die ausgezogene), und zwar um so stärker, je grösser die Verdünnung des Gases ist, wobei sie eine weissliche Färbung annehmen. Ebenso regelmässig ziehen sich dieselben bei dem Abkühlen des Bleches nach dem Oeffnen des Glühstromes dann allmählich zusammen, indem sie vollständig wieder in ihre vorherige Position zurücktreten.¹⁾ Ist *p* mit dem negativen Pole des Inductors verbunden, so wird auf das nicht

1) Diesen Theil des Faye'schen Phänomens hat auch Crookes beobachtet (wie mir indessen erst am Ende meiner Untersuchungen be-

geschichtete positive Licht zwischen p und der Electrode des Gefässes keinerlei bemerkbare Wirkung ausgeübt. Das Verhalten des Glimmlichtes beim Glühen ist wohl auf dieselbe Weise zu erklären, wie die Aufhebung des Leitungswiderstandes einer zum Glühen erhitzten Kathode. Die Hitze erleichtert den Moleculen das Eintreten in jenen eigenthümlichen Zustand, der den Theilchen des Kathodenlichtes zugeschrieben werden muss, und gestattet so der negativen Lichterscheinung, sich über ein weiteres Gebiet als sonst zu erstrecken. Das durch seitliche Entladungen an dem Bleche erregte Kathodenlicht kann sich innerhalb des positiven Lichtes der Inductorentladung bilden, und dann aus demselben förmlich ein Stück ausschneiden, ganz ähnlich dem Faye'schen Phänomen am positiven Lichte. Beruhte letzteres in der That auf dem Auftreten einer solchen Kathode, so wäre die Erscheinung alsdann in der That der Electrorepulsion verwandt, welche sich ja nach Hrn. Goldstein durch das Entstehen einer Kathode bei Annäherung eines Leiters erklärt. Ist das Blech so angebracht, dass die leuchtende Masse dasselbe umgibt, so bildet sich um dieses stets ein dunkler Raum, der gegen die Kathode hin offen ist, als ob das Blech einen Schattenwürfe. Dies ist wohl so zu erklären, dass das Platin zu einer von nur sehr mattem Glimmlicht umgebenen Kathode wird, welches die unmittelbare Berührung der positiven Erscheinung mit dem Bleche verhindert und sich gegen das relativ helle positive Licht als dunkler Raum abhebt. Denkt man sich diesen dunklen Raum infolge Erglühens des Bleches erweitert, so hat man vollständig das Faye'sche Phänomen.¹⁾ Bei meinen Versuchen indessen verringerte sich beim Glühen der Raum stets, wobei sein äusserer Rand weissliche Färbung annimmt. Das Licht zieht sich gleichsam um das Blech zusammen und umfasst es. Nur bei geringen Dichten kam es mir bisweilen

kannt geworden) an einer Spirale, die, im Vacuum befindlich, durch den electrischen Strom zum Glühen gebracht wurde.

1) Aehnlich erklärt sich wohl auch der dunkle Raum, den Rosicky in erhitzten Geissler'schen Röhren beobachtet hat. Wien. Ber. 74. (10.) p. 477. 1876.

vor, als träte eine sehr unbedeutende Erweiterung ein, ohne dass ich indessen dieselbe sicher zu constatiren vermochte. Das negative Licht an einer Electrode des Gefässes zeigte beim Erglühen nicht die geringste Veränderung, und ebenso erwies sich im hohen Vacuum das blaue, die ganze Kugel erfüllende Licht als vollständig unempfindlich, was auch schon Crookes beobachtet hat. Auch bei den Kathodenstrahlen liess sich keine Ablenkung constatiren. Auf der Glaswand einer Kugel, welche mit einer Aluminiumplatte als Kathode und einem einfachen Aluminiumdraht als Anode versehen war, zeigte sich sehr schön die Abbildung des Platins mit den dasselbe tragenden Kupferdrähten; diese verschob sich aber durchaus nicht, als das Blech zum Glühen gebracht wurde. Hier ist indessen zu beachten, dass das Bild verwischt ist infolge der Verbindung mit der den Glühstrom liefernden Batterie. Bei Aufhebung dieser Communication ist das Bild scharf und bestimmt. Ableitende Berührung der Zuleitungsdrähte *A* und *B* gibt mehr oder minder starkes Verwischen, je nach der Güte der Ableitung und die auf solche Weise bewirkte Abstossung der Kathodenstrahlen scheint dieselbe der Einwirkung des Glühens zu entziehen. Kleine Veränderungen der Abbildung, die sich bei der Herstellung des Glühstromes zeigten, rührten direct von dem Glühstrome her, da sie bei dessen Commutation ihre Richtung ebenfalls umkehrten. Die sämmtlichen in dieser Abhandlung als durch das Glühen hervorgerufen, angegebenen Erscheinungen sind, wie ich hier ein für alle mal bemerken will, von der Richtung des Glühstromes vollständig unabhängig.

Nunmehr suchte ich, da Faye ausdrücklich Schichten erwähnt, die Einwirkung des Glühens auf geschichtetes Licht zu studiren. Wie auch aus G. Wiedemann's¹⁾ Darstellung der Schichtung in Vacuumröhren zu ersehen, tritt in weiten Gefässen eine solche wohl nur ein, wenn der Luft fremde Substanzen beigemengt sind, insbesondere kohlenwasserstoffhaltige Dämpfe oder Gase.²⁾ Es lag nahe, anzunehmen, dass

1) G. Wiedemann, Die Lehre vom Galvanismus und Electromagnetismus. 2. p. 326. § 963.

2) Nur bei ganz geringen Dichten zeigen sich wolkenförmige. an

bei Faye's Versuchen eine Verunreinigung der Luft stattgefunden; alsdann konnte eine chemische Einwirkung auf die betreffenden, der Luft beigemengten Substanzen die Entstehung des dunkeln Raumes veranlasst haben, oder etwas Aehnliches eingetreten sein, wie bei den neuerdings vielfach genannten Versuchen über die Entstehung eines dunkeln Raumes in staubreicher Luft in der Nähe eines erhitzten Stabes. Es zeigt sich indessen sehr bald, dass auch bei geschichteten Lichterscheinungen in Bezug auf Hrn. Faye's Aufstellungen nichts Neues zu bemerken war, wohl aber machten sich einige merkwürdige Einwirkungen seitens des glühenden Bleches auf die stratificirten Entladungen geltend. Untersucht wurde zu diesem Zwecke Luft mit Terpentindampf gemengt, welche sehr schöne feine und scharfe eigenthümlich gekrümmte Schichten liefert, dann feuchte Luft, die blässere und unbestimmtere Strata gab, dann ein einfaches Gas, der Wasserstoff, der sehr schöne, den erstgenannten ähnliche Schichten aufwies; endlich ein zusammengesetztes Gas, die Kohlensäure. Alle diese sehr voneinander verschiedenen Substanzen zeigten im wesentlichen dasselbe Verhalten gegenüber dem glühenden Bleche.

Bei terpentinhaltiger und feuchter Luft, wie bei Wasserstoff, bildeten sich schmale Schichten besonders schön aus, wenn als Kathode eine runde Scheibe von Aluminium diente. Dann reichten die Schichten bis weit über die Mitte der Kugel, während bei zwei einfachen drahtförmigen Aluminium-electroden sie oft kaum bis dorthin sich erstreckten. Dem Bleche wurde hierbei eine solche Stellung gegeben, dass sich dasselbe in oder nahe über der positiven Lichterscheinung befand. Sobald das Glühen eintrat, wichen die Schichten zur Anode hin zurück, und zwar in sehr merklicher und bestimmter Weise. Oftmals, wenn dieselben anfangs über das Blech hinaus sich eine Strecke zur Kathode hin erstreckten, wurden sie bis hinter dasselbe zurückgeschoben. Nach dem

grosse Schichten erinnernde Gebilde, besonders wenn die Electroden in Ansatzröhren angebracht sind. Dann zeigt sich auch eine Andeutung, die gleich zu erwähnende Repulsion.

Aufhören des Glühens rückten alsbald die Schichten bei dem Wasserstoff stets wieder in ihre frühere Stellung vor, sonst trat dies nur dann ein, wenn nicht infolge des Glühens und des Durchganges des Stromes eine merkliche dauernde chemische Zustandsveränderung des Gemisches von Luft und Dämpfen eingetreten war. Besonders stabil sind die Erscheinungen bei Wasserstoff, wie leicht einzusehen; nur bei schlecht getrocknetem Gase zeigten sich Abweichungen, ebenso oft ein eigenthümliches Vorzucken der Schichten, wenn das Blech zur Kathode gemacht wurde. Allerdings, wenn man das Platin sofort nach dem Auspumpen erglügen lässt, so kann man bisweilen eine andauernde Verschiebung der Schichten zur Anode hin beobachten selbst bei dem trockensten Gase. Wartet man aber nach dem Pumpen ein wenig, so sieht man die Schichten allmählich von selbst sich in diejenigen Stellungen begeben, welche sie infolge des Glühens fast momentan einnehmen. Dabei könnte man an eine gewisse Zähigkeit der Schichten denken, welche Veränderungen derselben nur langsam vor sich zu gehen gestattet. Kehrt man bei geschichtetem Lichte und sehr kleiner Dichte die Stromesrichtung um, so zeigt sich bisweilen zuerst homogenes Licht, das sich erst allmählich in Schichten zertheilt. Ist indessen die Verbindung mit der Pumpe so hergestellt, dass keine der Luftbewegung sich entgegenstellende Hindernisse vorhanden sind, so geschieht die Aenderung der Schichten durch das Glühen, wenn der Strom während des Auspumpens hindurchgeht, sehr schnell, bei höheren Dichten fast momentan; bei kleineren ist in wenigen Secunden alles wieder stabil, sodass bei Gasen, die keine chemische Veränderung erleiden, selbst im Falle stundenlangen Durchgehens der Inductor-entladungen keine weiteren Verschiebungen der Schichten mehr zu bemerken sind. Passirt der Strom aber beim Auspumpen nicht, so reicht die Lichterscheinung in den ersten Momenten näher an die Kathode heran, als nach einige Zeit andauerndem Durchgang des Stromes. Glühen gibt dann eine dauernde Verschiebung, falls der stabile Zustand noch nicht erreicht war. Langes stromloses Stehen hat zur Folge, dass bei erneutem Passiren der Inductorentladungen wieder das

positive Licht gegen die Kathode hin verlängert erscheint. Die erst allmählich eintretende Erwärmung des Gases ist wohl die Ursache dieser Erscheinung.

Zugleich mit der Verschiebung hebt sich besonders bei höheren Dichten das ganze Schichtensystem zum Platin empor. Damit verbunden ist eine nicht unerhebliche Erweiterung des Schichtenintervalles, besonders direct unter dem Bleche. Wenn die Strata zwischen Blech und Kathode nicht verschwinden, sondern nur verblassen, wie das oft der Fall ist, so sieht man desgleichen auch bei ihnen, wenn auch weniger stark, die Intervallerweiterung; zwischen Anode und Blech ist eine solche dagegen nur wenig vorhanden, an der Anode selbst werden im Gegentheil bei starker Repulsion die Strata merklich zusammengedrängt. Das Zurücktreiben der Schichten zur Anode hin besteht bei den verschiedensten Dichten, nimmt aber bei den höheren sehr ab, sodass man bei einem fein geschichteten Strahle nur noch die Anziehung und die Erweiterung des Intervalles beobachtet. Bei kleinerem Druck ist die Zurückstossung sehr stark, auch wenn nur noch wenige Strata zwischen Blech und Anode sich befinden. Dieselben werden dann oft förmlich in die Anode hineingetrieben, welche Erscheinung übrigens selbst bei sehr reiner Luft zu beobachten ist, wenn sie bei sehr hohen Verdünnungen Spuren von Schichtung zeigt. Dabei treten indessen oft complicirtere Erscheinungen auf, besonders wenn nur zwei bis drei Schichten direct von der Anode zu sehen sind, indem dann dem Zurückweichen ein Vorzucken der Schichten voraufgeht. Solche Reste von Schichten, wenn ich so sagen darf, sind übrigens wenig constant und verschwinden leicht nach einigen Versuchen.

Das Glühen bewirkt neben der Anziehung bei Wasserstoff und bei dampfarter Luft ein Schmälerwerden der leuchtenden positiven Entladung, wie bei reiner Luft, bei Anwesenheit von viel Terpentindampf tritt scheinbar das Gegentheil ein. Bei dampfreicher Luft bilden nämlich die hellsten mittleren Theile der Schichten ein von der Anode als Spitze ausgehendes kegelförmiges Gebilde, das sich beim Glühen auflöst und einer gleichmässigen Lichtvertheilung

Platz macht. Beim Aufhören des Glühens erscheint der Lichtkegel an der dem Blech abgewandten Seite der positiven Erscheinung aufs Neue und hebt sich allmählich, bis er seine frühere Lage wieder erreicht. Sein der Kathode zugewandtes Ende flackert hin und her, und zeigen die Schichten eine wallende Bewegung.

Ist die Luft so weit rein, dass bei grösseren Dichten keine Schichten zu sehen sind, so treten diese beim Glühen in der Nähe des Platins sofort deutlich auf. Ueberhaupt beobachtet man, auch bei den übrigen, Schichten liefernden Gasen die Zerlegung unter den obwaltenden Dichten homogener Lichtmassen in Strata bei der Einwirkung grosser Hitze, wobei indessen schon dunkle Rothgluth ausreicht. Bei ganz reiner Luft tritt jedoch keine Spur von Schichtung infolge des Glühens ein; hierzu ist eine wenn auch nur sehr geringe Beimengung zur Luft unerlässlich, doch kann dieselbe so klein sein, dass sie allein keine wahrnehmbare Stratification hervorruft. Bei allen diesen Versuchen stellte es sich als wesentlich gleichgültig heraus, ob das Blech direct über oder noch in dem Lichte sich befindet.

Ist die Kugel mit einem Schichten liefernden Gase gefüllt, und hat man einen der Kupferdrähte *A* und *B* mit dem negativen Pole des Inductors verbunden, so sieht man deutlich die Erweiterung des dunkeln Raumes, und werden die zwischen Blech und Anode auftretenden Schichten heftig zurückgetrieben. Entsteht das negative Glimmlicht am Platin infolge von seitlichen Entladungen, so schneidet der verbreitete dunkle Raum in die Schichten ein, ohne dieselben zu neigen oder zu krümmen. Ebendasselbe bemerkt man, wenn man in einem Kugelgefäss zwei je von einem Inductionsapparat herrührende Ströme sich kreuzen lässt, von denen der eine zwischen zwei Electroden, *a* und *b* (Fig. 7), der andere zwischen dem Blech und einer Electrode *c* übergeht. Da auch hier der dunkle Raum wieder einen Ausschnitt in die Schichten, welche die von *a* nach *b* gehenden Entladungen hervorriefen, machte, ohne sonstige Veränderung derselben, so weist dies auf eine zeitliche Nachwirkung des Glühens hin, da eine zeitliche Coincidenz beider von einer

der unabhängigen Entladungen wohl nur zufällig stattfinden kann. Das Verhalten sehr stark verdünnter Gase dem Glühen gegenüber, ebenso wie das des Glimmlichtes an einer Kugelelectrode, ist ganz wie früher.

Die Kohlensäure, welche in dem Kugelgefässe bei kleinen Dichten grosse Schichten gab, zeigte die soeben beschriebenen Erscheinungen der Anziehung, Intervallerweiterung und Repulsion. Letztere tritt besonders energisch ein bei stärkerer Verdünnung, wenn man nur zwei wolkige grosse Schichten vor der Anode bemerkt, wobei aber, und dies scheint der Kohlensäure eigenthümlich zu sein, das positive Licht verblasst, ja fast unsichtbar wird, indem es gleichzeitig schwach röthliches Aussehen zeigt, während das Glimmlicht eine entschieden blauere Färbung annimmt, ohne dass indessen die dunkle Kathodenschicht ihre Ausdehnung ändert. Bei höheren Dichten ist dies Phänomen wenig merklich, erst wenn das negative Glimmlicht die scheibenförmige Electrode ganz bedeckte, begann es sich deutlich zu zeigen. Die Veränderungen des positiven wie des negativen Lichtes verlieren sich nach dem Aufhören des Glühens allmählich wieder, dabei gehen auch die zurückgestossenen Schichten aufs Neue etwas vor, ohne indess ihren alten Platz völlig wieder zu erreichen. Es treten hier dauernde Verschiebungen ein, ohne dass ein ähnlicher Grund wie früher sich hätte auffinden lassen. Diese Erscheinung des Verblässens ist keineswegs Folge der Blendung durch das leuchtende Platin, da, wenn man die Augen durch Schliessen und Abwenden während des Glühens empfindlich erhält, sich ganz dasselbe zeigt. Auch etwaige Erwärmung der Glaswände beim Glühen und dadurch bewirktes Loslösen von Lufttheilchen ist nicht zur Erklärung herbeizuziehen, da selbst ungleich stärkeres Erhitzen mit einem Bunsen'schen Brenner durchaus nichts Aehnliches zur Folge hatte.

Einige Bemerkungen über die Versuchsanordnung seien mir noch gestattet. Zur Mischung der Luft mit Terpentindampf diente folgender Apparat: In dem erweiterten Theile der Glasröhre *ef* (Fig. 8) befand sich etwas Terpentinöl, dessen Dämpfe nach vorherigem Oeffnen des Hahnes *g* in

das entleerte Kugelgefäß treten konnten. Die Dichte derselben liess sich durch Abkühlung des erweiterten Theiles von *ef* einigermassen variiren.

Der Wasserstoff wurde electrolytisch nach Bunsen's Angabe entwickelt und mit Schwefelsäure- und Phosphorsäureanhydrid sorgfältig getrocknet. Ob die schönen Schichten, welche er auch in weiten Gefässen zeigt, von Spuren fremder Beimischungen herrühren, wie Schuster zu vermuthen scheint, ist meines Wissens nicht entschieden.

Die Kohlensäure wurde aus reinem Marmor und Salzsäure entwickelt, in doppeltkohlensaures Natron enthaltendem Wasser gewaschen und sorgfältig getrocknet. Bei allen genaueren Versuchen wurden die Gase mindestens acht Stunden lang über Phosphorsäureanhydrid in einer beiderseits mit Hähnen verschliessbaren Trockenröhre stehen gelassen.

Da in den besprochenen Beobachtungen nur eine theilweise Reproduction des Faye'schen Phänomens zu finden war, habe ich seinen oben angeführten Versuch direct mit einem nach seinen Angaben construirten Apparat wiederholt (Fig. 9). Zum Aufkitten der Glasglocke auf den kupfernen Conus, über dessen abgestumpfter Spitze mit Hartloth ein rundes Platinblech gelöthet worden, wurde Siegelack verwendet und die Kittstelle beim Erhitzen des Platins mittelst einer Gebläselampe mit Eis und Salz gekühlt. Bei gehöriger Verdünnung neigte sich der zwischen den Electrodenkugeln sich bildende Lichtstrom zum heissen Bleche hin, das indessen von einer sehr deutlich sichtbaren, etwa 2 mm hohen Kuppe umgeben blieb. Diese Kuppe schien einen Theil des Lichtes geradezu auszuschneiden, was sich besonders schön bei entweder von vornherein vorhandenen oder bei zunehmender Hitze erst entstehenden Schichten wahrnehmen liess. Entfernte sich bei eintretender Abkühlung die Lichtmasse wieder von dem Platin, so sah man die Kuppe sich vergrössern, und blieb dieselbe, wenn auch weniger deutlich, sichtbar bis zu vollendeter Abkühlung als ein Ausschnitt in einem gegen das Blech hin sich erstreckenden Fortsatz des Lichtes bestehen. Umgekehrt verhält sich die Erscheinung beim Erhitzen. Auch bei diesem Experimente dringt

also das Licht in den dunkeln Kathodenraum ein, wenn das Blech erglüht, ohne indessen dasselbe vollständig zu erreichen. Da die dunkle Kuppe sich aber gegen das helle angezogene Licht stark abhebt, so ist der dunkle Raum während des Glühens viel besser sichtbar, als vorher oder während der Abkühlung. Die Erscheinung ist demnach im vollständigen Einklange mit unseren obigen Beobachtungen. Diese Untersuchung ergänzt unsere früheren auch in der Weise, dass sie dieselben Erscheinungen zeigte wie jene, ohne dass ein galvanischer Strom das Platin passirt, von dem aus unter Umständen beim Glühen des Bleches Entladungen in das verdünnte Gas übergehen könnten.

In engeren Räumen von den Dimensionen der gebräuchlichen Vacuumröhren zeigen sich auch bei möglichst gereinigter Luft Schichten. Um deren Verhalten dem glühenden Bleche gegenüber zu studiren, diente ein Apparat, wie Fig. 11 ihn zeigt. Das Blech befand sich in dem kugelförmig erweiterten Raume *A*, ziemlich nahe der einen der Electroden, die Kupferdrähte wurden für vorläufige Versuche einfach mit Siegelack in die Glasröhren *a* und *b* eingekittet. Da aus bekannten Gründen bei sehr hohen Verdünnungen eine Verkittung sehr nachtheilig ist, so wurden die Glasröhren *a* und *b* (Fig. 10) nach Anbringung einer Biegung, um den das Platin tragenden Kupferdrähten eine Stütze zu gewähren (siehe bei *c* und *d*, Fig. 11), auf geeignet lange Glasröhren aufgeschmolzen, die unten je in ein Glasgefäß *C* und *D* so eingeschmolzen waren, dass sie bis fast auf dessen Boden reichten. In die seitlichen Röhren *g* und *h* waren dicke Kupferdrähte als Stromzuleiter eingekittet. Durch ein T-Rohr mit Hahn *i* konnte man *C* und *D* entweder mit der atmosphärischen Luft oder einem Gaszuleitungsapparate in Verbindung setzen. Die beiden Gefäße *C* und *D* dienten zur Aufnahme von Quecksilber, das beim Evacuiren in den langen Röhren bis über die Stellen *c* und *d* emporstieg, so dass ein electrischer Strom durch die Kupferdrähte *g* und *h* und die langen Quecksilbersäulen zu dem Platinbleche gelangen konnte. Auch wurde die schädliche Kittung in der Weise, wie dies Fig. 11 angibt, vermieden. Die Röhren *a*

und *b* trugen unten je ein Glasgefäß *e* und *f*, in welche fast bis zum Boden reichende Glasröhren *c* und *d* eingeschmolzen waren, in die man als Stromzuleiter dienende dicke Kupferdrähte *g* und *h* einkittete. Enthielten *e* und *f* etwas Quecksilber, so vermittelte dieses die Leitung zwischen *g* und *h* und den das Blech tragenden Drähten, während der Siegelack vollständig von den Entladungsräumen abgeschlossen war. Will man längere Zeit in einem reinen Vacuum arbeiten, so ist indessen die erstere Anordnung vorzuziehen. Bei besonders sorgfältigen Versuchen liess ich die Luft durch Baumwolle filtriren, dann einen Kaliapparat, ein Schwefelsäuregefäß und zwei mit Schwefelsäure angefeuchtete Glasperlen enthaltende U-Röhren passiren und endlich in eine mit Hähnen verschliessbare Phosphorsäureröhre treten, in der sie mindestens zehn bis zwölf Stunden verweilte. Die Hähne wurden mit einem Gemenge von Vaseline und Wachs gedichtet.¹⁾ Es gelang mir indes bei alledem nicht, die letzten Reste der grünen Wasserstofflinie zu vertreiben, wie dies bei der Kohlensäure der Fall gewesen.²⁾ Selbst als man noch eine Hartglasröhre in das Trockensystem einfügte, die theilweise mit Spiralen aus ganz dünnem Platindraht vollgestopft war, und die durch untergesetzte Brenner zum Glühen erhitzt wurden, um so eine Verbrennung etwaiger wasserstoffhaltiger Substanzen zu erzielen, änderte sich der Sachverhalt nicht. Erst nach längerem Durchgang des Stromes im hohen Vacuum verschwand die grüne Linie, trat aber sofort wieder auf, wenn neue Luft aus dem Trockensysteme in die Spectralröhre eingelassen wurde, sodass also entschieden Spuren von Wasserstoff mit der Luft in den leeren Raum eingeführt wurden. Ich hatte zunächst die Reinheit der Luft von Wasserstoff angestrebt, um mich davon überzeugen zu können, ob nicht etwa occludirter Wasserstoff beim Glühen aus dem Platin in das Vacuum übertreten würde, es liess sich indes keine Verstärkung der F-Linie wahrnehmen, wenn das Blech im reinen Vacuum mehrfach ausgeglüht worden. Hatte man unter solchen Bedingungen, wie oben angegeben, die grüne Linie zum Ver-

1) Siehe Röntgen, Wied. Ann. 23. p. 27 u. ff. 1884.

2) K. Wesendonck, Wied. Ann. 17. p. 458. 1882.

schwinden gebracht, so zeigte sie sich auch beim Glühen nicht wieder, und trat auch sonst eine spectralanalytisch beobachtbare Verunreinigung des Vacuums nicht ein. Bemerken will ich noch, dass bei aller Sorgfalt bei sehr geringen Dichten sich noch immer Spuren der Kohlenoxydbanden zeigten, was indessen wohl zu erwarten gewesen.

Die Schichten, welche von reiner Luft gegeben werden, erwiesen sich dem Erglühen des Platins gegenüber in unverkennbarer Weise als empfindlich. Besonders zeigte sich dies, wenn die dem Platinbleche nahegelegene Electrode α (Fig. 11) zur Anode gemacht wurde, und sich vor derselben bei gehöriger Evacuation zwei bis drei grosse Schichten befanden, von denen die letzte mehr oder weniger in den leeren Kugelraum hineinragte. Schon bei feinen Schichten zeigte sich ein Einfluss, der allmählich zunahm, bei gewissen grossen Schichten sein Maximum erreichte und dann mit weiterer Verdünnung wieder abnahm. Die Phänomene zeigten sich indes nicht mit derselben Regelmässigkeit, wie bei den in weiten Röhren angestellten Versuchen. Das Glühen veranlasste nämlich zwei einander entgegengesetzte Bewegungen. Die Verbindung mit der Pumpe blieb dabei stets vollständig hergestellt, um Druckveränderungen in der Geissler'schen Röhre thunlichst zu vermeiden. Bei öfteren Beobachtungen zeigte sich indessen doch eine gewisse Verschiebung als die hauptsächlich eintretende, der gegenüber sich die entgegengesetzte Bewegung nur mehr als ein Zucken geltend machte. Bei einer Röhre, wie in Fig. 11 abgebildet, erwies sich als Hauptbewegung der vor der Anode befindlichen Schichten, wir wollen dieselben mit γ , δ , ϵ bezeichnen, eine solche gegen den Kugelraum hin. Bisweilen trat auch noch eine allerdings viel schwächere Verschiebung in demselben Sinne der jenseits des letzteren gelegenen Strata auf. γ , δ , ϵ wurden bei günstiger Dichte unter merklicher Verschiebung auch gegen das glühende Blech hin convexer, dabei schärfer, und die dunkeln Zwischenräume breiter. Die wolkige Lichtmasse in der Umgebung des Bleches selbst, die wiederum von diesem durch einen dunkeln Raum getrennt blieb, erlitt beim Erglühen nur unbedeutende Veränderungen. Oftmals trat ein

Zucken in der der Hauptbewegung entgegengesetzten Richtung ein, bisweilen dominirte sogar die Nebenverschiebung, indem die Schichten dauernd in ihrem Sinne verrückt blieben. Bei kurz nacheinander wiederholten Versuchen oder nach längerem Stehenlassen änderte sich manchmal das Verhalten der Schichten. Im ersten Falle verschwand das veränderte Verhalten, nachdem das Glühen einige Zeit ausgesetzt gewesen, auch wohl der Inductionsstrom zeitweise umgekehrt war. Anderemal schien es, als müssten die Schichten erst durch wiederholtes Glühen zu ihrem normalen Verhalten gebracht werden. Wurde die dem Blech naheliegende Electrode α zur Kathode gemacht¹⁾, so zeigte das negative Licht keine Beeinflussung. Die hinter der Kugel stehenden Schichten zuckten vor oder verschoben sich auch wohl dauernd zum Blech hin. Bei starken Bewegungen waren diese bis zur Anode hin bemerkbar. Die Hauptbewegung ergab sich als übereinstimmend mit derjenigen Verschiebung, welche bei ableitender Berührung der Drähte g und h , welche vorher ausser Verbindung mit der Batterie gesetzt waren, sich zeigte. Da das Platinblech infolge seitlicher Entladungen zu einer Kathode wird, die beim ableitenden Berühren, wie beim Glühen verstärkt auftritt, so ist eine ähnliche Wirkung in beiden Fällen wohl erklärlich. Eine solche Uebereinstimmung kann man auch bei höheren Verdünnungen bemerken, indem das blaue homogene Vacuumlicht eine gleichartige Abstossung, etwa eine Depression erleidet, beim Berühren wie beim Glühen. Um dies zu beobachten, muss man indessen darauf sehen, dass in der That bei der Berührung die Wirkung auf das Licht nur von dem Bleche ausgeht, nicht etwa die berührende Hand oder der berührende leitende Körper selbst eine directe Wirkung hervorrufen, wie dies bei der in Fig. 12_a angegebenen Handhaltung der Fall ist, während bei Fig. 12_b die reine Wirkung des Bleches sich zeigt. Auch wird das Licht bei Verbindung mit der Glühbatterie oft schon so stark der Glaswand zu-

1) Ich werde in der Folge mit „ nA “ und „ nK “ („nahe Anode“, „nahe Kathode“) bezeichnen, dass die dem Bleche naheliegende Electrode α Anode, Kathode ist. Eine entsprechende Bedeutung sollen „ fA “ und „ fK “ haben.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXVI.

gedrängt, dass dann keine merkliche Abstossung beim Glühen mehr eintreten kann. Sonst ist eine besondere Wirkung auf das Vacuumlicht ebensowenig zu constatiren, wie bei früheren Versuchen. Bei grösseren Dichten verursacht das Glühen ein Auflösen der homogenen Lichtmasse in Schichten, und ebenso¹⁾ beobachtete man das Eindringen des positiven Lichtes in den erhitzten Raum um das Blech herum. Selbst wenn an dem Platin sich bei Berührung oder Verbindung mit der Batterie unter Erweiterung des vorhandenen dunkeln Raumes Kathodenlicht zeigte, beobachtete man beim Erglühen zwar im ersten Moment ein Auseinandergehen des blauen Lichtes, dann aber drang sofort das positive Licht ein, und zwar bei sehr geringen Dichten, bei denen bereits die Schichtung dem Verschwinden nahe war. In einem solchen Falle zeigte sich bei Umkehrung des Inductorstromes homogenes Licht, und nun trat das Auseinandertreiben des negativen Lichtes am Bleche ungestört ein; um das Platin herum zeigte sich deutlich der erweiterte dunkle Kathodenraum. Aehnlich, nur schwächer, wirkte auch Berührung.

Die der Hauptbewegung entgegengesetzte erklärt sich wohl direct aus dem veränderten Zustande des Mediums, womit wir auch bei der Erklärung unserer früheren Versuche mit geschichteten Entladungen in weiten Gefässen zu rechnen haben werden. Die Richtung der Nebenverschiebung stimmt überein mit der jener Schichtenbewegungen, welche dem Einfluss der Verdünnung ihre Entstehung verdanken. Diese Wirkung kann aber im allgemeinen nur im ersten Moment als Zucken zur Geltung gelangen, da alsdann der Einfluss der an dem Platin sich bildenden Kathode die Oberhand gewinnt. Oftmals beobachtete man übrigens auch ein Zertheilen der Schichten und ein Auftreten matterer Zwischenschichten beim Glühen wie beim Berühren.

Die hier gegebenen Resultate habe ich einer Controle unterworfen, indem ich sehr sorgfältig getrocknete und ge-

1) Wie bei den Versuchen in weiten Gefässen, schien in einzelnen Fällen in der That eine Erweiterung des dunkeln Raumes beim Glühen einzutreten, doch konnte ich die Erscheinung nicht mit Sicherheit reproduciren.

reinihte Luft, ausserdem Wasserstoff und Kohlensäure in den Fig. 10 dargestellten, mit den langen Quecksilberzuleitern versehenen Apparat brachte. Vor dem Eintreten der Gase wurde der Apparat sorgfältigst ausgetrocknet, jedes Abfangen von Luftblasen beim Aufsteigen des völlig trockenen Quecksilbers in den langen Röhren vermieden. Jetzt zeigte sich die Hauptrichtung bei nA als ein Zurücktreiben vom Bleche weg bei den vor der Anode liegenden Schichten, dabei häufig mit vorhergehendem Vorzucken gegen das Blech hin verbunden. Die Schichten zwischen Capillare und kugelförmigem Gefäss liessen eine Verschiebung zumeist nicht deutlich erkennen. Bisweilen trat eine schwache gegen das Blech hin auf. Bei nK zeigte sich wiederum vollständige Indifferenz des Glimmlichtes, aber starkes Vorzucken der zwischen Blech und Capillare gelegenen Schichten, manchmal mit darauffolgender während des Glühens andauernder Repulsion über die Ruhelage hinaus. Anderemal dagegen blieben die Schichten in vorgeschobener Lage, in die sie indessen bisweilen erst nach vorherigem momentanen Zurückweichen gelangen. Auch hier stimmte die Hauptrichtung der Bewegung mit der Verschiebung infolge von Berührung im allgemeinen überein. Auch das oben erwähnte Vorzucken bei nK findet sich wieder. Leider ist der Effect der Berührung ein sehr variabler; schon das Anfühlen der kupfernen Zuleitungsdrähte zum Quecksilber lässt deutlich erkennen, dass die auf das Blech ausgeübte Einwirkung unter scheinbar gleichen Umständen sich in sehr verschiedenem Grade bemerklich macht. Die Lage des Bleches innerhalb der Röhren, die Masse des Zuleitungsapparates und dessen Stellung, der Gang des dem Ruhmkorff zugehörigen Unterbrechers und dergleichen Dinge mehr scheinen erheblichen Einfluss auf die Wirkung der Berührung zu haben, sodass dieselbe manchmal schon innerhalb kurzer Zeit verschwindet oder sogar sich umkehrt. Es bedürfte zahlreicher Versuche unter mannigfacher Variation der mitwirkenden Bedingungen, um genau den Einfluss einer jeden einzelnen feststellen zu können. Im ganzen ist indessen das Ergebniss meiner Versuche vollständig in dem

Sinne einer Bestätigung der oben angegebenen Erklärung. Auch Wasserstoff und Kohlensäure lieferten dasselbe Resultat. Bei ersterem beobachtet man oft sehr schön das Zerlegen grosser tellerförmiger Schichten in Doppelschichten, die durch einen schmalen Streifen voneinander getrennt sind. Bei letzterer traten unter dem Einflusse des Glühens sehr starke Bewegungen ein, auch zeigten sich in der Nähe des heissen Bleches die schon früher in weiten Gefässen gefundenen Aenderungen des positiven und negativen Lichtes aufs neue.

Als ich mit der Evacuation bis zum Verschwinden des Lichtes fortfuhr, was mir bei einer Röhre wie in Fig. 11 zuerst bei nK gelang, während bei der Umkehrung der Strom noch passirte, erschien beim Glühen das Licht aufs neue, und zwar mit naher Kathode, wie vor dem Verschwinden, verlor sich indes allmählich wieder, wenn das Blech erkaltete. Derselbe Erfolg trat bei Wiederholung des Versuches regelmässig ein, ohne dauernd den Zustand des Vacuums zu verändern, als ob die Erwärmung eines zwischen den Electroden gelegenen Theiles der Vacuumröhre die Leitungsfähigkeit des entleerten Raumes zu erhöhen vermöchte. Diese Erscheinung schien mir von Interesse in Betreff der Frage, ob der Widerstand eines Vacuums nur direct an der Kathode selbst oder vielmehr auf einer weiteren Strecke zu suchen sei. Da die eben erwähnte Spectralröhre bald untauglich wurde, so benutzte ich zu den weiteren Versuchen den Apparat mit den langen Quecksilberzuleitern. Ich untersuchte die Wirkung des Glühens nicht nur bei solchen Verdünnungen, die dem Strome ein Passiren nicht mehr gestatteten, sondern ich brachte das Licht in der Geissler'schen Röhre auch durch Verbindung ihrer Electroden mit einem Funkenmikrometer zum Verschwinden. Bei ungenügend vollkommenen Vacua (wahrscheinlich nicht hinreichender Entfernung aller Feuchtigkeit) trat mit dem Glühen eine auch noch nach dem Erkalten andauernde Lichterscheinung auf; war aber jener Uebelstand gehoben, so leuchtet und verdunkelt sich die Röhre zugleich mit dem Entstehen und Vergehen des Glühens oder doch in unmittelbarer Folge davon; denn das



Eintreten und Aufhören der Inductorentladungen war in Bezug auf das Tempo nicht immer ganz gleichmässig. Mussten die Kugeln des Funkenmikrometers, damit das Glühen verschwand, beinahe bis zur Berührung gebracht werden, so war die Wirkung des Glühens noch nicht zu bemerken. Erst bei dem einigen Millimetern Abstand entsprechenden Widerstande des Vacuums trat eine solche unverkennbar hervor. Dabei war es gleichgültig, ob die Kathode oder die Anode sich in der Nähe des Bleches befand. Durch sorgfältiges Erhitzen des Kugelraumes mit einem Bunsen'schen Brenner konnten ähnliche Effecte in Bezug auf das Eintreten oder Verschwinden der Entladungen erzielt werden. Aber in Fällen, wo eine sehr starke Erhitzung mit der Flamme sich als ganz und gar ohne Einfluss erwies, zeigte sich das Erglühen noch als wirksam. Die schwache Erwärmung des Glases durch das heisse Platin konnte demnach jedenfalls nicht die Ursache des Phänomens gewesen sein. Je besser indessen das Vacuum wurde, um so geringer stellte sich der Einfluss der Incandescenz heraus, ja er hörte schliesslich ganz auf. Das möglichst gut hergestellte Vacuum, auch wenn die Verdünnung noch nicht so weit gediehen war, dass ohne Einschaltung eines Funkenmikrometers das Licht verschwand, zeigte sich als vollkommen indifferent. Häufig ereignete es sich, dass der Strom in der einen Richtung die Röhre leichter passirte, als in der anderen, wobei die eine Electrode wohl mehr von den occludirten Gasen befreit oder ihre Glashülle weniger angegriffen gewesen sein mag, oder ein sonstiger mehr von den augenblicklichen Verhältnissen abhängiger Unterschied sich geltend machte. Denn je nach Umständen ist bei einer und derselben Röhre nicht stets dieselbe Richtung die bevorzugte, auch war es ganz gleichgültig, ob nA oder nK vorhanden. In solchen Fällen konnte es sich dann sehr wohl ereignen, dass beim Passiren der Entladungen in der einen Richtung sich das Glühen oft als ganz und gar unwirksam erwies, während bei Umkehrung des Inductorstromes das vollständige Gegentheil eintrat. Bei nK trat sogar einmal der sehr merkwürdige Fall ein, dass das Glühen den Widerstand nicht nur nicht verminderte, sondern sogar

merklich erhöhte, was ich zu wiederholten malen deutlich beobachten konnte. Indessen zeigte sich dies späterhin nicht wieder, auch trat dies merkwürdige Verhalten bei nA nicht ein, woselbst ich nur Indifferenz zu constatiren vermochte. Dass letztere bei gutem Vacuum sich einstellt, bestätigte sich immer wieder. Bringt man die Kugeln des Funkenmikrometers in eine kleinere Entfernung voneinander, als das Verdunkeln der Geissler'schen Röhre erfordert, so hört die Einwirkung des Glühens sehr bald auf sich zu zeigen, die Schwächung des Widerstandes ist daher überhaupt keine bedeutende. Bei der Röhre (Fig. 11) verschwand bei Berührung der Zuleitungsdrähte das bei entsprechender Verdünnung nur noch zuckend auftretende Licht vollständig. Die Ableitung des Platins hatte dieselbe Wirkung, wie Berührung der Glaswand. Bei dem Apparate mit den langen Quecksilberzuleitern trat im Gegentheil eine Verbesserung der Leitung ein. Wenn gleichzeitig der Strom sowohl die Röhre passirte, als auch Funken zwischen den Kugeln übersprangen, so nahmen letztere beim Berühren an Zahl bedeutend ab, wie bei dem Glühen. Dabei mag ein Losreissen von dem Blech adhärirenden Theilchen, vielleicht auch ein Zerstäuben desselben oder ein Zersetzen des das Blech umgebenden Mediums, beim Glühen möglicherweise auch noch eine directe Verbesserung der Leitung die genannten Effecte bewirken, welche Einflüsse beim thunlichst vollkommen gereinigten Vacuum nicht mehr in genügendem Masse einzutreten oder wenigstens sich nicht mehr geltend zu machen im Stande sind.

Die früher in weiten Gefässen gefundenen Veränderungen der Schichten, welche schon bei viel höheren Dichten auftraten, bedürfen einer anderweitigen Erklärung, als der durch Electrorepulsion, da letztere bei den Drucken, welche in weiten Gefässen die Erscheinungen auftreten lassen, kaum zur Geltung kommen kann. Spuren einer solchen erwiesen sich ausserdem als der Glühwirkung entgegengesetzt.

Die Veränderungen der Schichten infolge des Erglühens des Bleches sind ähnlich denjenigen, welche sich beim Verdünnen zeigen; auch hier tritt mit abnehmender Dichte ein Zurückweichen der Schichten von der Kathode

mit gleichzeitiger Intervallerweiterung ein. Sehr nahe liegt es daher, wie auch schon Rosicky seine Erscheinungen gedeutet, in der grossen Verdünnung des das Blech umgebenden Mediums infolge der starken Erhitzung, die Ursache der betreffenden Phänomene zu erblicken. Die Contraction des positiven Lichtes an Stelle der Ausdehnung bei der Evacuation folgt leicht aus der verbesserten Leitungsfähigkeit der unmittelbaren Umgebung des Bleches. Wir sahen auch bereits früher die Schichten unter Einwirken des Glühens plötzlich an dieselben Stellen rücken, die sie von selbst allmählich einnehmen. Die verfrühte Schichtenbildung in der Nähe des glühenden Bleches bei einem homogenen Strahle, der bei kleineren Dichten Stratification erkennen lassen würde, steht ebenfalls damit im Einklange. Wenn wir E. Wiedemann's Theorie der Schichtenbildung annehmen, würde die Erweiterung der dunkeln Intervalle aufzufassen sein ähnlich wie die Vergrösserung des Knotenabstandes in einem erwärmten Theile einer Orgelpfeife. Indessen ist doch auffallend, selbst bei starken Verschiebungen der Schichten, die eine bedeutende Zunahme des dunkeln Raumes zwischen positiver und negativer Lichterscheinung zur Folge hat, dass dennoch keinerlei Veränderungen des Glimmlichtes sich zeigen, wie solche bei Verschiebung der Schichten durch Verdünnung eintreten. Ausserdem aber trat Schichtung an dem heissen Platin auch dann ein, wenn Verdünnung eine solche kaum mehr zeigte, indem nur bei sehr starker Evacuation noch Andeutung von Stratification sich ergab. Aber solchen grossen Strata entsprechen diejenigen an dem Bleche keineswegs, sondern vielmehr solchen, wie sie bei viel geringeren Verdünnungen auftreten. Es ist schwierig einzusehen, wie in diesem Falle nach Hrn. E. Wiedemann's Theorie eine Schichtenbildung eintreten konnte, da doch das leuchtende Mittel, sozusagen, gar nicht auf eine solche vorbereitet erschien. Wenn wir aber, wie Hr. Schuster dies neuerdings wieder thut¹⁾, die Schichtenbildung durch ein Zerlegen der Molecüle bedingt ansehen, so ist leicht ersichtlich, dass

1) Schuster, Nat. 30. p. 230. 1884.

das Glühen auf dieselbe in hohem Maasse fördernd einzuwirken vermag. Wenn das Blech Kathode des Inductors ist, so sieht man bei reiner Luft infolge des Erglühens kein Zurückweichen des positiven Lichtes, ein sehr starkes aber, wenn letzteres geschichtet ist. Bei zunehmender Verdünnung aber retiriren sowohl Schichten, wie homogenes Licht. Wenn es zersetzte Theilchen sind, die den dunkeln Raum bilden, so kann es leicht kommen, dass die vom Blech abgeschleuderten dissociirten Molecüle einen vergrösserten dunkeln Raum bilden, und daher die Schichten erst in grösserer Entfernung auftreten können, und ähnlich kann man sich die Intervallerweiterung vielleicht einigermassen erklären. Fehlen die Bedingungen zu einer zureichenden Zerlegung, wie bei reiner Luft, so kann sich selbstverständlich eine so ausgedehnte Einwirkung des Glühens nicht zeigen, diese bleibt vielmehr auf das Kathodenlicht beschränkt. Das eigenthümliche Verhalten der Kohlensäure bin ich momentan nicht im Stande zu erklären. Es liegt nahe, an Zersetzungen und Neubildungen unter Einfluss der Glühhitze innerhalb des verdünnten Gases zu denken. Leider war die Helligkeit der betreffenden Partien in den beschriebenen Versuchen zu gering, um mit dem Spectroskop eine Entscheidung herbeiführen zu können. Auf Rechnung der Verdünnung ist die Erscheinung nicht zu setzen, da beim Evacuiren das Glimmlicht weisslicher, nicht aber bläulicher wird, wie in unserem Falle. Ebenso ist die Veränderung zu augenscheinlich, um sie etwa organischen oder sonstigen Beimengungen der Kohlensäure zuschreiben zu können. Bei Controlversuchen war dafür gesorgt, dass die Salzsäure wie die frisch entwickelte Kohlensäure, bevor sie gewaschen, mit keinerlei zersetzbaren Substanzen in Berührung gerathen konnte.

Dass die beschriebene Beeinflussung der Schichten nicht etwa durch eine directe magnetische Wirkung des Glühstromes bedingt war, ergab sich, abgesehen davon, dass dessen Richtung vollständig gleichgültig war, aus Versuchen, bei denen an Stelle von *A* und *B* und *p* einfach ein Bügel aus Kupferdraht gebracht worden war. Es zeigten sich alsdann keinerlei Verschiebungen der Schichten, wie sie das Glühen zur Folge hatte.

Die in dieser Abhandlung beschriebenen Versuche sind fast alle im physikalischen Institut der Universität zu Berlin angestellt worden, und fühle ich mich gedrungen, Hrn. Geheimrath v. Helmholtz hiermit meinen besondersten Dank für seine mir vielfach gewährte Unterstützung auszusprechen.

Berlin, den 23. Juli 1885.

IX. Ueber die Diffusion der Fettsäuren und Fettalkohole in Luft, Wasserstoff und Kohlensäure; von A. Winkelmann.

Vor kurzem habe ich die Diffusion der Dämpfe homologer Ester untersucht¹⁾ und gelangte hierbei zu Resultaten, welche es wünschenswerth erscheinen liessen, die Untersuchung nach einer bestimmten Richtung auszudehnen.

Aus der Beziehung, welche die molecularen Weglängen der untersuchten Dämpfe zu einander zeigten, liess sich ableiten, dass die Gestalt der Molecüle jedenfalls keine kugelförmige sei, dass vielmehr die Atome wahrscheinlich plattenförmig in dem Molecül angeordnet sind. Berechnet man nämlich die reciproken Werthe der Weglängen ($1/l$) und der dritten Potenzen der Quadratwurzeln aus denselben $(1/l)^{3/2}$, so ergaben sich für die homologen Ester folgende Werthe:

| | $\left(\frac{1}{l}\right) \cdot 10^{-4}$ | Diff. | $\left(\frac{1}{l}\right)^{3/2} \cdot 10^{-7}$ | Diff. |
|----------------------|--|-------|--|-------|
| $C_3H_6O_2$. . . | 45,3 | | 80,5 | |
| $C_4H_8O_2$. . . | 55,3 | 10,0 | 41,0 | 10,5 |
| $C_6H_{10}O_2$. . . | 65,6 | 10,3 | 53,2 | 11,8 |
| $C_8H_{14}O_2$. . . | 75,2 | 9,6 | 65,2 | 12,0 |
| $C_7H_{14}O_2$. . . | 84,0 | 9,8 | 77,0 | 11,8 |
| $C_8H_{16}O_2$. . . | 95,2 | 11,2 | 92,9 | 15,9 |
| $C_9H_{18}O_2$. . . | 105,5 | 10,3 | 108,3 | 15,4 |

Die erste Reihe für $(1/l)$ zeigt nahezu constante Differenzen. Da der Querschnitt der Molecularsphäre umgekehrt

1) Winkelmann, Wied. Ann. 23. p. 203. 1884.

proportional der Weglänge ist, so folgt hieraus, dass für jeden Zuwachs von CH_2 der Querschnitt der Molecularsphäre sehr nahe um eine constante Grösse zunimmt.

Die zweite Reihe zeigt Differenzen, welche mit wachsendem Moleculargewicht zunehmen; indessen sind die Unterschiede nicht so gross, dass sie nicht durch Beobachtungsfehler oder durch eine nicht vollkommene Reinheit der Präparate erklärt werden könnten. Betrachtet man daher die beiden Reihen für sich allein, so würde es zweifelhaft bleiben, welche von beiden bei ganz vollkommener Beobachtung constante Differenzen zeigt. Führt man dagegen die Reihen, unter der Voraussetzung, dass dieselben eine constante Differenz darstellen, für kleinere Moleculargewichte weiter fort, so kommt man bei der zweiten Reihe zu einem Widerspruch. Die mittlere Differenz der Glieder der ersten Reihe ist nahezu 10, der zweiten 13; man erhält daher:

$$\left(\frac{1}{l}\right) \cdot 10^{-4} \quad \left(\frac{1}{l}\right)^2 \cdot 10^{-7}$$

| | | |
|--|------|------|
| $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_2$. . . | 45,3 | 30,5 |
| $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$. . . | 35,3 | 17,5 |
| CH_4O_2 . . . | 25,3 | 4,5 |

Die zweite Reihe liefert die relativen Volumina der Molecüle, wenn letztere eine kugelförmige Gestalt besitzen. Der letzte Werth 4,5 für CH_2O_2 steht aber im Widerspruch mit der Zahl 13, welche für die Differenz CH_2 eingeführt ist. Hieraus geht hervor, dass die Reihe für $(1/l)^2$ zu einem unmöglichen Resultat führt, und daraus folgt, dass die Grundlage der Rechnung oder die Annahme einer kugelförmigen Gestalt nicht richtig ist. Die erste Reihe enthält dagegen einen solchen Widerspruch nicht, und deshalb ist es nach den Betrachtungen von O. E. Meyer wahrscheinlich, dass die Atome plattenförmig in dem Molecül angeordnet sind.

Es schien mir nun von Interesse, die Werthe 35,3 und 25,3 für $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$ und CH_2O_2 , welche aus den höher zusammengesetzten Estern für $(1/l) \cdot 10^{-4}$ berechnet wurden, direct mit der Erfahrung zu vergleichen. Hierzu war es nothwendig, die Diffusion der Fettsäuren in Luft, Wasserstoff und Kohlensäure zu untersuchen.

In § 1 sind die Beobachtungen über Ameisensäure und Essigsäure mitgetheilt; dieselben zeigen, dass die reciproken Werthe der molecularen Weglängen nahe mit den aus den Estern berechneten Werthen übereinstimmen.

§ 2 enthält die Resultate der höher siedenden Säuren. Benutzt man zur Berechnung der Diffusionscoefficienten die Dampfdrucke, welche sich aus den Beobachtungen Landolet's ergeben, so findet man für Buttersäure und Isovaleriansäure stark abweichende Ergebnisse.

In § 3 werden die Spannkraften der Dämpfe bei der Versuchstemperatur direct bestimmt; hierbei wird constatirt, dass der Druck des gesättigten Dampfes von der Menge der Flüssigkeit abhängt.

§ 4. Verwendet man die kleinsten der beobachteten Drucke zur Bestimmung der Diffusionscoefficienten, so werden die Resultate in den Weglängen zwar übereinstimmen, mit den berechneten Werthen, zeigen aber für die höher siedenden Säuren doch noch Differenzen. Die reciproken Werthe der Weglängen nehmen daher nur bei den niedriger siedenden Säuren für jeden Zuwachs von CH_2 um eine constante Grösse zu; bei den höher siedenden Säuren ist der Zuwachs grösser. Es wird näher begründet, weshalb den zuletzt genannten Versuchen keine volle Beweiskraft beizumessen ist..

In § 5 sind die Beobachtungen der Fettalkohole mitgetheilt. Die reciproken Werthe der Weglängen zeigen auch hier für jeden Zuwachs von CH_2 nahezu eine constante Zunahme mit Ausnahme des letzten Gliedes der Reihe.

§ 6 enthält eine Vergleichung der Versuchsergebnisse mit denen anderer Beobachter. Ein scheinbarer Widerspruch zwischen den Ergebnissen des Hrn. Schumann und des Verfassers findet seine Erklärung.

§ 7 gibt einige Zusätze zu der früheren Arbeit über die Diffusion der Ester.

Resultate der Säuren.

1) Die Beobachtung wurde in der gleichen Weise, wie früher, angestellt¹⁾, indem man die Verdampfung der Flüssigkeiten in Luft, Wasserstoff und Kohlensäure ermittelte.

Im Folgenden ist die vollständige Beobachtungsreihe für Ameisensäure, soweit sie sich auf Luft bezieht, wiedergegeben. Der Diffusionscoefficient K , bezogen auf 76 cm Druck und die Temperatur τ des Versuches wird nach der Formel²⁾:

$$(I) \quad K = \frac{(h_1 + h_0)(h_1 - h_0)}{2} \cdot \frac{s}{d_1} \cdot \frac{273 + \tau}{273} \cdot \frac{1}{(t_1 - t_0) \{ \log_n P - \log_n (P - p) \}}$$

berechnet. Zur Bestimmung von $(t_1 - t_0) / \frac{1}{2}(h_1 + h_0)$ dienen die Verdampfungsbeobachtungen.

Ameisensäure³⁾; Luft.

| Abstand der Flüssigkeitsoberfläche vom Ende in mm | Zeit | Differenz der Zeiten in Sekunden $t_1 - t_0$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | Temperatur des Bades = 65,4°. Barometer = 731,3 mm. |
|---|--|--|--|--|
| 18 | 8 ^h 50 ^m 45 ^s | 1740 | 94,32 | |
| 19 | 9 19 45 | 1845 | 94,61 | |
| 20 | — 50 30 | | | |
| Mittel | | | 94,46 | |
| 18 | 10 59 30 | 615 | 33,24 | Temperatur des Bades = 84,9°. Barometer = 728,8 mm. |
| 19 | 11 9 45 | 670 | 34,36 | |
| 20 | " 20 55 | 700 | 34,14 | |
| 21 | " 32 35 | 735 | 34,18 | |
| 22 | " 44 50 | 755 | 33,55 | |
| 23 | " 57 25 | | | |
| Mittel | | | 33,89 | |

Wird 1 cm als Längeneinheit und 1 Secunde als Zeiteinheit zu Grunde gelegt, so ist für $\tau = 65,4^\circ$:

$$\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)} = 944,6; \quad (h_1 - h_0) = 0,1.$$

Die Grösse s (Formel I) stellt die Dichtigkeit der Flüssigkeit bei τ^0 , bezogen auf Luft von 0° und 760 mm Druck als

1) Winkelmann, Wied. Ann. 22. p. 7. 1884.

2) l. c. p. 20.

3) Die Präparate wurden von C. A. F. Kahlbaum bezogen.

Einheit dar. Man ermittelte die Dichtigkeit der Flüssigkeit s_{τ^0} bei 20° , bezogen auf Wasser von 4° als Einheit, mittelst eines Pyknometers und erhielt mit Hülfe des Ausdehnungscoëfficienten von Kopp die Dichtigkeit bei τ^0 . Für Ameisensäure wurde gefunden:

$$s_{\tau^0} = 1,2191, \text{ daher } s_{\tau^{65,4}} = 1,1634.$$

Die Grösse d_1 (Formel I) bezeichnet die normale Dichte des Dampfes; dieselbe ist für Ameisensäure 1,593. Es ist daher der Quotient s/d_1 für diese Flüssigkeit bei $\tau = 65,4$:

$$\frac{s}{d_1} = \frac{1,1634}{0,001\,293 \cdot 1,593} = 564,8.$$

P (Formel I) stellt den Druck der äusseren Luft während des Versuches dar; in dem obigen Beispiel ist $P = 73,13$ cm.

p (Formel I) bezeichnet den Druck des gesättigten Dampfes bei der Temperatur τ des Versuches. Derselbe wurde aus den Beobachtungen Landolt's¹⁾ in folgender Weise berechnet. Man bestimmte die Siedetemperatur der Säure unter dem jeweiligen Barometerstand; angenommen, dieselbe sei T^0 unter dem Drucke P . Alsdann wurde aus den Beobachtungen Landolt's für die gleiche Temperatur T der zugehörige Druck P_1 ermittelt, und ebenso für die Versuchstemperatur τ^0 der Druck p_1 . Aus diesen Werthen wurde der Druck p bei τ^0 der von mir benutzten Säure nach der Formel:

$$p = p_1 \cdot \frac{P}{P_1}$$

berechnet.²⁾ Es möge hier vorgreifend bemerkt werden, dass unter gewissen Umständen die Berechnung des Druckes nach dieser Formel zu fehlerhaften Resultaten führen kann, besonders wenn der Unterschied von P_1 und p_1 gross ist. Ich werde hierauf später zurückkommen. Für Ameisensäure erhält man:

$$\begin{array}{ll} \text{bei } T^0 = 100,4 & P = 72,70 \text{ cm.} \\ \text{,, } & P_1 = 76,85 \text{ ,,} \\ \tau^0 = 65,4 & p_1 = 23,59 \text{ ,,} \end{array}$$

Daher $p = 22,32$ cm.

1) Landolt, Lieb. Ann. Suppl. 6. p. 129. 1868.

2) Bei den früheren Versuchen mit den Estern wurde die Druckbestimmung in der gleichen Weise ausgeführt

Mit diesen Werthen wird nach der Formel (I) der Diffusionscoefficient der Ameisensäure:

$$K = 0,2035,$$

bezogen auf 65,4° und 76 cm Druck.

In der folgenden Tabelle sind die Beobachtungen der Ameisensäure und Essigsäure zusammengestellt. T gibt die Siedetemperatur bei dem Barometerstande B an. Die Siedetemperatur der Säuren war nicht ganz constant; es sind im Folgenden die höchsten Temperaturen angegeben, welche beim Sieden beobachtet wurden.

Tabelle I.

Ameisensäure.

$$s_4^{20} = 1,2191; \quad T = 100,4; \quad B = 72,70 \text{ cm.}$$

| | τ | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{(t_1 - t_0)}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|---------------|--------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 65,4 | 22,32 | 73,13 | 564,8 | 944,6 | 0,2035 |
| Wasserstoff . | " | " | " | " | 244,2 | 0,7873 |
| Kohlensäure . | " | " | " | " | 1432,0 | 0,1943 |
| Luft | 84,9 | 44,75 | 72,88 | 552,7 | 338,9 | 0,2244 |
| Wasserstoff . | " | " | " | " | 86,2 | 0,8830 |
| Kohlensäure . | " | " | " | " | 501,1 | 0,1519 |

Essigsäure.

$$s_4^{20} = 1,0532; \quad T = 116,4; \quad B = 72,70 \text{ cm.}$$

| | τ | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|---------------|--------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 65,5 | 12,51 | 73,13 | 373,3 | 1563,0 | 0,1578 |
| Wasserstoff . | " | " | " | " | 396,2 | 0,6211 |
| Kohlensäure . | " | " | " | " | 2349,0 | 0,1048 |
| Luft | 93,4 | 34,10 | 72,99 | 361,1 | 386,7 | 0,1993 |
| Wasserstoff . | " | " | " | " | 96,2 | 0,8011 |
| Kohlensäure . | " | " | " | " | 568,5 | 0,1356 |

Aus den Werthen K der letzten Verticalreihe, welche die Diffusionscoefficienten bei τ^0 und 76 cm Druck darstellen, wurden die Diffusionscoefficienten bei 0° und für den gleichen Druck unter der Voraussetzung berechnet, dass der Diffu-

sionscoëfficient proportional dem Quadrat der absoluten Temperatur zunimmt.¹⁾ Man erhält so:

Diffusionscoëfficient bezogen auf 0° und 76 cm Druck.

| Ameisensäure. | | | Essigsäure. | | |
|---------------|----------------|--------|----------------|--|--------|
| | | Mittel | | | Mittel |
| Luft . . . | 0,1325; 0,1306 | 0,1315 | 0,1027; 0,1104 | | 0,1065 |
| Wasserstoff | 0,5124; 0,5138 | 0,5131 | 0,4051; 0,4438 | | 0,4244 |
| Kohlensäure | 0,0874; 0,0884 | 0,0879 | 0,0683; 0,0751 | | 0,0717 |

Während bei der Ameisensäure die beiden Werthe der Diffusionscoëfficienten, welche aus Beobachtungen bei verschiedenen Temperaturen abgeleitet wurden, nur geringe Unterschiede zeigen, gehen die Werthe der Essigsäure bis zu 10 Proc. auseinander. Es ist sehr wahrscheinlich, dass diese grosse Differenz in der Druckbestimmung des Dampfes begründet ist.

Die oben angegebenen Mittelzahlen wurden benutzt, um nach der Stefan'schen Formel die moleculare Weglänge der Dämpfe zu berechnen. In dieser Formel:

$$(II) \quad k = \frac{3\pi \cdot \sqrt{2}}{8} \cdot \omega \cdot \sqrt{m} \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1 \cdot m_2}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{l_1}} + \frac{1}{\sqrt{l_2}}\right)^2}.$$

bezeichnet m und ω das Moleculargewicht und die Moleculargeschwindigkeit eines Normalgases. Es wurde $m = 2$ und $\omega = 169\,800$ cm gesetzt. m_1 und m_2 bedeuten die Moleculargewichte der diffundirenden Gase, resp. Dämpfe, l_1 und l_2 ihre molecularen Weglängen. Für die verwendeten Gase wurden, wie früher, bei der Untersuchung der Ester die Weglängen eingeführt, welche Hr. von Obermayer ermittelt hat:

| | |
|-----------------|----------------|
| Luft | 0,000 007 4 cm |
| Wasserstoff . . | 144 „ |
| Kohlensäure . . | 49 „ |

Hiermit erhält man folgendes Resultat:

1) Vgl. Winkelmann, Wied. Ann **23**. p. 221. 1884.

Weglänge ($l \cdot 10^8$) in cm bei 0° und 76 cm Druck.

| Ameisensäure. | | | | Essigsäure. | | | |
|--------------------------|------------------|------------------|--------|--------------------------|------------------|------------------|--------|
| Aus der Beobachtung mit: | | | | Aus der Beobachtung mit: | | | |
| Luft | Wasser- stoff | Kohlen- säure | Mittel | Luft | Wasser- stoff | Kohlen- säure | Mittel |
| 431 | 421 | 358 | 403 | 326 | 418 | 278 | 307 |

Die reciproken Werthe der Weglängen sind daher:

| $\frac{1}{l} \cdot 10^{-4}$ | | | $\frac{1}{l} \cdot 10^{-4}$ | | |
|-----------------------------|------|-----------|-----------------------------|------|-----------|
| beobachtet | | berechnet | beobachtet | | berechnet |
| Ameisensäure | 24,8 | 25,3 | Essigsäure | 32,5 | 35,3 |

Die als berechnet angegebenen Zahlen sind die in der Einleitung mitgetheilten, welche aus den früheren Beobachtungen der Ester abgeleitet waren. Die Differenz zwischen der Beobachtung und Berechnung liegt vollständig innerhalb der Grenzen der möglichen Fehler, insbesondere mit Rücksicht auf die Druckbestimmung der Dämpfe. Die Beobachtungen bestätigen somit das berechnete Resultat: Setzt man die arithmetische Reihe, welche von den reciproken Werthen der molecularen Weglängen homologer Ester gebildet wird, für kleinere Moleculargewichte fort, so findet man für $C_2H_4O_2$ und CH_2O_2 Werthe, welche mit den Beobachtungen für Essigsäure und Ameisensäure genügend übereinstimmen.

2) Die Resultate, welche die Diffusion der höher zusammengesetzten Säuren ergab, sind in der folgenden Tabelle enthalten, deren Einrichtung mit Tabelle I übereinstimmt.

Tabelle II.

Propionsäure.

$$s_4^{20} = 0,9939; \quad T = 139,5^\circ; \quad B = 72,70 \text{ cm.}$$

| | τ | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{(t_1 - t_0)}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|---------------|--------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 92,8 | 14,32 | 72,81 | 276,3 | 1151,0 | 0,1469 |
| Wasserstoff . | " | " | " | " | 288,7 | 0,5856 |
| Kohlensäure . | " | " | " | " | 1634,0 | 0,1035 |

Buttersäure.

$$s_4^{20} = 0,9603; \quad T = 160,3^\circ; \quad B = 72,71 \text{ cm.}$$

| | τ | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{(t_1 - t_0)}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|---------------|--------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 99,2 | 10,41 | 73,02 | 292,2 | 2017,0 | 0,0981 |
| Wasserstoff . | " | " | " | " | 529,0 | 0,3740 |
| Kohlensäure . | " | " | " | " | 2863,0 | 0,0691 |

Isovaleriansäure.

$$s_4^{20} = 0,9297; \quad T = 173,4^\circ; \quad B = 72,71 \text{ cm.}$$

| | τ | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{(t_1 - t_0)}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|---------------|--------|------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 99,0 | 7,56 | 72,88 | 186,6 | 3416,0 | 0,0680 |
| Wasserstoff . | " | " | " | " | 892,2 | 0,2602 |
| Kohlensäure . | " | " | " | " | 5039,0 | 0,0461 |

Die folgende Zusammenstellung gibt eine Vergleichung der specifischen Gewichte der Säuren und der Siedetemperaturen bei 760 mm nach den Beobachtungen Landolt's. Die von mir bestimmten Siedetemperaturen wurden auf den Druck von 760 mm reducirt.

| | s_4^{20} | | Siedetemperatur bei 760 mm | |
|------------------|------------|-----------------------|----------------------------|----------------------------|
| | Winkelmann | Landolt ¹⁾ | Winkelmann | Landolt ²⁾ |
| Ameisensäure . | 1,2191 | 1,2165; 1,2211 | 101,9° | 100,0; 100,3; 101,7; 103,0 |
| Essigsäure . . . | 1,0592 | 1,0514; 1,0518 | 117,9 | 117,9; 118,6; 119,2 |
| Propionsäure . . | 0,9939 | 0,9963; 0,9973 | 140,9 | 139,6; 140,3; 141,0 |
| Buttersäure . . | 0,9603 | 0,9639; 0,9610 | 161,7 | 162,0; 162,1; 162,8 |
| Isovaleriansäure | 0,9297 | 0,9313; 0,9325 | 174,9 | 174,3; 175,4; 175,6 |

Die Reduction der Coëfficienten K (Tabelle II) auf 0° führt zu folgenden Werthen:

Diffusionscoëfficienten bezogen auf 0° und 76 cm Druck.

| | Propionsäure | Buttersäure | Isovaleriansäure |
|-----------------|--------------|-------------|------------------|
| Luft | 0,0818 | 0,0523 | 0,0366 |
| Wasserstoff . . | 0,3261 | 0,2012 | 0,1402 |
| Kohlensäure . | 0,0576 | 0,0372 | 0,0248 |

1) Landolt, Pogg. Ann. 117. p. 353. 1862. Es ist oben der kleinste und grösste Werth der Beobachtungen mitgetheilt.

2) Landolt, Lieb. Ann. Suppl. 6. p. 175. 1868. Eine ausführlichere Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXVI.

Nach der Formel (II) erhält man aus obigen Zahlen die mittlere

Weglänge ($\lambda.18^\circ$) in cm bei 0° und 76 cm Druck.

| Aus der Beobachtung mit | Propionsäure | Buttersäure | Isovaleriansäure |
|-------------------------|--------------|-------------|------------------|
| Luft | 224 | 122 | 73,5 |
| Wasserstoff . . . | 220 | 116 | 73,8 |
| Kohlensäure . . . | 205 | 109 | 63,7 |
| | Mittel 216 | Mittel 116 | Mittel 70,3 |

Aus den Mittelwerthen ergeben sich die reciproken Werthe der Weglängen:

| | Propionsäure | Buttersäure | Isovaleriansäure |
|------------|--------------|-------------|------------------|
| beobachtet | 46,3 | 86,2 | 142,2 |
| berechnet | 45,3 | 55,3 | 65,4 |

Die als berechnet angegebenen Werthe sind jene, die aus den Beobachtungen der Ester für $C_3H_6O_2$, $C_4H_8O_2$ und $C_5H_{10}O_2$ ermittelt sind.¹⁾

Eine Vergleichung der vorstehenden Resultate zeigt, dass bei der Propionsäure noch eine genügende Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung stattfindet, dass dagegen bei der Buttersäure und Isovaleriansäure die Differenzen sehr beträchtlich werden. Wenn man bedenkt, dass die Untersuchung der Ester für isomere Verbindungen im Maximum bloß einen Unterschied von 10 Proc. lieferte, so ist es nicht wahrscheinlich, dass die grosse Differenz der Säuren (in einem Fall über 100 Proc.) in der Natur derselben begründet ist. Es lassen sich zwei Ursachen angeben, welche die fragliche Differenz bewirkt haben können; erstens kann der Druck, welcher für die Versuchstemperatur in der Nähe von 100° aus den Beobachtungen Landolt's für die Dampfspannung berechnet und in die Bestimmung des Diffusionscoefficienten eingeführt wurde, grösser sein, als der wirklich vorhandene Druck; zweitens können die Präparate nicht genügend rein sein.

Schon Hr. Landolt hat bei Gelegenheit seiner Unter-
Vergleichung der specifischen Gewichte und Siedepunkte der Säuren findet sich bei Lossen, Lieb. Ann. 214. p. 81. 1882 und Zander, Lieb. Ann. 224. p. 56. 1884.

1) Cf. Winkelmann, Wied. Ann. 23. p. 226. 1884.

suchung über die Dampfspannung der Säuren gezeigt, dass die verschiedenen Präparate derselben Säure beträchtliche Unterschiede in der Dampfspannung besitzen können, und dass das Verhältniss der Dampfspannungen zweier Präparate auch mit der Temperatur sich stark ändern kann. So liefern z. B. zwei Präparate der

Buttersäure¹⁾

| bei der Temperatur | die Spannkraft in mm | | Verhältniss der Spannkraften |
|--------------------|-------------------------|-------|---------------------------------|
| | I. | II. | |
| 30,10° | 11,8 | 10,4 | 1,135 |
| 50,95 | 23,9 | 21,1 | 1,133 |
| 154,0 | 610,6 | 601,4 | 1,015 |
| 161,8 | 791,3 | 762,4 | 1,038 |

Isovaleriansäure²⁾

| | | | |
|--------|-------|-------|-------|
| 20,03° | 9,7 | 6,3 | 1,540 |
| 39,97 | 18,9 | 12,0 | 1,575 |
| 167,1 | 627,1 | 609,2 | 1,029 |
| 180,4 | 969,0 | 905,9 | 1,070 |

3) Um zu entscheiden, ob bei den von mir verwendeten Säuren ähnliche Differenzen vorlagen, musste die Spannkraft der Dämpfe selbst bestimmt werden. Gleichzeitig war es wünschenswerth, die Präparate einer erneuten Fractionirung zu unterwerfen; Hr. Prof. Hell hatte die Güte, diese auszuführen, und erhielt für den später benutzten Theil der Präparate folgende Siedepunkte.

| | Propionsäure | Buttersäure | Isovaleriansäure |
|-------------------------------|--------------|-------------|------------------|
| Siedetemperatur ³⁾ | 140—141° | 162—163° | 173—175°. |

Da die Versuche über die Verdampfung in der Nähe von 100° durchgeführt wurden, so genügte es, die Spannkraft der Dämpfe bei derselben Temperatur zu bestimmen. Ich wandte hierzu folgendes Verfahren an.

Ein mit Quecksilber gefülltes Barometerrohr wurde mit einem Glasmantel, wie er zur Hofmann'schen Methode der

1) Landolt, l. c. p. 165.

2) Landolt, l. c. p. 168.

3) Der Barometerstand ist nicht gleichzeitig ermittelt; nach einer späteren Bestimmung war derselbe etwa 735 mm.

Dampfbestimmung verwandt wird, umgeben. Um einen dichten Verschluss zu erzielen, war über das Barometerrohr ein eng anliegender Kautschukpfropfen gestreift, welcher in der Quecksilberwanne aufliegend das Rohr trug. Der Glasmantel war in einen kleinen Eisencylinder gesteckt und durch her-umgelegten Bindfaden darin festgehalten. Der Eisencylinder, welcher ein seitliches Ansatzrohr zum Abzug der Dämpfe besass, passte wasserdicht über den Kautschukpfropfen des Barometerrohres. Auf diese Weise erreicht man, dass das Quecksilber der Wanne auch während des Durchleitens der Dämpfe durch den Mantel vollständig trocken blieb.

Es wurden nun bei Beginn des Versuches Wasserdämpfe durch den Mantel geleitet und der Stand der Quecksilberkuppe an einem Kathetometer abgelesen, gleichzeitig wurde die Barometerhöhe an einem besonders aufgestellten Barometer notirt. Dann liess man den Apparat sich abkühlen und brachte darauf eine kleine Menge der ausgekochten Flüssigkeit mittelst eines feinen Glasrohrs in den Apparat. Eine nochmalige Erwärmung auf die Temperatur der Wasserdämpfe lieferte alsdann den Druck der Dämpfe in folgender Weise. Ist die direct abgelesene Höhendifferenz der Quecksilberkuppen ohne und mit Flüssigkeit gleich $(a - b)$, so ist der Dampfdruck:

$$\frac{a - b}{1 + 0,000181 \cdot t'}$$

wenn t die Temperatur der Dämpfe ist und der Barometerstand sich während des Versuches nicht geändert hat.

Die Erwärmung auf die Temperatur t^0 vor dem Einfüllen der Flüssigkeit bietet den Vorthail¹⁾, dass die Temperaturcorrection der druckmessenden Quecksilbersäule sich mit grösserer Sicherheit ausführen lässt. Denn diese Säule, welche sich vollständig in dem Dampfraume befindet, hat überall die Temperatur der Dämpfe; die Reduction der ganzen Säule bis zur Oberfläche des Bades, welche bei der obigen Anordnung vermieden wird, führt dagegen eine Unsicherheit mit sich, weil die Temperatur des unteren Theiles nicht überall die gleiche ist.

1) Cf. Brühl, Chem. Ber. 9. p. 1368. 1876.

Die Beobachtungen der Spannkkräfte zeigten keine ganz constanten Resultate, vielmehr nahm bei den meisten der untersuchten Flüssigkeiten die Spannkraft zu, wenn die Flüssigkeitsmenge in dem Apparat vermehrt wurde. Ich wurde durch eine zufällige Beobachtung auf diesen Umstand aufmerksam. Als nämlich bei einem Versuche die in den Apparat eingeführte Flüssigkeitsmenge sehr gering ausgefallen war, wurde durch eine weitere Zufuhr derselben in das gleiche Rohr eine Controle der eben ausgeführten Messungen vorgenommen. Hierbei ergab sich eine nicht unbedeutliche Druckzunahme. Mehrere vorhergehende Versuche hatten nahe übereinstimmende Drucke geliefert; diese Uebereinstimmung war offenbar darin begründet, dass bei jedem Versuche nahezu die gleiche Menge Flüssigkeit zur Verwendung gelangte.

Um die Grösse der Druckvermehrung erkennen zu lassen, sind im Folgenden einige Resultate mitgetheilt.

Propionsäure.

| Temperatur der Dämpfe | Druck in mm | Differenz | Höhe d. Flüssigkeitssäule über d. Quecksilber in mm |
|--------------------------|----------------|-----------|--|
| 98,85 | 176,9 | | 3,4 |
| " | 181,2 | 4,3 | 9,8 |

Isovaleriansäure.

| | | | |
|-------|------|-----|-----|
| 98,97 | 52,9 | | 2,0 |
| " | 58,3 | 5,4 | 5,5 |

Dass nicht Luft, welche bei der zweiten Zufuhr der Flüssigkeit etwa in den Apparat mitgenommen war, die Ursache der Druckvermehrung sei, konnte leicht dadurch constatirt werden, dass man durch Neigung des Apparates nach Beendigung des Versuches die Grösse der Luftblase ermittelte.

Die Ursache der genannten Erscheinung liegt nach meinem Dafürhalten in der nicht vollkommenen Reinheit der Präparate. Wenn bei constantem äusseren Druck die Destillationstemperatur der Flüssigkeit nicht vollkommen constant ist, — wie es bei den von mir benutzten Flüssigkeiten der Fall war, indem dort diese Temperatur um einen ganzen Grad sich änderte — enthält das Präparat Bestandtheile

verschiedener Flüchtigkeit. Zur Erklärung der Druckvermehrung braucht man dann nur anzunehmen, dass in dem Dampfvolumen ausser dem Hauptbestandtheil sich noch ein nicht gesättigter Dampf eines Nebenbestandtheiles vorfindet. Wird dann eine neue Menge Flüssigkeit in das Dampfvolumen eingeführt, so verdampft der Nebenbestandtheil wiederum, vermehrt so die Dichtigkeit desselben und infolge davon auch den Gesamtdruck. Diese Erklärung wird durch einen Versuch unterstützt, den ich bei einem Alkohol angestellt habe, und auf den ich später zurückkommen werde. Je länger man nämlich die Flüssigkeit vor dem Versuche auskocht, umsomehr wird sie von dem flüchtigeren Bestandtheil verlieren, und um so geringer wird der Druck des Dampfes bei einer bestimmten Temperatur sich herausstellen.

Uebrigens ist zu bemerken, dass schon die Herren Wüllner und Grottrian¹⁾ für mehrere Flüssigkeiten die gleiche Erscheinung in viel ausgedehnterem Maasse constatirt haben. Die genannten Autoren zeigten, dass sowohl bei Verkleinerung des Dampfvolumens der Druck der gesättigten Dämpfe wächst, als auch, dass, wenn in gleiche Volumina verschiedene Mengen der Flüssigkeit gebracht werden, die grössere Menge den grösseren Druck besitzt. Zur Vergleichung mit den obigen Resultaten möge eine Beobachtung mit Schwefeläther angeführt werden.²⁾

| Temperatur | Druck in mm. | | Diff. |
|------------|--------------|-----------|-------|
| | Ballon A | Ballon II | |
| 24,0° | 529,46 | 520,51 | 8,95 |

Der Ballon A, welcher etwa die dreifache Menge Schwefeläther enthielt, wie der Ballon II, zeigt einen um 8,95 mm höheren Druck. Ob die oben angegebene Erklärung der Erscheinung, welche von den Herren Wüllner und Grottrian ebenfalls discutirt wird, auch für die von ihnen benutzten Flüssigkeiten zulässig ist, können die mitgetheilten Versuche nicht entscheiden.

1) Wüllner u. Grottrian, Wied. Ann. 11. p. 545. 1880.

2) l. c. p. 601.

4) Um völlig vergleichbare Resultate zu erhalten, war es nothwendig, die Druckbestimmung der Dämpfe und die Diffusion derselben möglichst an derselben Flüssigkeitsmenge auszuführen. Zu dem Zwecke wurden, nachdem die Flüssigkeit in einem Reagenzcyylinder ausgekocht war, unmittelbar hintereinander die Verdampfungsröhrchen gefüllt und die Flüssigkeit in das Barometerrohr zur Druckbestimmung eingeführt. Für die Berechnung der Diffusion ist jener Druck benutzt, welcher bei der kleinsten Flüssigkeitsmenge sich zeigte. Ich ging hierbei von der Erwägung aus, dass die Dämpfe des Nebenbestandtheils, welche den Druck bei grösserer Zufuhr vermehren, für die Diffusionsgeschwindigkeit von geringer Bedeutung sind. Denn wenn diese Dämpfe in so geringer Menge vorhanden sind, dass sie das Dampfvolumen bei der Druckbestimmung nicht zu sättigen vermögen, so werden sie bei den Diffusionsbestimmungen schon zu Anfang des Versuches grossentheils entweichen und auf die späteren Beobachtungen, welche allein für die Berechnung massgebend sind, keinen oder nur mehr einen sehr unbedeutenden Einfluss ausüben.

Wie aus der folgenden Tabelle hervorgeht, wurden die Drucke sämmtlicher Säuren, mit Ausnahme der Ameisensäure, in der Nähe von 100° bestimmt; die letztere Säure wurde ausgeschlossen, weil der Dampfdruck derselben bei 100° so gross ist, dass eine Diffusionsbestimmung unter dem gewöhnlichen Luftdruck hier nicht mehr ausführbar ist. Ausser den früher angegebenen Säuren ist auch noch die Isobuttersäure untersucht.

Tabelle III.

Essigsäure.

| | r | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|-----------------|------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 98,5 | 42,55 | 71,79 | 359,0 | 276,8 | 0,1965 |
| Wasserstoff . . | " | " | " | " | 72,7 | 0,7481 |
| Kohlensäure . . | " | " | " | " | 411,4 | 0,1321 |

Propionsäure.¹⁾

| | t | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|---------------|-------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 98,85 | 17,69 | 72,17 | 274,3 | 846,0 | 0,1570 |
| Wasserstoff . | " | " | " | " | 214,9 | 0,6182 |
| Kohlensäure . | " | " | " | " | 1203,5 | 0,1104 |
| Luft | 98,85 | 17,74 | 71,96 | 274,3 | 825,0 | 0,1600 |
| Wasserstoff . | " | " | " | " | 215,8 | 0,6116 |
| Kohlensäure . | " | " | " | " | 1203,5 | 0,1097 |

Normale Buttersäure¹⁾

| | t | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|---------------|------|------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 98,6 | 7,57 | 72,05 | 223,3 | 2171,0 | 0,1263 |
| Wasserstoff . | " | " | " | " | 559,2 | 0,4905 |
| Kohlensäure . | " | " | " | " | 3103,0 | 0,0884 |

Isobuttersäure.

$$s_4^{20} = 0,9508; \quad T = 152,4; \quad B = 72,71 \text{ cm.}$$

| | t | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|---------------|-------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 98,15 | 10,97 | 70,84 | 221,3 | 1374,0 | 0,1301 |
| Wasserstoff . | " | " | " | " | 356,6 | 0,5015 |
| Kohlensäure . | " | " | " | " | 2050,0 | 0,0872 |

Isovaleriansäure.

| | t | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|---------------|-------|------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 98,85 | 5,16 | 72,14 | 186,6 | 3325,0 | 0,1031 |
| Wasserstoff . | " | " | " | " | 871,0 | 0,3934 |
| Kohlensäure . | " | " | " | " | 4919,0 | 0,0696 |

1) Die specifischen Gewichte der rectificirten Säuren waren folgende:

s_4^{20} früher gefunden

Propionsäure . . . 0,9939 0,9939

Normale Buttersäure 0,9594 0,9603.

Die Differenzen sind also sehr gering. Bei der Isovaleriansäure reichte die rectificirte Menge nicht aus, um eine Bestimmung des specifischen Gewichtes zuzulassen.

Die in der vorstehenden Tabelle angegebenen Dampfdrucke der Buttersäure und Isovaleriansäure sind bedeutend kleiner, als jene, welche aus den Beobachtungen Landolt's abgeleitet sind (Tabelle II). Die Werthe, welche für $(t_1 - t_0)/\frac{1}{2}(h_1 + h_0)$ in den beiden Tabellen II und III angegeben sind, sind nicht vollständig miteinander vergleichbar, weil der äussere Druck P und die Temperatur τ in beiden Versuchsreihen etwas variiren. Trotzdem lässt sich erkennen, dass die Verdampfungsgeschwindigkeit der Buttersäure ab- und die der Isovaleriansäure durch die Rectification etwas zugenommen hat. Bei der Propionsäure ist der Temperaturunterschied schon zu gross, um hierüber einen Anhalt zu geben.

Reducirt man die Coëfficienten der Tabelle III auf 0° , so erhält man:

Diffusionscoëfficienten, bezogen auf 0° und 76 cm Druck.

| | Essig- säure | Propionsäure | Butter- säure | Isobutter- säure | Isovalerian- säure |
|---------------|-----------------|--------------|------------------|---------------------|-----------------------|
| Luft . . . | 0,1061 | 0,0847 | 0,0862 | 0,0680 | 0,0704 |
| Wasserstoff . | 0,4040 | 0,3333 | 0,3297 | 0,2639 | 0,2713 |
| Kohlensäure | 0,0713 | 0,0595 | 0,0591 | 0,0476 | 0,0472 |

Hieraus erhält man folgendes Resultat (Formel II) für die mittlere

Weglänge ($l \cdot 10^8$) in cm bei 0° und 76 cm Druck.

| Aus der Beob- achtung mit | Essig- säure | Propion- säure | Butter- säure | Isobutter- säure | Isovalerian- säure |
|------------------------------|-----------------|-------------------|------------------|---------------------|-----------------------|
| Luft | 323 | 240 | 175 | 185 | 134 |
| Wasserstoff . | 295 | 225 | 165 | 171 | 124 |
| Kohlensäure . | 274 | 215 | 158 | 157 | 114 |
| Mittel | 297 | 227 | 166 | 171 | 124 |

Bei Benutzung der vorstehenden Mittelwerthe erhält man für die reciproken Werthe der Weglängen, denen der Vollständigkeit halber die Ameisensäure noch beigelegt ist, folgende Grössen:

| | $\frac{1}{l} \cdot 10^{-4}$ | | | $\frac{1}{l} \cdot 10^{-4}$ | |
|---------------------|-----------------------------|----------|------------------------|-----------------------------|----------|
| | beob. | berechn. | | beob. | berechn. |
| Amciscensäure . . . | 24,8 | 25,3 | Buttersäure . . . | 60,2 | 55,3 |
| Essigsäure . . . | 33,7 | 35,3 | Isobuttersäure . . . | 58,5 | |
| Propionsäure . . . | 44,1 | 45,3 | Isovaleriansäure . . . | 80,6 | |

Die beobachteten Werthe der Buttersäure und Isovaleriansäure, 60,2 und 80,6, sind bedeutend kleiner, als die früher angegebenen, 86,2 und 142,2. Die Ursache liegt wesentlich in dem kleineren Dampfdrucke, der in die Berechnung eingeführt wurde. Die Differenz gegenüber den berechneten Werthen ist aber auch hier nicht gering und dem Sinne nach die gleiche, wie früher; bei der Isovaleriansäure beträgt dieselbe etwa 24 Proc. Die Resultate für Propionsäure und Essigsäure stimmen nahe mit den früher ermittelten Werthen (§ 1 und 2) überein.

Es lässt sich aus den vorliegenden Versuchen nicht entscheiden, ob die beobachteten Unterschiede der höher zusammengesetzten Säuren gegenüber den Estern wirklich vorhanden sind oder nicht. Der Druck des gesättigten Dampfes der Isovaleriansäure ist bei 100° schon so klein, dass ein geringer Fehler einen relativ grossen Einfluss auf den Diffusionscoefficienten ausübt. Dazu kommt, dass die Präparate, wie früher angegeben, keinen constanten Druck zeigen, sondern dass letzterer von der Flüssigkeitsmenge abhängt. Um zu zeigen, welchen Einfluss der Dampfdruck auf das Resultat ausübt, werde eine Berechnung mitgetheilt, welche sich auf Isovaleriansäure bezieht. Es wurde der Druck des Dampfes bei der Temperatur 98,76° gleich 4,74 cm bestimmt, ohne gleichzeitig Versuche über die Verdampfung anzuschliessen. Verwendet man aber die in der Tabelle (III) angegebenen Beobachtungen der Isovaleriansäure für $(t_1 - t_0) / \frac{1}{2}(h_1 + h_0)$, und berechnet man zunächst den Druck des Dampfes für die Versuchstemperatur 98,95°, für welchen man 4,79 cm findet, so erhält man für $(1/l) \cdot 10^{-4}$ die Grösse 73,0, welche gegenüber 65,4 nur noch die Hälfte des Unterschiedes zeigt.

Zur Erlangung genauerer Resultate bei hochsiedenden

Flüssigkeiten wird es am zweckmässigsten sein, die Diffusion bei höheren Temperaturen als 100° zu untersuchen. Man erhält dann einen grösseren Dampfdruck, dessen Bestimmung geringeren Ungenauigkeiten unterliegt; einige Schwierigkeit dürfte es dagegen machen, so lange eine hinreichend constante Temperatur in einem zur Beobachtung geeigneten Apparat zu erhalten, als zur Ausführung der Diffusionsversuche nothwendig ist.

Das Gesamtergebniss der Versuche lässt sich dahin aussprechen, dass die niedriger zusammengesetzten Säuren (bis incl. der Propionsäure) für die mittlere Weglänge der Dampfmoecüle Werthe liefern, welche mit den Beobachtungen der Ester übereinstimmen, sodass die reciproken Werthe der Weglängen nahezu eine constante Differenz bilden. Die beiden höher zusammengesetzten Säuren (Buttersäure und Isovaleriansäure) ergeben kleinere Werthe für die Weglängen, als die entsprechenden Ester; indessen ist es zweifelhaft, ob die für die ersteren gewonnenen Werthe eine hinreichende Genauigkeit besitzen.

Resultate der Fettalkohole.

5) Die im Folgenden mitgetheilten Untersuchungen beziehen sich auf die Diffusion der Fettalkohole. Die niedriger siedenden Alkohole wurden von Kahlbaum bezogen, die höher siedenden normalen Alkohole, nämlich Butyl-, Amyl- und Hexylalkohol verdanke ich der Güte des Herrn W. Lossen. Bei den ersteren wurde das specifische Gewicht und die Siedetemperatur von mir bestimmt. Um das specifische Gewicht bei der Versuchstemperatur zu erhalten, wurden die Kopp'schen Ausdehnungscoëfficienten benutzt. Der Druck der gesättigten Dämpfe wurde aus den Beobachtungen des Hrn. Konowalow¹⁾ abgeleitet. Eine Vergleichung der Siedetemperaturen dieses Autors und mir zeigte nur geringe Unterschiede; da ferner die Beobachtung der Diffusion sich jedesmal auf zwei verschiedene Temperaturen erstreckte, so liegt hierin eine Controle für die Richtigkeit der von mir benutzten Dampf-

1) Konowalow, Wied. Ann. 14. p. 34. 1881.

drucke. Die Untersuchungen Konowalow's beziehen sich auf Methyl-, Aethyl-, Propyl- und Isobutylalkohol. Die Dampfspannung der beiden zuerst genannten Alkohole wurde auch von Regnault bestimmt; derselbe fand beim Methylalkohol bedeutend kleinere Drucke, als Konowalow.

Bei den höheren Alkoholen habe ich die spezifischen Gewichte benutzt, welche Hr. Zander¹⁾ für diese Präparate in dem Lossen'schen Laboratorium ermittelt hat. Die Dampfspannungen bei der Versuchstemperatur wurden von mir selbst bestimmt. Auch hier zeigte sich die bereits erwähnte Erscheinung, dass der Druck der gesättigten Dämpfe zunahm, wenn die Flüssigkeitsmenge in dem gleichen Dampf-volumen vermehrt wurde. Als Beispiel führe ich Butylalkohol an.

| Temperatur | Druck der Dämpfe in mm | Diff. | Höhe der Flüssigkeit über der Quecksilberkuppe |
|------------|---------------------------|-------|---|
| 99,05° | 398,7 | — | Die Mitte der Kuppe ist nicht von Flüssigkeit bedeckt. |
| „ | 411,7 | 13,0 | 2,3 mm |

Beim Amylalkohol wurden zwei Versuche ausgeführt, um den Einfluss zu zeigen, den das stärkere Auskochen auf den Druck ausübt.

| Temperatur | Druck der Dämpfe in mm | Bemerkung |
|------------|---------------------------|-------------------|
| 99,1° | 207,9 | Ausgekocht. |
| „ | 182,7 | Stark ausgekocht. |

In beiden Fällen wurden die Diffusionsbeobachtungen ausgeführt, deren Mittheilung später folgt.

Im Folgenden sind die Beobachtungen zusammengestellt; die Bedeutung der Grössen ist die gleiche, wie in Tabelle I.

Tabelle IV.
Methylalkohol.

$$\kappa_{420} = 0,7928; \quad T = 64,1; \quad B = 72,70 \text{ cm.}$$

| | τ | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|---------------|--------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 25,6 | 12,87 | 72,41 | 550,1 | 1896,0 | 0,1620 |
| Wasserstoff . | „ | „ | „ | „ | 510,8 | 0,6015 |
| Kohlensäure . | „ | „ | „ | „ | 2936,0 | 0,1046 |

1) Zander, Lieb. Ann. 224. p. 56. 1884.

| | r | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|-----------------------|------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 49,6 | 40,70 | 72,60 | 534,2 | 425,0 | 0,1809 |
| Wasserstoff | " | " | " | " | 114,1 | 0,6738 |
| Kohlensäure | " | " | " | " | 623,0 | 0,1234 |

Aethylalkohol.

$$s_4^{20} = 0,7906; \quad T = 77,5; \quad B = 72,70 \text{ cm.}$$

| | r | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|-----------------------|------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 49,4 | 21,25 | 73,06 | 371,6 | 903,5 | 0,1413 |
| Wasserstoff | " | " | " | " | 236,0 | 0,5410 |
| Kohlensäure | " | " | " | " | 1295,0 | 0,0986 |
| Luft | 63,6 | 40,74 | 73,06 | 365,0 | 370,0 | 0,1490 |
| Wasserstoff | " | " | " | " | 97,1 | 0,5676 |
| Kohlensäure | " | " | " | " | 533,7 | 0,1034 |

Propylalkohol.

$$s_4^{20} = 0,8049; \quad T = 96,2; \quad B = 72,71 \text{ cm.}$$

| | r | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|-----------------------|------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 66,9 | 21,12 | 72,70 | 284,7 | 835,0 | 0,1237 |
| Wasserstoff | " | " | " | " | 213,7 | 0,4832 |
| Kohlensäure | " | " | " | " | 1146,0 | 0,0901 |
| Luft | 83,5 | 43,51 | 73,02 | 279,0 | 291,6 | 0,1379 |
| Wasserstoff | " | " | " | " | 74,0 | 0,5434 |
| Kohlensäure | " | " | " | " | 412,0 | 0,0976 |

Isobutylalkohol.

$$s_4^{20} = 0,8031; \quad T = 106,4; \quad B = 72,71 \text{ cm.}$$

| | r | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|-----------------------|------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 66,9 | 13,88 | 72,80 | 230,8 | 1283,5 | 0,1058 |
| Wasserstoff | " | " | " | " | 320,5 | 0,4239 |
| Kohlensäure | " | " | " | " | 1832,5 | 0,0741 |
| Luft | 83,6 | 29,98 | 73,02 | 226,3 | 473,3 | 0,1181 |
| Wasserstoff | " | " | " | " | 116,7 | 0,4790 |
| Kohlensäure | " | " | " | " | 671,5 | 0,0833 |

Normal-Butylalkohol.

 $s_0^0 = 0,8233^1)$; $T = 117,5$; $B = 76,00$ cm.

| | τ | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|---------------|--------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 99,05 | 39,87 | 72,69 | 223,7 | 303,0 | 0,1265 |
| Wasserstoff . | " | " | " | " | 76,0 | 0,5045 |
| Kohlensäure . | " | " | " | " | 433,9 | 0,0884 |

Gährungs-Amylalkohol.

 $s_4^{20} = 0,8114$; $T = 130,2$; $B = 72,71$ cm.

| | τ | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|---------------|--------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 98,8 | 23,50 | 72,18 | 186,9 | 596,0 | 0,1084 |
| Wasserstoff . | " | " | " | " | 148,9 | 0,2340 |
| Kohlensäure . | " | " | " | " | 831,0 | 0,0419 |

Normal-Amylalkohol.²⁾ $s_0^0 = 0,8282^1)$; $T = 137,8$; $B = 76,00$ cm.

| | τ | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|---------------|--------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 99,1 | 18,27 | 72,82 | 190,4 | 821,4 | 0,1094 |
| Wasserstoff . | " | " | " | " | 205,7 | 0,4362 |
| Kohlensäure . | " | " | " | " | 1146,0 | 0,0784 |

Normal-Hexylalkohol.

 $s_0^0 = 0,8327^3)$; $T = 156,6$; $B = 76,00$ cm.

| | τ | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|---------------|--------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| Luft | 99,0 | 10,64 | 72,74 | 165,4 | 1538,0 | 0,0927 |
| Wasserstoff . | " | " | " | " | 384,1 | 0,3712 |
| Kohlensäure . | " | " | " | " | 2190,0 | 0,0651 |

1) Zander, l. c. p. 79. 81.

2) Die Diffusion des Amylalkohols, dessen Druck bei $99,1^\circ$ gleich 20,79 cm bestimmt wurde, ergab folgende Werthe bei der Beobachtung in Wasserstoff:

| τ | p | P | $\frac{s}{d_1}$ | $\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)}$ | K |
|--------|-------|-------|-----------------|--|--------|
| 99,1 | 20,79 | 72,85 | 190,4 | 194,9 | 0,3963 |

Wie man sieht, ist hier $(t_1 - t_0) / \frac{1}{2}(h_1 + h_0) = 194,9$ um etwa 5 Proc. kleiner, als der obige Werth 205,7; die Verdampfungsgeschwindigkeit ist daher dem grösseren Druck entsprechend grösser. Trotzdem ist der Diffusionscoefficient bedeutend (nahezu 10 Proc.) kleiner.

3) Zander, l. c. p. 82.

Die vorstehenden Werthe K wurden auf 0° reducirt und aus den so bestimmten Werthen die mittleren Weglängen berechnet.

Tabelle V.

| Alkohole | | Diffusionscoefficient bezogen auf 0° und 76 cm Druck | | | Mittlere Weglänge ($l \cdot 10^4$) in cm bei 0° und 76 cm Druck | |
|----------------|-------------|---|--------|--------|--|--------|
| | | | | Mittel | | Mittel |
| Methyl- | Luft . . . | 0,1354 | 0,1296 | 0,1325 | 381 | 361 |
| | Wasserstoff | 0,028 | 0,4826 | 0,5001 | 400 | |
| | Kohlensäure | 0,0875 | 0,0884 | 0,0880 | 301 | |
| Aethyl- | Luft . . . | 0,1013 | 0,0975 | 0,0994 | 269 | 259 |
| | Wasserstoff | 0,3879 | 0,3734 | 0,3806 | 271 | |
| | Kohlensäure | 0,0707 | 0,0679 | 0,0693 | 236 | |
| Propyl- | Luft . . . | 0,0798 | 0,0809 | 0,0803 | 208 | 203 |
| | Wasserstoff | 0,3118 | 0,3187 | 0,3153 | 209 | |
| | Kohlensäure | 0,0581 | 0,0572 | 0,0577 | 192 | |
| Isobutyl- | Luft . . . | 0,0683 | 0,0693 | 0,0688 | 173 | 168 |
| | Wasserstoff | 0,2734 | 0,2809 | 0,2771 | 176 | |
| | Kohlensäure | 0,0478 | 0,0488 | 0,0483 | 155 | |
| Normal-Etyl- | Luft . . . | — | — | 0,0681 | 170 | 164 |
| | Wasserstoff | — | — | 0,2716 | 171 | |
| | Kohlensäure | — | — | 0,0476 | 151 | |
| Gährungs-Amyl- | Luft . . . | — | — | 0,0585 | 141 | 137 |
| | Wasserstoff | — | — | 0,2340 | 141 | |
| | Kohlensäure | — | — | 0,0419 | 130 | |
| Normal-Amyl- | Luft . . . | — | — | 0,0589 | 142 | 139 |
| | Wasserstoff | — | — | 0,2351 | 142 | |
| | Kohlensäure | — | — | 0,0422 | 132 | |
| Normal-Hexyl- | Luft . . . | — | — | 0,0499 | 115 | 111 |
| | Wasserstoff | — | — | 0,1998 | 115 | |
| | Kohlensäure | — | — | 0,0351 | 104 | |

Die Beobachtungen des Aethylalkohols lassen eine Vergleichung mit den früheren Beobachtungen zu, welche an einem anderen Präparat angestellt wurden.¹⁾ Die Resultate waren:

1) Winkelmann, Wied. Ann. 22. p. 31. 1884.

Diffusionscoëfficient des Aethylalkohols bei 0°
und 76 cm Druck.

| | Luft | Wasserstoff | Kohlensäure |
|--------|--------|-------------|-------------|
| | 0,1046 | 0,382 | 0,0687 |
| | 0,0986 | 0,374 | 0,0683 |
| Mittel | 0,1016 | 0,378 | 0,0685 |

Wie man sieht, sind die Unterschiede gegenüber den Zahlen der obigen Tabelle gering und betragen bei Luft 2 Proc., bei Wasserstoff und Kohlensäure etwa 1 Proc.

Die mittleren Weglängen, welche aus der Diffusion mit den verschiedenen Gasen abgeleitet sind, zeigen theilweise grössere Differenzen; am besten stimmen die Resultate überein, welche aus den Beobachtungen mit Luft und Wasserstoff sich ergeben, während die Werthe, welche der Kohlensäure entsprechen, durchweg die kleinsten sind. Bei den Säuren (§ 4) zeigt sich das gleiche Resultat; auch bei den Estern konnten schon diese Unterschiede constatirt werden.¹⁾ Wie damals hervorgehoben wurde, sind die aus den Diffusionsversuchen ermittelten Weglängen wahrscheinlich etwas zu klein, können aber als unter sich vergleichbar betrachtet werden.

Berechnet man aus den angegebenen Mittelwerthen die reciproken Werthe der Weglängen, so findet man:

| | $\frac{1}{l} \cdot 10^{-4}$ | Differenz |
|----------------------|-----------------------------|-----------|
| Methylalkohol . . | 27,7 | |
| Aethyl- „ . . | 38,6 | 10,9 |
| Propyl- „ . . | 49,3 | 10,7 |
| Isobutyl „ . . | 59,5 | 10,9 |
| Norm. - Butylalkohol | 60,9 | 60,2 |
| Gährungs-Amyl- „ | 73,0 | 12,1 |
| Norm.-Amyl- „ | 71,6 | 72,3 |
| Norm.-Hexyl- „ | 90,1 | 17,5 |

Bildet man aus den Zahlen der isomeren Alkohole die Mittelwerthe und berechnet dann die Differenzen der aufeinander folgenden Zahlen, so erhält man die Resultate der zweiten Verticalreihe. Wie man sieht, sind auch hier, ebenso

1) Winkelmann, Wied. Ann. 23. p. 224. 1884.

wie bei den Säuren die Differenzen für die niedriger siedenden Alkohole nur wenig verschieden. Es wird also auch hier das für die Ester gefundene Resultat bestätigt: „Durch jeden Zuwachs von CH_2 nimmt der Querschnitt der Molecularsphäre sehr nahe um eine constante Grösse zu.“

Die letzte Differenz 17,8 ist beträchtlich grösser, als die übrigen. Da aber der Druck der gesättigten Dämpfe des Hexylalkohols in der Nähe von 100^0 so klein ist, dass ein geringer Fehler in dessen Bestimmung einen grossen Einfluss auf das Endresultat ausübt, so gilt auch hier das von den höher siedenden Säuren Gesagte, und deshalb bleibt es zweifelhaft, ob die Versuche die genügende Genauigkeit besitzen, um den durch dieselben sich ergebenden Unterschied als erwiesen zu betrachten.¹⁾

Vergleichung der Diffusionsversuche mit Reibungsversuchen.

6) In der früheren Arbeit über die Diffusion der Ester wurden die mittleren Weglängen der Dampfmoleculé, welche sich aus den Diffusionsversuchen ergaben, mit den Werthen verglichen, die von den Herren Lothar Meyer und Schumann aus der Transpiration der Dämpfe abgeleitet waren. Es ergab sich hierbei, dass die Transpiration fast doppelt so grosse Werthe lieferte, wie die Diffusion.²⁾ Durch eine weitere Vergleichung anderer Dämpfe mit den Resultaten, welche Hr. Puluj aus Schwingungsbeobachtungen ermittelt hatte, wurde gezeigt, dass zwar auch hier die moleculare Weglänge, welche die Diffusion lieferte, kleiner war, als jene aus den Schwingungsversuchen ermittelte, dass aber der Unterschied bedeutend kleiner sei. Aus diesem Ergebniss wurde gefolgert³⁾, dass die Diffusionsversuche brauchbare, unter sich vergleichbare Werthe für die Weglängen liefern,

1) Bei der Untersuchung der Ester konnten auch für die höher siedenden Substanzen die Drucke benutzt werden, welche Hr. Schumann für die betreffenden Präparate mit grosser Sorgfalt bestimmt hatte. Dies ist vielleicht der Grund, weshalb die Ester eine weitergehende Uebereinstimmung zeigen, als die Säuren und Alkohole.

2) Winkelmann, Wied. Ann. 23. p. 217. 1884.

3) Winkelmann, l. c. p. 219.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXVI.

dass dagegen die nach der Transpirationsmethode ermittelten Werthe sehr wahrscheinlich zu gross sind.

Das letztere Resultat ist durch eine ausgedehnte Arbeit des Hrn. Schumann¹⁾, welcher die Reibungsconstante einiger Ester nach der Schwingungsmethode bestimmt, bewiesen worden. Hr. Schumann zeigte bei allen untersuchten Dämpfen, dass die Reibungsconstante, welche die Schwingungsmethode ergab, bedeutend kleiner ist, als jene, welche aus der Transpiration gefunden war.²⁾ Die Unterschiede sind um so grösser, je kleiner das Moleculargewicht des betrachteten Dampfes ist; und da die moleculare Weglänge dem Reibungscoëfficienten proportional ist, so gilt für erstere das gleiche Resultat. Die neuen Werthe Schumann's sind aber, wie nach den früheren Bemerkungen zu erwarten stand, doch noch grösser, als die aus der Diffusion abgeleiteten, worauf ich später zurückkommen werde. Zunächst möchte ich auf einen Umstand hinweisen, welcher einen scheinbaren Widerspruch in unseren beiderseitigen Ergebnissen zu erklären geeignet ist.

Hr. Schumann hat die moleculare Weglänge l und den Gesamtquerschnitt Q aller in 1 ccm enthaltenen Moleküle berechnet.³⁾ Diese Grössen sind auf den Druck von 760 mm Quecksilber und die normale Siedetemperatur bezogen. Dieselben zeigen, wie auch Hr. Schumann bemerkt, nur unbedeutende Unterschiede mit dem Moleculargewicht. Denn während das Moleculargewicht von Ameisensäure-Methyl bis Essigsäure-Isobutyl fast auf das Doppelte wächst (von 60 bis 116) beträgt der Unterschied von l , resp. Q , noch nicht 3 Proc. (vgl. l , in der folgenden Tabelle). Nach meinen Beobachtungen nimmt dagegen der Querschnitt oder der reciproke Werth von l für jeden Zuwachs von CH_2 nahe um eine constante Grösse zu.

Die Werthe Schumann's haben aber eine andere Bedeutung, als die von mir bestimmten, und hierdurch wird die

1) Schumann, Wied. Ann. 23. p. 353. 1884.

2) Schumann, l. c. p. 399.

3) Schumann, l. c. p. 400.

Nichtübereinstimmung unserer Schlussfolgerungen erklärt. Da Q den Gesamtquerschnitt aller in 1 ccm enthaltenen Moleculé angibt, so wird Q nur dann ein relatives Maass für den Querschnitt eines Moleculs darstellen, wenn Q sich in jedem Falle auf die gleiche Anzahl Moleculé bezieht. Dies ist aber bei der Berechnung Schumann's nicht der Fall, weil die Siedetemperatur beträchtliche Unterschiede (von 32,3 bis 116,3°) zeigt.

Um eine Vergleichbarkeit unter sich und mit meinen früher gewonnenen Resultaten zu erzielen, habe ich die Schumann'schen Werthe von l bei gleichbleibendem Drucke auf 0° reducirt. Selbstverständlich können die Dämpfe unter dem Druck von 760 mm bei 0° nicht in Form von Dämpfen existiren, und deshalb können auch die so berechneten Weglängen bei 0° nicht vorkommen. Indessen ist dieser Umstand von keiner Bedeutung; denn da die Weglängen bei constanter Temperatur umgekehrt proportional dem Drucke sind, so braucht man die gewonnenen Werthe nur mit einem constanten grösseren Factor zu multipliciren, um dieselben bei einem thatsächlich möglichen Druck zu erhalten.

Die Reduction der Weglängen geschah in folgender Weise. Ist der Reibungscoëfficient eines Gases proportional T^n , wo T die absolute Temperatur bezeichnet, so ist die moleculare Weglänge des Gases bei constantem Druck, also bei abnehmender Dichtigkeit, proportional $T^{-(n+0.5)}$. Nun hat Hr. Schumann gezeigt, dass für die von ihm untersuchten Ester der Reibungscoëfficient sich in folgender Form darstellen lässt:

$$\eta_t = \eta_0 \cdot \sqrt{1 + 0,004 \cdot t} \cdot (1 + 0,00164 t)^2.$$

Ist l_t die Weglänge bei 760 mm und t° , so ist die Weglänge l_0 bei 0° und dem gleichen Druck nach den obigen Angaben aus der Gleichung:

$$l_t = l_0 \sqrt{1 + 0,004 \cdot t} \cdot (1 + 0,00164 \cdot t)^2 \cdot \sqrt{\frac{273 + t}{273}}$$

zu berechnen. Statt des letzten Factors kann man bei den Dämpfen auch den Schumann'schen Factor $\sqrt{1 + 0,004 t}$ setzen und erhält dann einfacher:

$$l_t = l_0 (1 + 0,004 \cdot t) (1 + 0,00164 t)^2.$$

9*

Nach dieser Formel wurden in der folgenden Tabelle die unter l_0 angegebenen Werthe aus l_t berechnet.

Tabelle VI.

| | | t | $l_t \cdot 10^3$ | $l_0 \cdot 10^3$ | $\frac{1}{l_0} \cdot 10^{-4}$ |
|-----------------------------|----------------|-------------------|------------------|------------------|-------------------------------|
| Ameisensäure-Methyl . . | $C_2H_4O_2$ | 32,3 ^o | 391 | 312 | 32,1 |
| Ameisensäure-Isobutyl . . | $C_5H_{10}O_2$ | 97,9 | 383 | 204 | 49,0 |
| Essigsäure-Propyl . . . | " | 100,9 | 372 | 195 | 51,2 |
| Propionsäure-Aethyl . . . | " | 98,8 | 379 | 202 | 49,6 |
| Isobuttersäure-Methyl . . . | " | 92,0 | 363 | 200 | 49,9 |
| Essigsäure-Isobutyl . . . | $C_6H_{12}O_2$ | 116,8 | 381 | 184 | 54,4 |

In obiger Tabelle gibt t die normalen Siedepunkte (bei 76 cm Druck) an, auf welche sich l_t bezieht.

Während die Schumann'schen Werthe l_t nur geringe Unterschiede zeigen, nimmt l_0 mit wachsendem Moleculargewicht beträchtlich ab. Um die von mir aufgestellte Beziehung der Querschnitte zu prüfen, wurden in der letzten Verticalreihe die reciproken Werthe $1/l_0$, welche den Querschnitten proportional sind, berechnet. Setzt man voraus, dass $1/l$ für jeden Zuwachs von CH_2 um eine constante Grösse zunimmt, und betrachtet man die Endglieder 32,1 und 54,4 als gegeben, so findet man für $C_5H_{10}O_2$ die Zahl 48,8, während als Mittelwerth der Beobachtungen sich 49,9 ergeben hat. Die Resultate Schumann's stehen also, wenn sie auf die gleiche Temperatur bezogen werden, nicht im Widerspruch mit den von mir gefundenen.

Eine Vergleichung der Schumann'schen Werthe l_0 mit den früher von mir bestimmten zeigt, dass die ersteren grösser als die meinigen sind. Von den oben angeführten sechs Estern wurden drei von mir untersucht; diese lieferten für $l_0 \cdot 10^3$ folgende Werthe: Propionsäureäthyl 152; Isobuttersäuremethyl 153; Essigsäureisobutyl 132. Dieses Ergebniss der Vergleichung war nach den bereits angeführten Resultaten von Puluj zu erwarten, und es ist, wie schon in meiner früheren Arbeit erwähnt wurde, wahrscheinlich, dass die aus der Reibung nach der Schwingungsmethode ab-

geleiteten Werthe der Weglängen der Wahrheit näher stehen, als jene, welche die Diffusionsversuche ergeben.

7) Wie mir nach Vollendung der Arbeit über die Diffusion der Ester bekannt geworden ist, hat Hr. Elsässer¹⁾ die Dichtigkeit und die Ausdehnung der Ester untersucht. Eine Vergleichung dieser Resultate mit den von mir bestimmten specifischen Gewichten bei 20° zeigt im ganzen nur kleinere Unterschiede. Bei vier Flüssigkeiten, welche eine grössere Differenz ergeben, habe ich durch die gütige Vermittelung des Hrn. Lothar Meyer nochmals eine Untersuchung ausgeführt. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

| | | s_4^{20} | |
|-------------------------|--------|------------|--|
| | | Elsässer | Winkelmann Altes Neues Präparat |
| Ameisensäure-Aethyl . . | 0,9127 | 0,9194 | 0,9152 |
| Ameisensäure-Propyl . . | 0,8962 | 0,9125 | 0,9023 |
| Essigsäure-Methyl . . . | 0,9320 | 0,9424 | 0,9424 |
| Essigsäure-Aethyl . . . | 0,9004 | 0,9047 | 0,9007 |

Wie man sieht, sind die Zahlen des Hrn. Elsässer durchweg kleiner, als die meinigen. Um zu erfahren, ob die neuen Präparate andere Resultate lieferten, als die früher benutzten, wurde auch die Diffusion untersucht. Die Differenz war aber sehr gering, sodass das Endresultat nicht wesentlich beeinflusst wird (der Unterschied geht bis 2 Proc.); daher verzichte ich darauf, dasselbe mitzutheilen.

Durch ein Versehen in der Berechnung der Versuche von Ameisensäureäthyl wurden die Diffusionscoefficienten bei der Temperatur 20,4° um etwa 3,5 Proc. zu gross angegeben²⁾; dementsprechend sind dann auch die daraus abgeleiteten Werthe fehlerhaft geworden. Die richtigen Werthe, wie sie sich aus den früher angegebenen Beobachtungen berechnen, sind folgende:

1) Elsässer, Lieb. Ann. 218. p. 302. 1888.

2) Winkelmann, Wied. Ann. 23. p. 210. 1834.

Ameisensäure-Aethyl.

| | Luft | Wasserstoff | Kohlensäure |
|------------------------|---------|-------------|-------------|
| K bei $20,4^{\circ}$ | 0,0964; | 0,3740; | 0,0632 |
| K bei 0° | 0,0834; | 0,3238; | 0,0547 |

Man erhält hieraus in Verbindung mit den Beobachtungen bei $46,2^{\circ}$ für die Weglänge $l \cdot 10^3$ die Zahlen 228, 217; 190 statt der früheren Werthe¹⁾ 235; 222; 195.

Hohenheim, Juni 1885.

X. Ueber das Verhalten der flüssigen atmosphärischen Luft; von Sigmund von Wroblewski.

(Hierzu Taf. I Fig. 2a.)

§ 1. Bei sehr vielen Erscheinungen tritt die atmosphärische Luft als ein einfaches Gas auf. Verflüssigt man sie, so scheint sie bei einer ganz oberflächlichen Betrachtung auch in diesem Zustande sich wie ein einfaches Gas zu verhalten. Es lässt sich dann von der Spannkraftcurve der flüssigen Luft, von dem kritischen Druck und der kritischen Temperatur dieses Körpers reden. Wie ich es aber bereits in meiner Abhandlung „über den Gebrauch des siedenden Sauerstoffs, Stickstoffs, Kohlenoxyds, sowie der atmosphärischen Luft als Kältemittel“²⁾ hervorgehoben habe, treten hier viel complicirtere Erscheinungen auf, die das Verhalten der Luft auf dasjenige eines Gemisches von zwei Gasen, von denen ein jedes einem anderen Verflüssigungsgesetze folgt, zurückführen. Alle Erscheinungen, welche man beim Comprimiren eines Gasgemisches — z. B. eines Gemisches von fünf Volumentheilen Kohlensäure und einem Volumentheil der Luft — beobachtet, lassen sich auch hier hervorbringen, und wenn sie nicht so scharf wie bei diesem Gemische auftreten und

1) l. c. p. 224.

2) v. Wroblewski, Wien. Ber. 91. p. 703. 1885, auch Wied. Ann. 25. p. 402. 1885.

der Luft scheinbar den Charakter eines einfachen Gases verleihen, so ist dies nur dem Umstande zuzuschreiben, dass die Bestandtheile der atmosphärischen Luft sich viel weniger in Bezug auf Verflüssigungsbedingungen voneinander unterscheiden.

Comprimirt man nämlich das soeben angeführte Gemisch bei 0° C., so wird zuerst ein Theil des Gemisches flüssig, und diese Flüssigkeit ist nichts anderes, als stark mit den Bestandtheilen der Luft gesättigte Kohlensäure. Comprimirt man das Gemisch weiter, so verschwindet der Meniscus in dem Augenblicke, in welchem die optische Dichtigkeit des übrig gebliebenen Gases derjenigen der erzeugten Flüssigkeit gleich ist. Lässt man jetzt den Druck im Apparate langsam abnehmen, so bildet sich ein neuer Meniscus auf einer viel höheren Stelle der Glasröhre, in welcher der Versuch gemacht wird, und man bemerkt auf der alten Flüssigkeit jetzt eine Flüssigkeit, welche ein ganz anderes optisches Verhalten zeigt und durch eine scharfe Meniscusfläche von der ursprünglichen Flüssigkeit getrennt ist. Die neu hinzugekommene Flüssigkeit hat eine andere Zusammensetzung. Nachdem die beiden Flüssigkeiten einige Zeit getrennt bleiben, beginnen von der Trennungsfläche Bläschen aufzusteigen, wodurch zum Schluss aus beiden Flüssigkeiten eine homogene Flüssigkeit entsteht.¹⁾

Es ist mir gelungen, alle diese Erscheinungen bei der

1) Ein solches Gemisch wurde zum ersten mal durch Cailletet untersucht. *Compt. rend.* 90. p. 210—211. 1880. Ihm scheint aber die Trennungsfläche zwischen beiden Flüssigkeiten und überhaupt das Vorhandensein zweier Flüssigkeiten entgangen zu sein, da er nur von dem Wiederauftreten des oberen Meniscus spricht und demzufolge die Erscheinung unrichtig auffasst, indem er sagt: „Tout se passe en réalité comme si, à un certain degré de compression, l'acide carbonique se répandait dans le gaz qui le surmonte, en produisant une matière homogène sans changement sensible du volume; rien n'empêcherait donc d'admettre que le gaz et le liquide se sont dissous l'un dans l'autre.“ Ebenso wenig begründet ist die Schlussfolgerung, welche er aus diesem Versuche zieht: „On peut donc supposer que sous de hautes pressions un gaz et un liquide peuvent se dissoudre l'un dans l'autre de la manière à former un tout homogène.“

atmosphärischen Luft hervorzubringen. Ich war im Stande, aus der flüssigen Luft zwei übereinander liegende, durch eine Meniscusfläche scharf getrennte heterogene Flüssigkeiten zu erhalten, dann beide einzeln zu sammeln und zu analysiren. Ehe ich aber an die Beschreibung dieser Versuche gehe, will ich zuerst diejenigen Erscheinungen näher besprechen, welche die flüssige Luft beim ersten Anblicke darbietet. Ich setze dabei voraus, dass dem Leser sowohl mein in der bereits citirten Abhandlung beschriebener Apparat, wie auch die dort beschriebenen Methoden, permanente Gase zu verflüssigen, bekannt sind.

§ 2. Bringt man die atmosphärische Luft in dem im vorigen Paragraph erwähnten Apparat unter den Druck von etwa 40 Atmosphären, und sperrt man das Verflüssigungsrohr von dem Compressionsapparat ab, so beginnt gewöhnlich der Meniscus der flüssigen Luft sich zu bilden, wenn der Druck im Verflüssigungsrohr auf etwa 37,8 Atmosphären gesunken ist, und wenn das Galvanometer eine Temperatur von etwa -142 bis -143° C. aufweist. Es kommen aber Fälle vor, dass der Meniscus bereits bei einer etwas höheren Temperatur sich zu bilden beginnt. Bei einigen Versuchen wurde er z. B. bereits bei der Temperatur von $-141,2^{\circ}$ und unter dem Drucke von 37,8 Atmosphären und bei einem Versuche sogar bei $-140,4^{\circ}$ C. und gleichfalls unter demselben Druck bemerkt. Liess man den Druck durch das Hinzulassen des Gases steigen, so konnte bei manchen Versuchen der Meniscus noch bei dem Druck von 41,3 Atmosphären unterschieden werden, wobei das Galvanometer etwa $-140,8^{\circ}$ C. zeigte.

Lässt man den Druck im Apparate sehr sinken¹⁾, so bekommt man eine Spannkraftcurve, von welcher nachstehende Tabelle (in welcher θ die Temperatur und d den Druck in Atmosphären bedeuten) einen Begriff zu geben im Stande ist.

1) Näheres über die Methode sehe man in § 7 der citirten Abhandlung.

| θ | d | θ | d | θ | d | θ | d |
|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|
| -144,5 | 31,42 | -147,25 | 27,89 | -150,1 | 23,67 | -152,2 | 20,99 |
| 145 | 30,61 | 148,1 | 26,37 | 150,3 | 23,51 | 152,25 | 20,46 |
| 146,2 | 28,67 | 148,3 | 26,02 | 150,45 | 23,36 | 153 | 19,36 |
| 146,5 | 28,24 | 148,6 | 25,78 | 151,25 | 22,2 | 153,35 | 18,61 |
| 147 | 27,8 | 149,4 | 24,67 | 152,1 | 21 | 154 | 17,55 |

Indess sind diese Zahlen grossen Schwankungen unterworfen, besonders wenn die Luft durch Expansion verflüssigt worden ist. Noch grössere Differenzen treten auf, wenn man den unteren Theil der Spannkraftcurve dadurch ermitteln will, dass man, nachdem eine grosse Menge Luft verflüssigt worden ist, einen Theil des Gases aus dem Verflüssigungsrohr herauslässt, das Rohr zusperrt und jetzt — wenn die Temperatur der abgekühlten Flüssigkeit und gleichzeitig die Spannkraft des Dampfes zu steigen beginnen — Beobachtungen beim aufsteigenden Druck macht. Ein Blick auf die folgende Tabelle, welche die Ergebnisse von drei nacheinander angestellten Versuchen enthält, gibt einen hinreichenden Begriff von dem Sachverhalt.

| I. Versuch. | | II. Versuch. | | III. Versuch. | |
|-------------|-------|--------------|--------|---------------|-------|
| θ | d | θ | d | θ | d |
| -161 | 14,02 | -160,2 | 13,135 | -160,45 | 12,75 |
| 158 | 14,52 | 159,6 | 13,465 | 159,3 | 13,31 |
| 157,7 | 14,70 | 159,05 | 13,73 | 159,1 | 13,53 |
| 157,5 | 14,93 | 158,7 | 13,95 | 158,5 | 13,79 |
| 157,3 | 15,13 | 158,32 | 14,195 | 157,95 | 14,02 |
| 156,96 | 15,33 | 157,8 | 14,565 | 157,7 | 14,22 |
| 156,5 | 15,55 | — | — | 157,6 | 14,41 |
| 156 | 15,79 | — | — | 157,15 | 14,63 |
| 155,5 | 15,88 | — | — | — | — |
| 155,1 | 15,96 | — | — | — | — |
| 155,1 | 16,07 | — | — | — | — |
| 154,7 | 16,32 | — | — | — | — |
| 154,4 | 16,41 | — | — | — | — |

Die Zahlen deuten darauf hin, dass man es hier mit keiner homogenen Flüssigkeit zu thun hatte, und dass bei jedem Versuch die Flüssigkeit sauerstoffreicher war. Dies rührte daher, dass man sie nicht ganz verdampfen liess und zu dem übrig gebliebenen Reste eine neue Menge flüssiger Luft hinzufügte.

Die raschen Aenderungen in der Zusammensetzung der flüssigen Luft treten noch deutlicher hervor, wenn man sie unter dem Drucke von einer Atmosphäre sieden lässt. Die Siedetemperatur ändert sich dann ständig, und die Veränderung des Siedepunktes zeigt, dass die Flüssigkeit mit jedem Augenblicke stickstoffärmer wird. Die nachstehenden Zahlen, welche ich aus der oben citirten Abhandlung hier nochmals anzuführen mir erlaube, sind wegen eines Umstandes interessant, den ich am angegebenen Orte mit Absicht gar nicht berührt habe und hier erst besprechen will. Die Zahlen stellen die immer aus drei successiven Ablenkungen des Galvanometers berechnete Siedetemperatur dar.

I. Versuch.

| | | | | | | | | | |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
| -191,4 | 190,4 | 190,3 | 189,6 | 189,4 | 188,9 | 188,7 | 188,7 | 188,6 | 188,4 |
| | | | 188,2 | 188,0 | 187,45 | 187,1 | | | |

II. Versuch.

| | | | | | | | | |
|--------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| -190,8 | 189,7 | 189,2 | 188,9 | 188,5 | 188,15 | 188,15 | 188,15 | 188,15 |
| | | | | 188,05 | | | | |

Beide Versuche zeigen rasches Steigen der Siedetemperatur, bei dem zweiten Versuche beginnt aber die Flüssigkeit bei einer höheren Temperatur zu sieden, als bei dem ersten. Dies hatte folgenden Grund. Nachdem die zum ersten Versuche benutzte Flüssigkeit zur Hälfte verdampft war, wurde die Verbindung des Verflüssigungsapparates mit der Atmosphäre aufgehoben, rasch gasförmige Luft aus dem Compressionsapparate hineingelassen und eine neue Portion Luft verflüssigt. Die aus dem Gemische der beiden Flüssigkeiten entstandene Flüssigkeit hatte weniger Stickstoff, als die ursprüngliche, zum ersten Versuch benutzte. Daher begann sie unter dem atmosphärischen Druck bei einer höheren Temperatur zu sieden.

Noch auffallender gestalten sich die Erscheinungen, wenn die atmosphärische Luft im Vacuum verdampft wird. Einen Begriff davon gibt die nachstehende Tabelle, in welcher bedeuten:

w' die Ablesung am Galvanometer in Centimetern.

w den aus drei Ablesungen berechneten Ausschlag in Centimetern.

θ die entsprechende Temperatur (die Empfindlichkeit des Galvanometers war dieselbe, wie bei den Versuchen, welche in § 7 und 8 der bereits citirten Abhandlung mitgetheilt worden sind).

d' die Spannkraft des Dampfes in Centimetern Quecksilberdruck.

Die Ablesungen begannen erst, nachdem die Spannkraft kleiner als eine Atmosphäre geworden war.

I. Versuch.

| w' | w | θ | d' | w' | w | θ | d' |
|-------|--------|----------|------|-------|--------|----------|------|
| 12,18 | — | — | — | 12,48 | 28,285 | —196,55 | 7 |
| 68,90 | 28,17 | —195,33 | — | 69,08 | 28,325 | 196,95 | 6,4 |
| 12,32 | 28,335 | 197,1 | — | 12,88 | 28,385 | 197,6 | 5,4 |
| 69,08 | 28,39 | 197,65 | — | 69,22 | 28,453 | 198,3 | 5 |
| 12,28 | 28,405 | 197,8 | — | 12,25 | 28,493 | 198,75 | — |
| 69,12 | 28,428 | 198 | — | 69,25 | 28,513 | 198,9 | 4,6 |
| 12,25 | 28,45 | 198,25 | — | 12,20 | 28,538 | 199,15 | 4,2 |
| 69,18 | 28,448 | 198,2 | 16,4 | 69,30 | 28,545 | 199,25 | 4 |
| 12,32 | 28,423 | 198,0 | 16 | 12,22 | 28,535 | 199,15 | — |
| 69,15 | 28,408 | 197,8 | 14,8 | 69,28 | 28,535 | 199,15 | — |
| 12,85 | 28,388 | 197,6 | 14,4 | 12,20 | 28,55 | 199,3 | 3,6 |
| 69,10 | 28,368 | 197,41 | 14 | 69,32 | 28,585 | 199,65 | 3,4 |
| 12,38 | 28,36 | 197,32 | — | 12,10 | 28,625 | 200,1 | 3,2 |
| 69,10 | 28,33 | 197,0 | — | 69,38 | 28,64 | 200,25 | 3 |
| 12,50 | 28,275 | 196,45 | 12,5 | 12,10 | 28,655 | 200,4 | 2,8 |
| 69,00 | 28,245 | 196,18 | 10 | 69,44 | 28,685 | 200,7 | 2,6 |
| 12,52 | 28,245 | 196,18 | 8,4 | 12,08 | 28,705 | 200,95 | 2,4 |
| 69,02 | 28,23 | 196,3 | — | 69,50 | — | — | — |

II. Versuch.

| | | | | | | | |
|-------|--------|---------|------|-------|--------|---------|-----|
| 68,90 | — | — | — | 12,40 | 28,325 | —196,95 | — |
| 12,72 | 28,14 | —195,02 | — | 69,18 | 28,428 | 198 | 4,4 |
| 69,10 | 28,25 | 196,2 | — | 12,25 | 28,47 | 198,5 | — |
| 12,48 | 28,335 | 197,1 | — | 69,20 | 28,488 | 198,65 | 4,1 |
| 69,20 | 28,375 | 197,5 | — | 12,20 | 28,505 | 198,8 | 4 |
| 12,42 | 28,385 | 197,6 | — | 69,22 | 28,515 | 198,95 | — |
| 69,78 | 28,385 | 197,6 | — | 12,22 | 28,488 | 198,6 | 3,8 |
| 12,40 | 28,383 | 197,6 | — | 69,15 | 28,445 | 198,2 | — |
| 69,15 | 28,375 | 197,5 | 16,1 | 12,30 | 28,418 | 197,9 | 3,6 |
| 12,40 | 28,375 | 197,5 | — | 69,12 | 28,41 | 197,85 | — |
| 69,15 | 28,365 | 197,38 | 15,2 | 12,30 | 28,41 | 197,85 | 3,5 |
| 12,44 | 28,343 | 197,15 | — | 69,12 | 28,48 | 198,05 | — |
| 69,10 | 28,315 | 196,85 | 14,6 | 12,22 | 28,465 | 198,5 | 3,2 |
| 12,50 | 28,295 | 196,65 | — | 69,18 | 28,505 | 198,75 | — |
| 69,08 | 28,295 | 196,65 | 12,4 | 12,12 | 28,548 | 199,28 | — |
| 12,48 | 28,295 | 196,65 | 11 | 69,25 | 28,575 | 199,55 | 3 |
| 69,06 | 28,285 | 196,55 | 10 | 12,03 | 28,598 | 199,8 | — |
| 12,50 | 28,245 | 196,1 | — | 69,30 | 28,62 | 200 | 2,8 |
| 68,92 | 28,235 | 196 | — | 12,04 | — | — | — |

III. Versuch.

| w' | w | θ | d' | w' | w | θ | d |
|-------|--------|----------|------|-------|--------|----------|-----|
| 12,40 | — | — | — | 12,02 | 28,348 | -197,2 | 5 |
| 68,50 | 28,15 | -195,1 | — | 68,78 | 28,42 | 197,75 | — |
| 12,00 | 28,305 | 196,8 | — | 11,90 | 28,47 | 198,5 | 4 |
| 68,72 | 28,385 | 197,6 | — | 68,90 | 28,52 | 199 | — |
| 11,90 | 28,418 | 197,9 | — | 11,82 | 28,54 | 199,2 | 3,8 |
| 68,75 | 28,425 | 198 | — | 68,90 | 28,54 | 199,2 | 3,6 |
| 11,90 | 28,425 | 198 | — | 11,82 | 23,51 | 199,2 | — |
| 68,75 | 28,42 | 197,95 | 16,2 | 68,90 | 28,54 | 199,2 | — |
| 11,92 | 28,415 | 197,9 | 15 | 11,82 | 28,545 | 199,25 | — |
| 68,75 | 28,41 | 197,85 | 14 | 68,92 | 28,535 | 199,15 | 3,4 |
| 11,94 | 28,405 | 197,8 | — | 11,88 | 28,503 | 198,75 | — |
| 68,75 | 28,405 | 197,8 | 13 | 68,85 | 28,48 | 198,6 | 3,2 |
| 11,94 | 28,413 | 197,9 | 12 | 11,90 | 28,488 | 198,7 | 3 |
| 68,78 | 28,405 | 197,8 | 11 | 68,90 | 28,52 | 199 | — |
| 12,00 | 28,365 | 197,4 | 10 | 11,82 | 28,55 | 199,3 | — |
| 68,68 | 28,32 | 196,9 | — | 68,94 | 23,57 | 199,5 | 2,7 |
| 12,08 | 28,293 | 196,6 | 8 | 11,78 | — | — | — |
| 68,65 | 28,30 | 196,7 | — | | | | |

IV. Versuch.

| | | | | | | | |
|-------|--------|---------|------|-------|--------|--------|-----|
| 11,90 | — | — | — | 63,52 | 28,33 | -197 | 5 |
| 68,55 | 28,355 | -197,25 | — | 11,80 | 28,418 | 197,9 | 4 |
| 11,78 | 28,398 | 197,7 | — | 63,75 | 28,495 | 198,7 | 3,6 |
| 68,60 | 28,405 | 197,8 | 16 | 11,72 | 28,54 | 199,2 | — |
| 11,80 | 28,425 | 198 | 15 | 68,85 | 28,565 | 199,45 | 3,3 |
| 68,70 | 28,445 | 198,2 | — | 11,72 | 28,558 | 199,4 | — |
| 11,82 | 28,435 | 198,1 | 14 | 63,82 | 28,543 | 199,2 | — |
| 68,68 | 28,423 | 197,9 | 12,8 | 11,75 | 28,53 | 199,1 | — |
| 11,85 | 28,415 | 197,9 | — | 68,80 | 28,513 | 198,95 | 3 |
| 68,68 | 28,403 | 197,7 | 10,8 | 11,80 | 28,52 | 199 | — |
| 11,90 | 28,365 | 197,4 | — | 68,88 | 28,565 | 199,45 | 2,8 |
| 68,58 | 28,335 | 197,1 | 9 | 11,70 | | | |
| 11,92 | 28,315 | 196,85 | — | | | | |

Ein Blick auf diese Zahlen zeigt, dass hier die Spannkraftcurve ganz anders als bei einem einfachen Gase verläuft. Die Temperatur sinkt zuerst gleichzeitig mit der Abnahme des Druckes, bis der Druck etwa 16 cm geworden ist. Sie erreicht dann das erste Minimum, welches beim ersten Versuch -198,25, beim zweiten -197,6, beim dritten -198 und beim vierten -198,2°, also im Mittel -198° C. beträgt. Dann, bei weiterer Verdünnung, beginnt die Temperatur zu steigen, und bei dem Druck von etwa 9 cm erreicht sie ein Maximum, und zwar ist sie beim ersten Versuch -196,13, beim zweiten -196, beim dritten -196,6, beim vierten -196,85, also im Mittel -196,4° C. Bei

weiterer Verdünnung sinkt sie wieder, bei dem Druck von etwa 3,5 cm steigt sie nochmals ein wenig — wie dies sehr deutlich die Versuche II, III und IV erkennen lassen — und bei dem Druck von etwa 2,5 cm ist sie nur um einen Bruchtheil eines Grades tiefer, als die Temperatur, welche der flüssige reine Sauerstoff unter demselben Drucke zeigt. Die flüssige Luft enthält dann also nur noch eine sehr geringe Menge Stickstoff.

Diese Schwankungen der Spannkraftcurve zeigen deutlich, dass die beiden Bestandtheile der Luft nicht auf gleiche Weise verdampfen, und dass die Temperatur, welche die Flüssigkeit aufweist, von der augenblicklichen Zusammensetzung abhängt.

§ 3. Jetzt komme ich zu den Versuchen, durch welche es mir gelungen ist, die atmosphärische Luft in zwei durch eine Meniscusfläche getrennte Flüssigkeiten zu zerlegen.

Hat man die Luft bei etwa -142° C. verflüssigt, und bringt man sie durch Hinzulassen der gasförmigen Luft aus dem Compressionsapparate unter den Druck von 40 Atmosphären, so verschwindet, wie gesagt, der Meniscus. Sperrt man jetzt das Verflüssigungsrohr ab, so beginnt der Druck in diesem Rohr langsam zu sinken, und zwar sowohl dadurch, dass die hineingelassene Luft kälter wird, wie auch infolge des absichtlich mittelst des Hahnes v' (vgl. Fig. 2a) nicht vollständig luftdicht gemachten Verschlusses des Verflüssigungsrohres r . Wenn der Druck etwa 37,8 Atmosphären geworden ist, zeigt sich der Meniscus, aber jetzt auf einer viel höheren Stelle des Rohres. Gleich nachher tritt der alte Meniscus hervor, und die ursprünglich verflüssigte Luft ist von der neu verflüssigten durch eine scharfe Meniscusfläche getrennt. Die obere Flüssigkeit sieht anders aus, als die untere und ist optisch dünner. Nach einiger Zeit, die mehrere Secunden und vielleicht ein paar Minuten betragen kann, bei weiterer Abnahme des Druckes beginnen von der Trennungsfläche beider Flüssigkeiten ganz kleine Bläschen aufzusteigen. Die obere Flüssigkeit wird dadurch etwas trübe. Zuletzt zerstört der aufsteigende Strom von Bläschen

die Trennungsfläche, und die ganze Flüssigkeit bekommt ein homogenes Aussehen.

Ein Paar aus dem Beobachtungsjournal ausgeschriebene Versuche werden die Sache anschaulicher machen.

I. Versuch.

Der Druck im Verflüssigungsapparate sinkt langsam, dementsprechend ändert sich die Temperatur der flüssigen Luft. Man beobachtet:

| | | | | | |
|----------|--------|-------|-------|-------|-------|
| d | 33,55 | 33,46 | 33,35 | 33,14 | 32,94 |
| θ | -143,7 | 143,8 | 143,9 | 144,0 | 144,0 |

Man lässt die gasförmige Luft aus dem Compressionsapparate ein, bis der Meniscus verschwunden ist. Der Compressionsapparat wird abgesperrt. Man beobachtet:

| | | | | | | | | |
|----------|---------|--------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| d | 40,7 | 40,37 | 39,87 | 39,53 | 39,19 | 38,85 | 38,54 | 38,19 |
| θ | -142,3 | 142,2 | 142,2 | 142,25 | 142,49 | 142,55 | 142,55 | 142,55 |
| d | 37,89 | 37,6 | | | | | | |
| θ | -142,55 | 142,55 | | | | | | |

In diesem Augenblicke zeigt sich der Meniscus oben. Man beobachtet weiter:

| | | | | | |
|-----|-------|-------|----------|---------|---------|
| d | 37,34 | 37,11 | θ | -142,56 | 142,65. |
|-----|-------|-------|----------|---------|---------|

In diesem Augenblicke wird der alte Meniscus bemerkt. Die obere Flüssigkeit ist optisch dünner. Man beobachtet weiter:

| | | | |
|-----|-------|----------|---------|
| d | 36,65 | θ | -142,5. |
|-----|-------|----------|---------|

Nach einiger Zeit:

| | | | | | |
|-----|-------|-------|----------|--------|---|
| d | 36,15 | 36,05 | θ | -142,2 | — |
|-----|-------|-------|----------|--------|---|

Die Trennungsfläche wird sehr scharf. Die Bläschen beginnen von ihr aufzusteigen und machen die obere Flüssigkeit trübe. Das Galvanometer zeigt:

| | | |
|----------|--------|--------|
| θ | -142,3 | 142,35 |
|----------|--------|--------|

Die Trennungsfläche verschwindet, und die ganze Flüssigkeit sieht homogen aus. Man liest ab d 34,93, θ -142,35. Nach einiger Zeit d 32,68, θ -144. Jetzt wird die gasförmige Luft wieder eingelassen, bis der Meniscus verschwindet. Er zeigt sich bei dem Druck von 37,4 Atmosphären und der Temperatur -142,6. Die Trennungsfläche wird bemerkt bei 36,05 Atmosphären und -142,7. Sie wird sehr deutlich bei 35,49 Atmosphären und -142,7. Sie verschwindet bei 34,05 Atmosphären und -142,8 u. s. w.

II. Versuch.

Dieser Versuch ist interessant dadurch, dass hier dieselben Erscheinungen bei etwas höherer Temperatur auftreten. Zu dem Versuch wurden sehr geringe Luftmengen genommen.

Nachdem der Meniscus bei 37,6 Atmosphären und $-140,8^{\circ}$ C. sich zeigte, wurde die beide Flüssigkeiten trennende Fläche bei 36,95 Atmosphären und $-140,9$ bemerkt. Sie wurde undeutlich bei 35,35 Atmosphären und $-141,5$. Nachdem durch das Hinzulassen des Gases der Meniscus zum Verschwinden gebracht wurde, zeigte er sich bei 37,5 Atmosphären und $-140,4$. Die trennende Fläche wurde bei 37,33 Atmosphären und $-140,4$ bemerkt. Sie verschwand bei 36,4 Atmosphären und $-140,5^{\circ}$ C.

Um die beiden Flüssigkeiten analysiren zu können, habe ich an meinem Apparate eine Abänderung gemacht, welche leicht aus der Figur 13 auf Tafel I zu ersehen ist. Durch den Deckel *u* des Verflüssigungsapparates¹⁾ wurde ein dünnwandiges Messingröhrchen *a* so tief in das Verflüssigungsrohr *r* hineingeführt, dass sein unteres Ende *b* etwa 1,5 cm vom Boden des Rohres entfernt war. Das andere Ende des Röhrchens *c* war mit einem Schraubenhahn *d* versehen, von welchem ein Kautschukröhrchen zu dem Eudiometer führte. Nachdem das Rohr *r* mit der flüssigen Luft bis zur Höhe *f* sich gefüllt hatte, wurde ein Theil dieser Luft mittelst des Röhrchens *a* und des Hahnes *d* in das Eudiometer geführt. Dann wurde die flüssige Luft soweit herausgelassen, dass der Meniscus etwa 1 mm tiefer, als das Ende *b* stand. Jetzt konnte man neue Luftmenge verflüssigen, und in dem Augenblicke, wo die Trennungsfläche deutlich war, einen Theil von der neu verflüssigten Menge durch das Röhrchen *a* in das zweite Eudiometer hineinführen.

Aus den Analysen, welche mein Assistent, Hr. Aleksandrowicz, ausführte, ergab sich folgende Zusammensetzung (in Volumentheilen):

1) Die Figur stellt nur den zum Verständniss der Methode unentbehrlichen Theil des in der citirten Abhandlung beschriebenen Apparates dar.

Sauerstoff.

| | untere Flüssigkeit | obere Flüssigkeit |
|------------------|--------------------|-------------------|
| I. Versuch . . . | 21,3 | 18,7 |
| II. „ . . . | 21,5 | 18,5 |
| III. „ . . . | 21,28 | 17,3 |

Inwieweit diese Zusammensetzung beider Flüssigkeiten veränderlich ist, konnte nicht näher festgestellt werden wegen der Nothwendigkeit, diese Versuche vorläufig abzuschliessen. Das Ueberwiegen des Sauerstoffes in der unteren Flüssigkeit findet seine Erklärung in der leichteren Verflüssigbarkeit dieses Gases. Das Getrenntwerden beider Flüssigkeiten wird durch die verschiedene Dichtigkeit begünstigt, da stickstoffreichere Luft specifisch leichter ist.

Zum Schluss will ich noch eine optische Erscheinung erwähnen. Soll der Meniscus — nachdem die Flüssigkeit durch das Hinzulassen des Gases unsichtbar gemacht worden ist — sich zeigen, so wird in dem Verflüssigungsrohr an der Stelle, wo er zum Vorschein kommt, zuerst eine schwache gelb-orangene farbige Trübung bemerkt, die in dem Augenblicke verschwindet, in welchem der Meniscus aus dem Schaume deutlich hervortritt. Diese Erscheinung tritt so regelmässig auf, dass, wenn man das Auge etwas geübt hat und nicht weiss, wie viel Gas man in das Verflüssigungsrohr eingelassen hat, man im Stande ist, vorherzusagen, an welcher Stelle der Röhre der Meniscus entstehen wird.

Die Trübung kommt nie an der Stelle des Rohres vor, wo die trennende Fläche zwischen beiden Flüssigkeiten vorhanden ist und wird offenbar durch die noch dunklen Vorgänge veranlasst, welche in derjenigen Schicht des Körpers stattfinden, wo die Flüssigkeit durch den entstehenden Meniscus von dem Gase abgegrenzt werden soll. Es ist dies um so auffallender, als die flüssige Luft vollständig farblos ist.¹⁾

1) Die erwähnte Erscheinung steht wahrscheinlich im Zusammenhange mit der Trübung, welche Avenarius bei Aether, Schwefelkohlenstoff, Chlorkohlenstoff und Aceton im kritischen Zustande beobachtete, wobei diese Flüssigkeiten für einige Secunden gelb, roth oder sogar braun gefärbt erschienen. Pogg. Ann. 151. p. 306. 1874.

XI. Messung der electromotorischen Kraft des elektrischen Lichtbogens; von Victor von Lang.

(Aus dem 91. Bde. der Sitzungsber. der k. Acad. der Wiss. zu Wien.

II. Abth. Aprilheft. 1885; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Der Widerstand galvanischer Elemente, von denen gleiche Exemplare zu Gebote stehen, kann bekanntlich mit der Wheatstone'schen Brücke dadurch bestimmt werden, dass man eine gleiche Anzahl derselben gegeneinander schaltet und den Widerstand dieser Combination auf die gewöhnliche Weise ermittelt. Dividirt man das gefundene Resultat durch die Anzahl der benutzten Elemente, so erhält man den Widerstand eines derselben.

Eine andere Methode, welche auch eine gerade Anzahl gleicher Elemente erfordert, ist folgende: Sämmtliche ($2n$) Elemente werden hintereinander geschaltet und durch einen passenden Drahtwiderstand geschlossen. Auf diesem Drahte suche man nun zuerst den Punkt *B*, welcher dasselbe Potential hat, wie der Halbirungspunkt *A* der Batterie auf der Verbindung des n . mit dem $(n+1)$. Elemente. Hat man diesen Punkt *B* gefunden, so kann man dann auf die gewöhnliche Weise mit der Wheatstone'schen Brücke den Widerstand der Leitung zwischen den Punkten *A* und *B* bestimmen. Da zwischen *A* und *B* zwei, wenigstens näherungsweise identische Leitungen existiren, so wird der gefundene Widerstand, bei gehöriger Berücksichtigung der Zuleitungsdrähte, die Hälfte des Widerstandes der halben Batterie sein. Bei gleicher Anzahl von Elementen ist also das unmittelbare Beobachtungsergebnis dieser Methode nur der vierte Theil von dem der ersten Methode.

Das Aufsuchen des Punktes *B* besteht natürlich darin, dass man auf dem Schliessungsdraht der Batterie den Punkt sucht, der, mit *A* verbunden, keinen Strom gibt. Hierzu kann man gleich das Galvanometer der Wheatstone'schen Brücke benutzen, nur darf dasselbe in diesem Falle nicht in die Brücke gelegt sein. Man kann ja bekanntlich in der ursprünglichen Wheatstone'schen Drahtcombination, Mess-

batterie und Galvanometer vertauschen, welche Anordnung ja auch in dem Siemens'schen Universalgalvanometer befolgt ist.

Beistehender Holzschnitt, Fig. 1, gibt eine Uebersicht der Schaltung nach der zweiten Methode. Bei einem mit dem Siemens'schen Universalgalvanometer und zwei kleinen

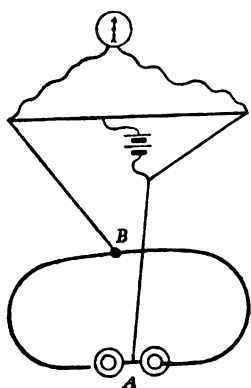


Fig. 1.

Daniell'schen Elementen angestellten Versuche erhielt ich nach der ersten Methode als Gesamtwiderstand dieser zwei Elemente 0,69. Die beiden Elemente wurden hierauf hintereinander geschaltet und durch einen kurzen, dünnen Draht geschlossen; die zweite Methode ergab dann 0,17, was in der That der vierte Theil der ersten Zahl.

Nachdem ich so die Brauchbarkeit der zweiten Methode geprüft hatte, beschloss ich, nach derselben die electromotorische Gegenkraft des electrischen Lichtbogens zu bestimmen.

Edlund¹⁾, welcher diese Erscheinung vor längerer Zeit auffand, bestimmte sie dadurch, dass er den scheinbaren Widerstand des electrischen Lichtbogens bei verschiedener Entfernung der beiden Kohlen mass. Dieser Widerstand ist nicht wie ein gewöhnlicher, proportional der Länge, sondern ist eine lineare Function derselben. Der constante Theil dieser Function kann als eine electromotorische Gegenkraft aufgefasst werden.

Aehnliche Versuche wurden später mit Hülfe von Dynamomaschinen zuerst von Frölich²⁾ und in jüngster Zeit von Peukert³⁾ angestellt. Besonders die letzten Messungen scheinen sehr sorgfältig ausgeführt zu sein und gaben eine Gegenkraft von 35 Volt, welcher hohe Betrag offenbar Hrn.

1) Edlund, Pogg. Ann. 131. p. 536. 1867; 133. p. 353. 1868; 134. p. 250, 337. 1868; 139. p. 353. 1870; 140. p. 552. 1870.

2) Frölich, Electrotechn. Zeitschr. 4. p. 150. 1883.

3) Peukert, Electrotechn. Zeitschr. 6. p. 111. 1885.

Peukert befremdete, obwohl er mit dem Resultate meiner eigenen Messung in bester Uebereinstimmung ist.

So wahrscheinlich nun die bisherigen Versuche die Ansichten Edlund's über den Widerstand des electrischen Lichtes machen, so bilden diese Versuche doch mehr eine indirecte Bestätigung, und es dürfte nicht ohne Interesse sein, durch den nachfolgenden Versuch auch einen directen Nachweis der electromotorischen Gegenkraft des electrischen Lichtes zu erhalten. Ueber die eigentliche Natur dieser Erscheinung gibt das Nachfolgende allerdings keinen Aufschluss.

Es wurden 58 Bunsenelemente mittlerer Grösse hintereinander geschaltet und durch zwei electrische Lichter (L, L^1) möglichst symmetrisch geschlossen. Die beiden Lichter waren natürlich auch hintereinander geschaltet; zu denselben wurden Kohlenstäbe von 5 mm Durchmesser benutzt. Beide Kohlen waren mittelst horizontaler Schlitten durch Schrauben verstellbar, sodass der Lichtbogen, dessen Bild mit einer Linse auf die Wand projectirt wurde, leicht regulirt werden konnte. Die Regulirung des einen Lichtes besorgte Prof. F. Exner, die des anderen Dr. E. Lecher. Das gleichzeitige Brennen beider Lichter war freilich eine grosse Schwierigkeit, doch gelang es nach einigen Versuchen immerhin, die beiden Lichter gleichzeitig und in gleicher Stärke für einige Secunden ohne Zischen zum Leuchten zu bringen. Die Entfernung der beiden Kohlen betrug hierbei freilich nur etwa $\frac{1}{3}$ mm.

Das Siemens'sche Universalgalvanometer erwies sich in diesem Falle als viel zu empfindlich und wurde durch eine einfache Messbrücke mit geradem Platindraht (92 cm lang) ersetzt, unter Benutzung einer verticalen Telegraphenbussole von Hipp. Als Messbatterie dienten sechs grössere Smeelemente und als Vergleichswiderstand eine Drahtrolle von 4 S.-E.

Von den beiden Punkten A und B lag der erstere natürlich auf der Verbindung des 29. mit dem 30. Elemente; der Punkt B dagegen an dem Ende einer Contactkurbel, welche über eine Reihe von elf Widerständen zu 0,1 S.-E. spielt. Diese Widerstände, in den Kreis der Batterie symmetrisch

eingeschaltet, waren je aus zwei Spiralen 2 mm dicken Kupferdrahtes gebildet und erwärmten sich nur unbedeutend; sie reichten zur Auffindung des Punktes *B* nur hin, wenn die beiden Lichter nicht zu ungleich brannten.

Statt jedes Lichtes konnten auch Widerstände eingeschaltet werden, um dieselbe Stromstärke wie beim Leuchten der Kohlen zu erzielen. Hierzu standen nur zwei Widerstandskästen mit aufgerollten Drähten von ungefähr 1 mm Dicke zur Verfügung. Diese Drähte erhitzen sich sehr stark, was für den angegebenen Zweck ziemlich gleichgültig ist. Wollte man jedoch aus den nachfolgenden Messungen nicht nur die electromotorische Kraft des Lichtbogens, sondern auch seinen allerdings fast verschwindenden Widerstand ableiten, so müsste man den genauen Werth der eingeschalteten Widerstände kennen.

Zur Messung der Stromstärke war in der Hauptleitung eine Tangentenbussole eingeschaltet, welche durch eine Nebenschliessung ausgeschaltet werden konnte. Prof. K. Exner

nach war dies auch mit grossen Schwierigkeiten verbunden, da die Nadel der Bussole meist mehr Zeit erfordert hätte, um ganz zur Ruhe zu kommen, als die Lichter constant erhalten werden konnten. Leider stand mir kein anderes Ampèremeter mit rascherer Angabe zur Verfügung. Der Holzschnitt, Fig. 2, gibt eine Uebersicht der jetzigen Versuchsanordnung.

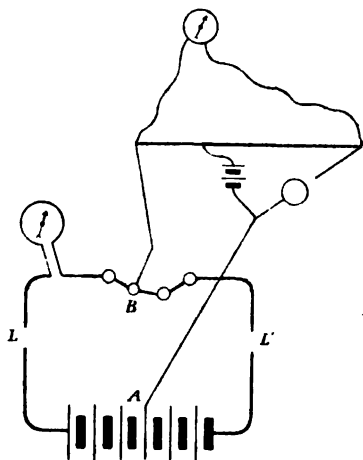


Fig. 2.

enthält die Ordnungszahl des Versuchs, die zweite gibt die Stromstärke in Ampère, die dritte den beobachteten Wider-

stand in Centimetern. Dieser Widerstand wäre noch um den Widerstand der zwei Zuleitungsdrähte zur Brücke zu verringern und dann mit zwei zu multipliciren, um den Widerstand der halben Batterie plus dem eines Lichtes und der halben Hauptleitung zu erhalten.

| Nr. | 2 | 3 | 4 | 5 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|--------------|
| Δ | 7,21 | 4,27 | 4,27 | 4,49 | 4,27 | 4,14 | 4,49 | 8,21 | 4,49 | 3,46 | 4,27 | 4,27 | Mittel 4,33, |
| Ω | 1,77 | 1,62 | 1,62 | 1,85 | 1,89 | 1,70 | 1,70 | 1,70 | 1,85 | 1,77 | 1,96 | 2,15 | „ 1,82. |

Bei Bildung dieses Mittels wurden die Beobachtungen 2, 11 und 13 nicht berücksichtigt, welche in der Stromstärke jedenfalls fehlerhaft sind.

Zwischen diesen Beobachtungen wurden solche angestellt, wo jedes der electrischen Lichter durch einen Widerstand ersetzt war. Natürlich wurden beide Widerstände gleichgewählt, und ist ihre gemeinsame Grösse in der nachfolgenden Aufzählung der Versuche in Siemens-Einheiten angegeben. Dem früher Gesagten zufolge können aber diese Zahlen wegen der Erwärmung der Drähte zu keinen weiteren Rechnungen benutzt werden.

| Nr. | 1 | 6 | 7 | 16 | 17 | 18 | 19 | |
|----------|------|------|------|------|------|------|---------|--------------|
| | | 8 | 6 | 7 | 8 | 8 | 7 S. E. | |
| Δ | 3,73 | 5,11 | 4,49 | 4,65 | 4,07 | 4,06 | 4,49 | Mittel 4,37, |
| Ω | 6,72 | 5,66 | 6,04 | 6,04 | 6,53 | 7,02 | 6,04 | „ 6,29. |

Vergleicht man die Mittel beider Versuchsreihen, für welche die Stromstärke gleich ausfällt, so sieht man, dass die beobachteten Widerstände sich um 4,47 Ω , also für eine Hälfte der Hauptleitung um 8,94 Ω unterscheiden. So viel beträgt somit der durch die electromotorische Gegenkraft eines der electrischen Lichter compensirte Widerstand. Um daher diese Kraft selbst zu finden, haben wir nur diesen Widerstand mit der Stromstärke zu multipliciren, was eine electromotorische Kraft von 39 V. gibt.

Auf die absolute Grösse der letzten Zahl lege ich natürlich keinen besonderen Werth. Dazu müsste der Versuch mehr als einmal und womöglich mit einer stärkeren Batterie angestellt werden. Ich weiss aber nicht, ob ich in nächster Zeit im Stande sein werde, den Versuch zu wiederholen.

Derartige Experimente sind mir nämlich durch die ungünstigen Räumlichkeiten des physikalischen Cabinets äusserst erschwert. Den beschriebenen Versuch mussten wir in einem wenige Quadratmeter grossen, niedrigen, gewölbten Raum ausführen, in welchen die Treppe mündet, die nach dem Keller führt, wo die Batterie aufgestellt war. Die Salpetersäuredämpfe, sowie das zur Ventilation nöthige Oeffnen der Fenster verursachten mir einen heftigen Katarrh, der mich vor einer Wiederholung des Experimentes sehr abschreckt.

Namentlich wäre die Untersuchung auch für andere Körper, statt der Kohle, durchzuführen.

**XII. *Berichtigung einer Angabe
des Hrn. v. Kolenko in Betreff der thermoelectri-
schen Vertheilung an Bergkrystallen;
von W. Hankel.***

In meinen beiden Abhandlungen über die electrischen Erscheinungen an Bergkrystallen¹⁾ habe ich gezeigt, dass auf einfachen Individuen dieses Mineralen beim Erkalten diejenigen Kanten des Prismas, welche die Trapezoëderflächen tragen, positive, die zwischen liegenden dagegen negative Electricität zeigen.

Im Jahre 1880 glaubte Hr. Friedel aus seinen Versuchen, wobei er eine erwärmte metallische Halbkugel auf den Krystall legte, schliessen zu müssen, dass die thermoelectrische Vertheilung auf den Bergkrystallen der von mir angegebenen im Zeichen gerade entgegengesetzt sei.

In meiner Abhandlung über die actino- und piëzoelectrischen Eigenschaften des Bergkrystalles und ihre Beziehung zu den thermoelectrischen, sowie in einer späteren Erwiderung²⁾ auf die Angaben des Hr. Friedel habe ich aber

1) Hankel, Abh. der k. sächs. Ges. d. Wiss. (7. Abh.) 13. p. 323. 1866 und 15. Abh. ebendas. 20. p. 457. 1881.

2) Hankel, Ber. d. k. sächs. Ges. d. Wiss., math.-phys. Cl. 1883; Wied. Ann. 19. p. 818.

nachgewiesen, dass derselbe bei dem von ihm befolgten Verfahren gar nicht die thermoelectrischen, sondern die von mir als actinoelectrische bezeichneten Vorgänge beobachtet hat, und dass sonach die von mir festgestellte Lage der electrischen Pole die richtige ist.

Im Jahre 1884 hat nun Hr. v. Kolenko nach einem von Hrn. Kundt¹⁾ vorgeschlagenen Verfahren die electrischen Eigenschaften des Bergkrystalles untersucht²⁾ und glaubt die Lage der positiven und negativen Pole auf den Kanten desselben wieder gerade entgegengesetzt zu finden, als solche vor mir nachgewiesen worden.

Diese Angabe des Hr. v. Kolenko ist aber eine durchaus irrig; ich werde sogleich den Beweis liefern, dass Hr. v. Kolenko bei seinem Verfahren gar nicht die Thermo-electricität, sondern vielmehr eine fremde, von ihm durch eben dieses Verfahren erst künstlich auf der Oberfläche der Bergkrystalle angehäuften Electricität beobachtet hat.

Hr. v. Kolenko erwärmt den Bergkrystall im Luftbade bis etwa 50° C., überfährt ihn nach dem Herausnehmen schnell mit der Flamme einer Alkohollampe, „um von seiner Oberfläche die Electricität zu beseitigen“, und bestäubt ihn dann mit einem aus gleichen Theilen Mennige und Schwefel bestehenden feinen Pulver. Er befolgt hierbei das von Hr. Kundt vorgeschlagene Verfahren. Während aber Hr. Kundt es unentschieden lässt, welcher electrischen Erregung die nach dieser Methode bestimmten Pole ihre Entstehung verdanken, nimmt Hr. v. Kolenko dieselben als thermo- oder, wie er sie bezeichnet, als pyroelectrische.

Es ist mir nicht wohl erklärlich, wie Hr. v. Kolenko, als er die Lage der positiven und negativen Pole der von mir angegebenen gerade entgegengesetzt fand, sich nicht die Frage nach dem Grunde dieses Widerspruches vorgelegt hat und denselben aufzuklären bemüht gewesen ist. Es hätte zur Aufklärung dieses Widerspruches nur der sorgfältigen Lesung meiner ihm vorliegendem Abhandlung über die actino-

1) Kundt, Sitzungsber. d. k. preuss. Acad. d. Wiss. 1883.

2) v. Kolenko, Zeitschr. für Krystallographie u. Mineralogie von P. Groth. 9. p. 1. 1884.

und piëzoelectrischen Eigenschaften des Bergkrystalles u. s. w. bedurft. Diese Abhandlung enthält nämlich unter der gross gedruckten Ueberschrift „Ueber die Wirkung des Ueberstreichens eines Bergkrystalles mit einer Alkoholflamme“ eine ausführliche genaue Darlegung der Vorgänge, welche bei solchem Ueberstreichen eintreten.

Nachdem ich daselbst p. 527 in Bezug auf die Krystalle des Turmalins, Topases u. s. w. hervorgehoben, dass ein Ueberstreichen mit der Alkoholflamme alle auf derselben vorhandene Electricität beseitigt, heisst es dann p. 528 weiter:

„Ganz anders gestalten sich nun die Vorgänge beim Bergkrystalle, wenn seine Oberfläche mit einer Alkoholflamme überstrichen wird. Die von der Alkoholflamme ausgehende Strahlung erregt in dem Krystalle eine actinoelectrische Spannung; dieselbe wird aber durch die mittelst der Flamme auf die Oberfläche übertragene entgegengesetzte Electricität neutralisirt. Würde die Strahlung unverändert fortbestehen, so würde also der Krystall unelectrisch erscheinen. Mit dem Zurückziehen der Flamme hört aber die Strahlung auf, und zugleich verliert die Oberfläche ihre Ableitung. Sofort verschwindet nun die im Krystall entstandene actinoelectrische Spannung, während die ihr entgegengesetzte auf der isolirenden Oberfläche haftende nicht entweichen kann und nach aussen hin wirksam wird. Die Oberfläche des Krystalles muss also nach dem Bestreichen mit der Alkoholflamme eine electrische Spannung zeigen, welche mit der beim Erwärmen auftretenden übereinstimmt; denn die actinoelectrische Spannung hat dasselbe Vorzeichen, wie die beim Erkalten erscheinende, die durch sie auf der Oberfläche gebunden gewesene und jetzt frei gewordene daher dasselbe, wie die beim Erwärmen entstehende, und diese letztere ist es eben, welche auf den genäherten Platindraht vertheilend wirkt. Auch erreicht der im Electrometer entstehende Ausschlag sehr schnell sein Maximum, weil die Actinoelectricität rasch verschwindet.“

„Auf warmen Bergkrystallen tritt derselbe Vorgang beim Ueberstreichen mit der Alkoholflamme auf, wie bei Krystallen von gewöhnlicher Temperatur.“

„Auf Krystallen, welche durch Strahlung stark actino-electrisch erregt werden, lässt sich durch Ueberstreichen mit der Alkoholflamme leicht eine so starke electricische Spannung erzeugen, dass das Goldblättchen des Electrometers ganz aus dem Felde des Mikroskopes getrieben wird.“

Die im Vorstehenden beschriebene, auf der Oberfläche der Bergkrystalle durch die Alkoholflamme angehäuften Electricität ist es nun, welche Hr. v. Kolenko bei seinen Bestäubungsversuchen sichtbar macht. Da diese künstlich der Oberfläche zugeführte Electricität im Vorzeichen mit der beim Erwärmen der Krystalle auftretenden übereinstimmt, Hr. v. Kolenko aber die Electricität des erkaltenden Krystalles zu beobachten währte, so mussten seine Angaben über die Beschaffenheit der electricischen Pole gerade entgegengesetzt lauten, als sie in Wirklichkeit ist.

Hr. v. Kolenko hat die Bergkrystalle allerdings 40 bis 50° (im Sommer bis 60°) erwärmt und dann mit der Flamme bestrichen. Diese Erwärmung hat aber nur gedient, um die Oberfläche der Bergkrystalle gut isolirend zu machen. Selbstverständlich wird die künstlich durch die Flamme angehäuften Electricität sogleich wieder verschwinden, wenn die Oberfläche des Krystalles schlecht isolirt, was namentlich bei kalten Krystallen infolge des aus der Alkoholflamme niedergeschlagenen Wasserdampfes eintreten muss.

Um die Bestäubungszeichnungen nach dem Hindurchziehen durch die Flamme zu beobachten, braucht man übrigens stark actinoelectricisch erregbare Bergkrystalle mit gut isolirender Oberfläche bei sehr trockner Luft zuvor nicht zu erwärmen. Es genügt, z. B. den in der oben angeführten Abhandlung unter Nr. 12 angeführten Krystall von gewöhnlicher Zimmertemperatur mit der Alkoholflamme zu überstreichen und dann zu bestäuben, um die Kanten abwechselnd roth und gelb erscheinen zu sehen. Ist der Krystall zuvor erwärmt, so treten natürlich wegen erhöhter Isolirung der Oberfläche die Zeichnungen noch besser hervor.

Da die durch das Ueberstreichen mit der Alkoholflamme auf den Bergkrystallen angehäuften Electricität auf der Oberfläche hängt, so ist sie sehr geeignet, durch die Bestäubung

mit dem Gemische aus Mennige und Schwefel sichtbar zu werden. Viel schwieriger ist es, die thermoelectrische Vertheilung, bei welcher die Verhältnisse wesentlich andere sind, durch dieses Verfahren hervortreten zu lassen; es gelingt dies nur bei solchen Krystallen, welche überhaupt eine starke Thermoelectricität zeigen.

So wurde z. B. ein solcher Krystall (Nr. 4 meiner Abhandlung) 2 Stunden hindurch auf der Temperatur von 140° C. erhalten, dann, ohne ihn zu berühren, zur Abkühlung hingestellt und nach Verlauf von 6 Minuten mit dem Pulver bestäubt. Die jetzt auf der Oberfläche erscheinenden Zeichnungen stimmten mit der von mir mittelst des Electrometers gefundenen Vertheilung überein, waren also der nach einem Erwärmen bis 40° und Ueberstreichen mit der Alkoholflamme sichtbaren gerade entgegengesetzt. Die Zeichnungen traten aber in dem letzteren Falle, also nach dem Ueberstreichen mit der Alkoholflamme, immer viel deutlicher hervor, als die durch die Thermoelectricität nach einem Erhitzen bis 140° und darauf folgenden Erkalten erzeugten.

Wenn es sich also nur um eine krystallographische Bestimmung der Beschaffenheit der Kanten eines Bergkrystalles, welcher keine Rhomben- und Trapezoëderflächen zeigt, handelt, so kann, falls der Krystall überhaupt leicht actinoelectrisch erregbar ist, die Bestäubung eines bis 40° erwärmten und dann mit der Alkoholflamme überstrichenen Krystalles ein rasches und bequemes Mittel gewähren, um die Kanten zu ermitteln, auf welchen die Rhomben- und Trapezoëderflächen bei ihrem Vorhandensein liegen würden. Die auf den Kanten entstehenden Zeichnungen geben aber nicht die thermoelectrische Polarität der Kanten an, sondern weisen, wie oben erläutert, eine auf denselben erst künstlich angehäuften Electricität nach.

Wenn Hr. v. Kolenko meint, dass erst nach seinen Erfahrungen durch die Untersuchung der thermoelectrischen Eigenschaften des Quarzes, z. B. durch die Untersuchung einer Fläche eines beliebigen Rhomboëders oder einer Prismenkante die Bestimmung des Sinnes der Drehung möglich sei, so ist er insoweit im Irrthum, als ich in meiner Ab-

handlung ¹⁾ bereits gezeigt habe, wie die Kenntniss des electrischen Verhaltens der bezeichneten Fläche oder Kante die rechts- oder linksdrehende Beschaffenheit des betreffenden Krystalles nachweist. Selbstverständlich lauten die von Hr. v. Kolenko aufgestellten Regeln genau wie die von mir ausgesprochenen, nur dass er den Polaritäten die entgegengesetzten Vorzeichen zuschreibt.

Da bei den Bergkrystallen auf den Rhomboëderflächen öfter der ganze untere Rand dieselbe Polarität, nur rechts und links in verschiedener Stärke zeigt, so habe ich mit Rücksicht hierauf die Regel so gefasst: „Bei linken Krystallen nimmt am oberen Ende auf den Flächen des sogenannten Hauptrhomboëders die electrische Spannung nach rechts hin in negativem Sinne zu . . . ; auf den Flächen des Nebenrhomboëders wächst in derselben Richtung die positive.“ Diese Worte sagen also, dass bei linken Krystallen auf den Flächen des Hauptrhomboëders die negativen und auf den Flächen des Nebenrhomboëders die positiven Pole an der rechten Seite liegen.

„In gerade entgegengesetzter Weise ändern sich nun die Intensitäten der electrischen Spannungen auf den rechten Krystallen,“ d. h. die negativen Pole liegen auf den Hauptrhomboëderflächen, und die positiven auf den Nebenrhomboëderflächen an der linken Seite. Ebenso lautet die Regel (abgesehen vom Vorzeichen) bei Hrn. v. Kolenko.

Weiter hin heisst es in meiner Abhandlung: „An Stelle der Prüfung einer Rhomboëderfläche kann auch die Bestimmung des thermoelectrischen Verhaltens einer Prismenkante treten. Liegt die untersuchte Kante z. B. am oberen Ende zur Rechten einer grossen Rhomboëderfläche (Hauptrhomboëder), so ist der Krystall ein linker, wenn diese Kante negativ, dagegen ein rechter, wenn sie positiv ist.“ Hr. v. Kolenko sagt ebenso: „Die negative Electricität an der rechten Seite der Hauptrhomboëderfläche oder an der linken Seite des Nebenrhomboëders bestimmt die rechte Drehung des Quarzes; die negative Electricität an der linken Seite

1) p. 485 u. 486.

des Hauptrhomboëders oder an der rechten Seite des Nebenrhomboëders bestimmt die Drehung nach links.“

Durch die von mir aufgestellte Regel ist also der Sinn der Drehung bereits vollständig bestimmt worden.

XIII. *Projection der Interferenz der Flüssigkeitswellen; von E. Lommel.*

(Aus den Sitzungsber. d. phys.-med. Societät zu Erlangen, vom 13. Juli 1885; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Zwei gleiche Wellensysteme werden auf der Oberfläche von in einer flachen Schale befindlichem Quecksilber erregt durch eine Stimmgabel, an deren Zinken, die Fortsetzung derselben bildend, zwei Eisendrähte mit Klebwachs befestigt sind. Die mit einem Resonanzkasten versehene Stimmgabel wird, mit den Zinken nach unten, von einem Stativ festgehalten, sodass die Spitzen der Eisendrähte ein wenig in das Quecksilber eintauchen. Die Stimmgabel wird mittelst einer zweiten, gleichgestimmten Gabel durch Resonanz zum Schwingen gebracht, um andere als die gewünschten Wellen, welche beim directen Anstreichen oder Anschlagen unvermeidlich entstehen würden, auszuschliessen. Das vom Heliostaten oder der electricischen Lampe kommende Lichtbündel wird durch eine Linse auf dem Rande einer verticalen, um ihre horizontale Axe drehbaren Metallscheibe concentrirt, welche längs ihrem Rande von einer Anzahl gleichweit abstehender Löcher durchbohrt ist. Der aus einem dieser Löcher austretende Lichtkegel wird von einem ebenen Spiegel unter einem Winkel von etwa 45° auf die Quecksilberoberfläche reflectirt, und das reelle, vergrößerte Bild der letzteren mittelst einer geeigneten Linse auf einem verticalen Schirme entworfen. Steht die Lochscheibe still, so sieht man auf dem Schirme die Wellenringe selbst nicht, weil dieselben zu rasch aufeinander folgen; man sieht aber ein System abwechselnd hellerer und dunklerer homofocaler Hyperbeln, deren gemeinsame Brennpunkte mit den Eintauchungsstellen der Drahtspitzen zusammenfallen; die helleren Hyperbeln sind die Orte aller

Punkte, in welchen die beiden Wellensysteme sich aufheben. Dreht man aber die Scheibe, so werden in der dadurch bewirkten intermittirenden Beleuchtung auch die Wellenringe selbst sichtbar, und man findet leicht eine solche Drehungsgeschwindigkeit, dass die Wellen still zu stehen scheinen. Es erscheint alsdann auf dem Schirme fixirt genau die Zeichnung, welche in meinem Werkchen: „Das Wesen des Lichts“ (Leipzig, 1874) auf p. 202 die Interferenz zweier Flüssigkeitswellen darstellt. Dreht man etwas langsamer oder etwas rascher, so scheinen die Wellenringe von den Erregungsmittelpunkten nach aussen oder nach innen gegen die Mittelpunkte hin langsam fortzuschreiten.

XIV. *Sichtbare Darstellung des Brennpunktes der ultrarothten Strahlen durch Phosphorescenz;* von E. Lommel.

(Aus den Sitzungsber. d. phys.-med. Societät zu Erlangen, vom 13. Juli 1885; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Bekannt ist der Versuch von Tyndall, mittels einer undurchsichtigen Kugellinse, die man dadurch erhält, dass man ein kugelförmiges Fläschchen mit einer Lösung von Jod in Schwefelkohlenstoff füllt, die dunkeln ultrarothten Strahlen, für welche diese Lösung durchgängig ist, in einem Brennpunkt zu sammeln, und die erhöhte Wärmewirkung in diesem Punkte durch Entzündung von Feuerschwamm oder Schiessbaumwolle oder durch Erglühen von Platin nachzuweisen.

Man kann nun diesen Brennpunkt sehr leicht sichtbar machen mit Hilfe gewisser phosphorescirender Substanzen. Es eignet sich hierzu die Balmain'sche Leuchtfarbe, noch besser aber ein grünlichblau phosphorescirendes Schwefelcalcium, dessen Eigenschaften ich früher¹⁾ beschrieben habe. Ist dasselbe nämlich durch Tageslicht zu schwacher Phosphorescenz erregt, so wird es durch die weniger brechbaren, insbesondere aber durch die ultrarothten Strahlen zu starkem

1) Lommel, Wied. Ann. 20. p. 853. 1883. Sitzungsber. d. Münchn. Acad. 13. p. 415. 1883. Erlanger Sitzungsber. 16. p. 6. 1883–84.

Aufleuchten angefacht, welches bei mässiger Intensität der einwirkenden Strahlung stundenlang dauert, und selbst nach Aufhören der Bestrahlung allmählich abklingend noch geraume Zeit sichtbar bleibt; nach erfolgtem Abklingen erscheint dann an der bestrahlten Stelle ein dunkler Fleck, weil hier infolge der gesteigerten Ausgabe die Leuchtkraft vermindert oder ganz zerstört worden ist.

Macht man sich aus dieser Substanz einen transparenten Schirm, indem man eine dünne Schicht des Pulvers zwischen zwei am Rande verkitteten Glasplatten ausbreitet, so kann man, wie ich früher¹⁾ gezeigt habe, auf demselben das ultraroth Gebiet des Spectrums in grünlich blauem Phosphoreszenzlicht strahlend neben dem rothen Ende des Spectrums, sowohl auf der Vorder- als auf der Rückseite des Schirms, sehr schön wahrnehmen.

Denselben Schirm kann man benutzen, um jenen dunklen Brennpunkt sichtbar zu machen. Fängt man ihn auf dem Schirme auf, so erscheint er als sehr heller Fleck auf dem schwach leuchtenden Grunde und verwandelt sich nach längerer Einwirkung in einen schwarzen Fleck, der den Eindruck macht, als sei in die helle Fläche ein Loch hineingebrannt.

Statt der Lösung von Jod in Schwefelkohlenstoff, welche beide Substanzen ihre Unannehmlichkeiten haben, verwende ich eine Lösung von Nigrosin in Chloroform oder in Alkohol; diese Lösungen sind vollkommen schwarz und lassen nur ultraroth Strahlen durch. Der Alkohol allerdings übt auf die ultraroth Strahlen starke Absorption aus; die alkoholische Lösung gibt daher einen Brennpunkt von nur geringer Wärmewirkung. Dieser Umstand ist für den obigen Versuch aber gerade von Vortheil, da das Leuchten der sehr empfindlichen phosphorescirenden Substanz länger dauert und die Schwärzung nicht so rasch eintritt, als wenn der Brennpunkt intensiver wäre. Einen zur Demonstration der Wärmewirkungen hinreichend heissen Brennpunkt gibt die viel besser diathermane Chloroformlösung; in dem noch diathermaneren Schwefelkohlenstoff ist das Nigrosin unlöslich.

1) Lommel, Wied. Ann. 20. p. 851. 1883. Sitzungsber. d. Münchn. Acad. 13. p. 413. 1883. Erlanger Sitzungsber. 16. p. 5. 1883—84.

Bei der grossen Empfindlichkeit der phosphorescirenden Substanz für die ultrarothern Strahlen sind so mächtige Lichtquellen, wie die obengenannten, nicht erforderlich; eine Gas-, Lampen- oder Kerzenflamme genügt, um die Erscheinung zu zeigen. Mittels des kugelförmigen Fläschchens oder besser mittels einer Linse unter Zwischenschaltung eines mit der schwarzen Flüssigkeit gefüllten planparallelen Troges erhält man auf dem Schirme ein scharfes helles (positives) Bild der Flamme auf dunklem Grunde, welches auch nach Aufhören der Bestrahlung mit allmählich abnehmender Lichtstärke noch andauert, um sodann in ein dunkles (negatives) Bild auf hellerem Grunde sich zu verwandeln. Es ist dies eine Art Photographie mittels der unsichtbaren ultrarothern Strahlen.

**XV. Ueber die Bestimmung der beim Bunsen'schen Eiscalorimeter geschmolzenen Eismenge;
von Ad. Blümcke.**

(Aus dem phys. Laboratorium der Techn. Hochschule zu München.)

Bekanntlich kann man beim Bunsen'schen Eiscalorimeter die geschmolzene Eismenge aus der Verschiebung des Quecksilbers in einem Scalenrohre ermitteln, oder indem man die aufgesogene Quecksilbermenge durch Wägung bestimmt.

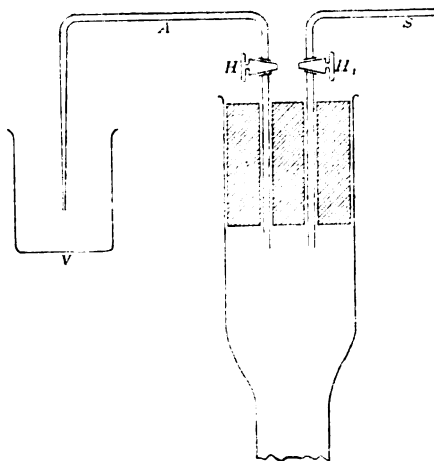
Jede dieser Methoden hat ihre Vor- und Nachtheile.

Zugegeben, dass die letztere die genauere ist, so macht sie doch zur Beobachtung des freiwilligen Abschmelzens oder Weiterfrierens des Eiscylinders eine grössere Zahl zeitraubender Wägungen nöthig; wobei noch zu berücksichtigen ist, dass man in der Regel ein Eiscalorimeter und eine Wage nicht in einem und demselben Raume aufstellen wird.

Soll bei Anwendung eines Scalenrohrs eine möglichst grosse Genauigkeit erzielt werden, so muss man eventuell die Länge derselben unverhältnissmässig gross nehmen. Ich möchte deshalb vorschlagen, die beiden Methoden in der Weise zu verbinden, dass man sich zur Bestimmung der durch den Versuch geschmolzenen Eismenge der Wägung bedient, dagegen zur Ermittlung der infolge des freiwilligen

Abschmelzens oder Weiterfrierens des Eiscylinders nöthigen Correctur ein Scalenrohr verwendet, welches keineswegs groß zu sein braucht. Die prinzipielle Anordnung des Apparates erhellt aus beigegebener Figur.

In dem den offenen Schenkel des Calorimeters verschliessenden Stöpsel sind sowohl ein Scalenrohr S , als auch



eine zum Aufsaugen des Quecksilbers aus dem Gefäß V dienendes Rohr A angebracht. Beide sind durch einen Hahn verschliessbar. Wird das Instrument nicht zu Versuchen benutzt, so ist der Hahn H des Rohres A offen, derjenige H_1 des Scalenrohres S geschlossen.

Vor dem Versuch wird gleichzeitig H_1 geöffnet und H geschlos-

sen, die Menge des in V befindlichen Quecksilbers wird durch Wägung bestimmt, und die Verschiebung des Quecksilberfadens im Scalenrohr beobachtet.

Beim Beginn des Versuchs schliesst man H_1 und öffnet H ; ist derselbe beendet, so wird H geschlossen und H_1 geöffnet, das Quecksilber in V gewogen und wiederum im Scalenrohr die Verschiebung des Quecksilberfadens beobachtet.

Um in S das Quecksilber wieder auf den Anfangspunkt zurückzustellen, ist es nur nöthig, am offenen Ende desselben bei geöffneten H und H_1 zu saugen und dann H zu schliessen.

Ich habe zwar noch nicht Gelegenheit gefunden, die eben beschriebene Vorrichtung zu erproben; ihre Anwendbarkeit dürfte aber in die Augen springen, und ich zweifle nicht, dass sie die Vorzüge der beiden Methoden in befriedigender Weise vereinigt.

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XXVI.

**I. Ueber das Leitungsvermögen einiger Electrolyte
in äusserst verdünnter wässriger Lösung¹⁾;
von Friedrich Kohlrausch.**

(Hierzu Taf. II.)

1. Historisches. 2. Ueber Widerstandsbestimmungen mit Wechselströmen. 3. Einige Hindernisse. 4. Die Lösungen. 5. Die Widerstandsmessung. 6. Ermittlung der Widerstandscapacität. 7. Temperaturcorrection. 8. Schlusscorrection. 9. Chlorkalium als Beispiel. 10. Die beobachteten Leitungsvermögen. 11. Elimination des Lösungsmittels. 12. Einführung der specifischen Leitungsvermögen. 13. Abgerundete Tabellen für das specifische moleculare Leitungsvermögen k/m . 14. Graphische Darstellung. Mittlere Nähe der Molecüle. 15. Neutrale Lösungen: Grenzwerte des specifischen Leitungsvermögens für grosse Verdünnung. 16. Neutrale Lösungen: Gang mit wachsender Concentration. 17. Hat das Krystallwasser einen Einfluss? 18. Leitungsvermögen der Lösungen von saurer oder alkalischer Reaction. 19. Die Schwefelsäure. 20. Die Frage nach der Mitwirkung des Wassers bei der Electrolyse. Dendriten. 21. Das Gesetz der unabhängigen Wanderung der Ionen in verdünnter Lösung. 22. Ueber das von Hrn. Bouty aufgestellte „Gesetz der Aequivalente“. 23. Absorption an den Electroden. 24. Temperatureinfluss. 25. Ueber die Mischung von Säuren und Basen in Lösung.

1. Historisches.

In einer Anzahl früherer Abhandlungen, welche einer vorbereitenden Untersuchung mit Hrn. Nippoldt über die Anwendung von Wechselströmen auf Electrolyte folgten, habe ich, theilweise gemeinsam mit Hrn. Grotrian, das Leitungsvermögen vieler Electrolyte in Lösung bestimmt.²⁾ Die

1) Der k. Ges. d. Wiss. zu Göttingen im Auszuge vorgelegt am 7. Febr. 1885.

2) K. u. Nippoldt, Pogg. Ann. 138. p. 280. 370. 1869; K. u. Grotrian, ib. 164. p. 1, 215. 1875; F. K. Gött. Nachr. 1874. p. 405; 1876. p. 213; 1877. p. 181; Münch. Sitzungsber. 1875. p. 284; Pogg. Ann. 159.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXVI.

frühere Meinung von der Verwickelung des Gegenstandes wurde durch diese Arbeit grossentheils widerlegt, besonders dadurch, dass die Lösungen nach ihrem Gehalte an chemischen Aequivalenten zusammengestellt wurden.

Zum Beispiel wurden dadurch verschiedene Haloidsalze desselben Metalles nahe gleich leitend, ferner die Kalium- und Ammoniumsalze; die Chloride von Barium, Strontium und Calcium, die Sulfate von Magnesium, Zink und Kupfer verhielten sich gruppenweise sehr ähnlich. Dass die Wasserstoffsäuren und die Salpetersäure fast gleich leiten, wenn man äquivalente Lösungen vergleicht, zeigte ich schon vor zehn Jahren.¹⁾

Ganz besonders einfache Beziehungen ergaben sich für verdünnte Lösungen, auf welche zuerst in der von Grotrian und mir angestellten Untersuchung der Chloride von den Alkalien und alkalischen Erden hingewiesen wurde. An letzterer Stelle wurde gezeigt, dass äquivalente verdünnte Lösungen dieser Körper ein Leitungsvermögen „von derselben Ordnung“ besitzen.²⁾

Eine ausführliche Besprechung verdünnter Lösungen führte, besonders mit Rücksicht auf Hittorf's Versuche und Anschauungen, später zu einem einfachen Zusammenhange zwischen vielen Körpern, den ich das Gesetz der unab-

p. 233. 1876; Wied. Ann. 6. p. 1. 145. 1879. Die letztgenannte Arbeit soll hier mit „l. c.“ bezeichnet werden.

Ich komme in dieser Einleitung aus mehreren Gründen auf einige Ergebnisse der früheren Arbeiten zu sprechen. Denn einmal ist die jetzige Arbeit eine Ergänzung der früheren, die ich schon länger in Aussicht gestellt hatte; ferner könnte die neuliche umfangreiche Arbeit von Hrn. Bouty, deren erste Veröffentlichung ohne die Kenntniss der älteren Arbeiten geschehen zu sein scheint, manche irrthümliche Auffassung der letzteren hervorrufen; endlich scheint mancherseits noch ein Bedenken gegen die Anwendung von Wechselströmen zu bestehen, welches ich zu heben wünsche.

1) F. K. Münch. Sitzungsber. 1875. p. 284; Pogg. Ann. 159. p. 233. 1876.

2) F. K. u. Grotrian, Gött. Nachr. 1874. p. 417; Pogg. Ann. 154. p. 236. 1875.

hängigen Wanderung nannte¹⁾ und worauf weiter unten zurückgekommen werden soll.

Als eine weitere einfache Beziehung, deren Bedeutung gleich betont wurde, fand sich dann noch für alle neutralen Salze, dass der Einfluss der Temperatur auf das Leitungsvermögen mit wachsender Verdünnung sich Anfangswerthen näherte, die zwischen engen Grenzen lagen.²⁾

Das Beobachtungsmaterial reichte damals im allgemeinen abwärts bis zu Lösungen von einigen, höchstens fünf Procenten. Hieraus schloss ich auf das Leitungsvermögen für grössere Verdünnungen etwa in folgender Weise. Die Beobachtungen wurden in gewöhnlicher Darstellung graphisch aufgetragen, die Gehalte der Lösungen als Abscissen, ihre Leitungsvermögen als Ordinaten. Die Endpunkte der letzteren und den Nullpunkt der Coordinaten (da das Wasser nicht merklich leitet) verband man durch eine Curve, die einen sehr regelmässigen Zug besitzt, und legte im Nullpunkte eine Tangente an die Curven. Die Steilheit der letzteren gab das Leitungsvermögen der verdünnten Lösung im Verhältniss zu ihrem Gehalte. Wurden die Gehalte nach chemischen Aequivalenten gezählt, so nannte ich den Werth das specifische moleculare Leitungsvermögen in verdünnter Lösung.

In der praktischen Ausführung wurde das graphische Ziehen der Tangente, um Willkürlichkeiten auszuschliessen, durch ein mechanisch rechnerisches Verfahren ersetzt, indem man den ersten Theil der Curve aus zwei für alle Electrolyte thunlichst gleich gelegenen Punkten durch eine quadratische Formel darstellte, deren linearer Coëfficient die genannte Steilheit der ersten Tangente vorstellt.

Also was ich damals das Leitungsvermögen in verdünnter Lösung nannte, war die Grösse, welche man aus dem Gange des Leitungsvermögens bei mässiger Verdünnung für den Anfang erwarten konnte.

Selbstverständlich lag es nun nahe, sich davon zu über-

1) l. c. p. 167.

2) l. c. p. 193.

zeugen, wie weit die Flüssigkeiten, wenn man sie wirklich bis in die Nähe des reinen Wassers beobachtete, sich diesen aus mässiger Verdünnung berechneten Zahlen anschliessen. Für einige Chloride leichter Metalle sowie für einige Säuren habe ich solche Beobachtungen schon vor zehn Jahren angestellt. Von diesen Resultaten aber habe ich früher keinen Gebrauch gemacht aus Gründen, die ich wiederholt angedeutet habe¹⁾, die ich aber jetzt zusammenfassen will.

Erstlich lagen (und liegen noch heute) Beobachtungen über die Wanderungsverhältnisse der Ionen für sehr verdünnte Lösungen nicht vor. Hittorf's grosse Arbeit in dieser Richtung auszudehnen, wäre freilich eine verdienstliche Unternehmung gewesen, die aber selbst Jahre in Anspruch genommen haben würde und vielleicht grosse Schwierigkeiten dargeboten hätte.

Was zweitens die Leitungsfähigkeit betrifft, so stiess ich bei den erwähnten orientirenden Beobachtungen auf unerwartete Verhältnisse, die insbesondere für die Schwefelsäure den dichteren Lösungen gegenüber anderes ergaben, als was die letzteren erwarten liessen. Man konnte leicht übersehen, dass nur ausgedehnte Untersuchungen hier eine abschliessende Klarheit gewähren konnten. Eine solche, correct auszuführende Forschung aber forderte neue Hilfsmittel und enthielt manche nicht einfach zu überwindende Hindernisse (vgl. § 3.)

Schliesslich schien es mir noch, dass die nächste Beschränkung auf die nicht äusserste Verdünnung in sich berechtigt sei. Denn das Hinzunehmen der letzteren konnte die Thatsachen in ähnlicher Weise verwickeln, (etwa durch eine electrolytische Mitwirkung des Wassers selbst) wie manche andere Gesetze, auf Grenzzustände angewandt, sich compliciren.

Deswegen stellten meine damaligen Schlüsse sich auf den Standpunkt, dass die Verhältnisse nur für mässige Verdünnungen bekannt vorlagen und dass aus diesen Gesetze ab-

1) F. K., Gött. Nachr. 1877. p. 184; Wied. Ann. 6. p. 151. 162. 163. 210. 1879. An letzterem Orte z. B. sagte ich, dass „in äusserster Verdünnung eigenthümliche Verhältnisse auftreten, über die in einem anderen Zusammenhange berichtet werden soll.“

zuleiten seien. Ich glaube, dass diese Erwägungen gerechtfertigt waren. Das Gesetz der unabhängigen Wanderung wird sich an den neuen Beobachtungen bestätigt finden. Die Zahlenwerthe für die Beweglichkeiten der Elemente ändern sich nach dem jetzt unmittelbarer vorliegenden Materiale freilich etwas, aber im allgemeinen nicht so erheblich, dass man um dieser kleinen Beträge willen eine Veröffentlichung mit Recht auf Jahre hinausgeschoben haben würde. Nur für die Verbindungen mehrbasischer Säuren entstehen grössere Aenderungen. Diese Körper habe ich damals überhaupt nur mit Vorbehalt behandelt.¹⁾

Obwohl ich nun seitdem die verdünnten Lösungen nicht aus den Augen verloren, sondern zu verschiedenen Zeiten Beobachtungsreihen ausgeführt habe, gelangt die Arbeit erst spät zu einem mittheilbaren Abschluss. Die Schwierigkeiten beseitigen sich nur langsam; viele frühere Beobachtungen habe ich später verworfen.

Zudem erschienen nun im Laufe der Zeit andere Arbeiten, die, wenn sie auch gleichfalls keinen Abschluss der Frage gaben, doch meine jeweilige Kenntnis des Gegenstandes überfüllten. Insbesondere ist hier die werthvolle Arbeit von R. Lenz „über den galvanischen Widerstand verdünnter Lösungen von Verbindungen des Kaliums, Natriums, Ammoniums und des Wasserstoffes“²⁾ zu nennen, in welcher eine grosse Anzahl von Verbindungen der genannten electropositiven Körper bis zu Verdünnungen im allgemeinen von einigen Hunderteln des Aequivalentes untersucht wird. Die von Lenz aus seinen Beobachtungen berechnete Tabelle 39 erlaubt ziemlich einfach eine Vergleichung mit unseren Resultaten (§ 13). Rechne ich die relativen Leitungsvermögen von Lenz mit Hilfe seiner Angaben über Querschnitt und Länge der Säule auf Quecksilber um, so erhalte ich Zahlen, die im Durchschnitt etwa 2% kleiner sind als die meinigen, was, den Umständen nach, als befriedigend bezeichnet werden darf. Die specifischen Leitungsvermögen wachsen bei Lenz im allgemeinen etwas langsamer mit der Verdünnung als bei

1) L. c. p. 178.

2) R. Lenz, Mém. de l'Acad. de St. Pétersb. 17. Nr. 3. 1878.

uns. Da die Zahlen aus Interpolationsformeln, zum Teil über die beobachteten Strecken hinüber, entstanden sind, so liegt auch hier keine Veranlassung zu einer Kritik vor.

In der jüngst verflossenen Zeit erschienen dann noch die umfangreichen Versuche und theoretischen Erörterungen der Herren Bouty¹⁾ und Arrhenius,²⁾ dann Ostwald's³⁾ Beobachtungen an Säuren. Der Verdünnungsgrad sowie die Anzahl der Körper wurde dadurch bedeutend ausgedehnt.

Die genannten Veröffentlichungen machten meine Arbeit keineswegs überflüssig. Denn erstens reichen meine Beobachtungen wieder zu viel grösseren Verdünnungen (etwa 1000 mal weiter als bei Lenz, einige 100 mal weiter als bei Bouty). Zweitens sind in den Arbeiten von Bouty und Arrhenius die Resultate leider nicht in einem verständlichen absoluten Maasse gegeben, was ich um so mehr bedauere, als eine Vergleichung meiner mit den dort gegebenen Resultaten nur mit ziemlicher Mühe einigermassen durchführbar sein würde. Um die Umrechnung von Bouty's vielseitigem Materiale auf eine constante Einheit zu ermöglichen, habe ich schliesslich noch seinen Normalkörper, das Chlorkalium, besonders sorgfältig untersucht (§ 9.)

Die Mittheilungen von Arrhenius bezwecken offenbar in ihrem experimentellen Theile mehr über die Verhältnisse zu orientieren als abschliessende exacte Messungen zu geben, da hier selbst der Gehalt der Lösungen nur relativ angegeben wird. Auch ist bei meinen Beobachtungen auf das Lösungswasser eine grössere Sorgfalt verwendet als dort. Soweit ich ferner aus den Angaben vermuthen kann, reichen meine Verdünnungen etwa zehnmal weiter als bei Arrhenius. Ostwald, dessen Mittheilung einen besonderen Punkt in's Auge fasst, hat eine grosse Zahl von Säuren beobachtet,

1) E. Bouty, *Compt. rend.* 98. p. 140. 362. 1884; *Journ. de phys.* (2) 3. p. 325. 1884; *Ann. de chim. et de phys.* (6) 3. 1884 (Citirt mit „l. c.“ und Seitenzahl des Einzelabdrucks).

2) Arrhenius, *Bihang Svenska Vet.-Akad. Handl.* 8. Nr. 13. Stockholm 1884.

3) Ostwald, *Journ. pr. Ch.* 30. p. 226. 1884. Anm. bei d. Correctur: Der Aufsatz ib. Bd. 31 konnte leider nicht mehr benutzt werden.

jede in vier Lösungsverhältnissen. Die verdünnteste Lösung ist hundertmal concentrirter als die meinige. Drücke ich meine Leitungsfähigkeiten in dem von Ostwald gewählten Maasse aus (Normalsalzsäure = 100), so finde ich in den dichteren Lösungen eine befriedigende Uebereinstimmung mit meinen Zahlen. Die verdünntesten Lösungen der starken Säuren findet Ostwald schlechter leitend, offenbar im Zusammenhang mit dem Einfluss des Wassers, welcher in § 18 besprochen wird. Mein Lösungswasser wird reiner gewesen sein.

Seit der Veröffentlichung meiner Resultate in den Göttinger Nachrichten habe ich eine eingehende Untersuchung einer grossen Zahl von Salzen von Hrn. Vicentini¹⁾ erhalten. Die Verdünnung reicht im Durchschnitt bis zu etwa dem Moleculargehalte 0,001. Die verdünnteren Lösungen stimmen befriedigend mit meinen Zahlen. Mit wachsendem Gehalte nehmen die specifischen Leitungsvermögen bei Vicentini etwas rascher ab, als bei mir. Wenn in dem Destillirapparat aus Glas auch der Kühler inbegriffen ist, so würde sich die Abweichung aus dem ursprünglichen Leitungsvermögen des Wassers erklären lassen, welches nach meinen früheren Erfahrungen mit einem Glaskühler den Betrag $k \cdot 10^{10} = 10$ erreichen kann. Zugleich würde die Widerstandscapacität der Zelle um einige Procente anders angenommen werden müssen, als von Vicentini geschehen ist. Ich weiss natürlich nicht sicher, ob diese Vermuthungen begründet sind.

Da meine jetzige Untersuchung der Hauptsache nach vollkommen unabhängig von den schon veröffentlichten Arbeiten mit Ausnahme derjenigen von Lenz entstanden ist, so möge mir verstattet sein, hier nicht an jedem Orte, an welchem eine Beziehung zu jenen stattfindet, meine Resultate oder Ansichten mit denen der anderen Herren Verfasser zu vergleichen, sondern mich im allgemeinen auf einen kurzen Hinweis zu beschränken und nur auf wesentliche Punkte näher einzugehen.

1) Vicentini, Atti Venet. (2) 2. 1884; Atti Torin. 20. 1885 (citirt mit der Seitenzahl des Einzelabdrucks).

2. Ueber Widerstandsbestimmungen mit Wechselströmen.

Wegen der noch in jüngster Zeit geäusserten Bedenklichkeiten über die Anwendung von Wechselströmen¹⁾ zur Widerstandsbestimmung erlaube ich mir noch Folgendes zu bemerken. Ich habe von vorn herein die Frage, ob das Ohm'sche Gesetz für diese Ströme in Electrolyten giltig bleibt, mit grosser Aufmerksamkeit behandelt.²⁾ Es würde ja äusserst interessant sein und zu wesentlichen neuen Einblicken in die Molecularstructur führen können, wenn eine Grenze für diese Giltigkeit gefunden wurde. Aber das ist mir niemals gelungen. Wendet man Electroden von hinreichend grosser Capacität an, so scheinen die Flüssigkeiten sich stets dem Ohm'schen Gesetz zu unterwerfen. Das heisst in diesem Falle, es erwies sich für den zu bestimmenden Widerstand derselben gleichgiltig, ob die Periode der Wechselströme oder auch ihre Stärke geändert wurde. Mit Hülfe des Sinusinductors sowie des gewöhnlichen Neeff'schen Hammers liess sich dies ja leicht prüfen. Bei den Hunderten von derartigen Versuchen, die ich theils absichtlich, theils zufällig anstellte, hätte mir ein Aufhören des Ohm'schen Gesetzes nicht entgehen können. Auch andere Beobachter, welche seitdem nach derselben Methode gearbeitet haben, wie Lenz, Long, Ostwald³⁾ hätten die Abweichungen bemerken müssen, wenn sie da wären. Soweit sichere Beobachtungen mit constantem Strome vorliegen, wie z. B. diejenigen von Tollinger, sind ja auch die Ergebnisse der Messungen mit Wechselströmen merklich bestätigt worden.

Wenn nun endlich, wie Cohn findet⁴⁾ auch bei Stromwechseln von einer Anzahl 25000 in der Secunde das Ohm'sche Gesetz noch in voller Giltigkeit bleibt, so wird man für

1) Bouty, l. c. p. 26 (vgl. übrigens diesen Aufsatz § 21). Fousereau, Thèses p. 62. Paris 1885.

2) F. K. Gött. Nachr. 1869. Jan. 6; F. K. u. Nippoldt, Pogg. Ann. 188. p. 370. 1868; F. K. Wied. Ann. 6. p. 9. 1879.

3) Hr. Ostwald hat soeben noch eine besondere Prüfung dieser Frage angestellt. Journ. für prakt. Chem. 31. p. 219. 1885.

4) E. Cohn, Wied. Ann. 21. p. 667. 1884.

die von uns gebrauchte Zahl von etwa 100 bis 200 ohne jedes Bedenken sein dürfen.

Ich glaube, dass diese Thatsache darauf zurückzuführen ist, dass auch z. B. die obige sehr kurze Periode noch sehr gross ist gegen die Periode molecularer Bewegungen. Eine Dauer von $\frac{1}{25000}$ Secunde ist offenbar, wie ja auch erwartet werden darf, im Vergleich mit den Zeiten, deren die molecularen Schwingungen bedürfen, noch so gross, dass ein Strom von dieser Dauer merklich dieselbe Wirkung hat, wie ein constanter Strom.

Dass zweitens die Befürchtung, die gewöhnliche Polarisation könne störend wirken, sich doch nur auf solche Fälle beziehen kann, in denen durch eine ungenügende Capacität der Electroden die electromotorische Kraft der electrolytischen Producte nicht zum Verschwinden gebracht wird, scheint mir auf der Hand zu liegen. Die Frage nach der nothwendigen Grösse der Electrodenfläche kann offenbar nur eine quantitative sein und ist durch den Versuch zu entscheiden.¹⁾

Endlich könnte man vielleicht noch für die äussersten Verdünnungsgrade ein besonderes Bedenken hegen. Nach unseren Kenntnissen über die absolute Atomgrösse ist freilich selbst in den äussersten zugänglichen Fällen immer noch eine ungeheure Zahl von electrolytischen Molecülen vorhanden, nämlich in der von uns angewandten mit $m = 0,00001$ bezeichneten verdünntesten Lösung noch fast 2 Billionen gelöste Molecüle im Cubikmillimeter, wenn man das Moleculargewicht des Wasserstoffes $= 10^{-20}$ mg setzt. Immerhin ist die Frage nicht mit Sicherheit a priori zu entscheiden. Ich habe deswegen vergleichende Beobachtungen mit verschiedenen Stromstärken angestellt, die man ja durch einen Wechsel in der den primären Strom des Inductionsapparates erregenden Säule leicht erzielt. Aber weder bei der genannten verdünntesten Lösung noch bei einem sehr reinen Wasser ($k \cdot 10^{10} = 1$) ergab sich eine Abhängigkeit des gefundenen Widerstandes von der Stromstärke.

Ich glaube hiernach keine Bedenken in den angegebenen Richtungen zulassen zu dürfen.

1) Vgl. F. K., Pogg. Ann. 148. p. 143. 1873.

3. Einige Hindernisse.

Wasser. Die verdünntesten hier untersuchten Lösungen enthielten theilweise weniger an gelösten Bestandtheilen als das gewöhnliche destillirte Wasser und etwa tausendmal weniger als das Wasser der hiesigen städtischen Leitung. Abgesehen davon, dass man sich also bei den Handhabungen solcher Objecte eine auf die Spitze getriebene Sorgfalt aneignen musste, wurde auch zum Lösen selbst ein entsprechend reines Wasser gefordert.

Das anderweitig bezogene destillirte Wasser pflegte nun ein Leitungsvermögen (vgl. mit Hg) gleich $3 \cdot 10^{-10}$ oder auch wohl mehr zu haben, deswegen wurde schliesslich alles Wasser selbst destillirt. Anfangs diente hierzu eine Zinnretorte mit Silberkühler. Wollte man sicher sein, dass nicht etwaige Bestandtheile bestimmter Reaction in dem Destillate sein sollten, so wurde wohl eine Spur von Aetznatron oder von Phosphorsäure in die Blase gebracht.

Schliesslich fand sich aber, dass auch ein gewöhnlicher Destillirapparat mit verzinnem Schlangenrohre bei sorgfältiger Behandlung Wasser von der Leitungsfähigkeit 10^{-10} liefern kann. Der grösste Theil der mitgetheilten Versuche wurde mit solchem Wasser angestellt. Wegen des starken Kalkgehaltes unseres Trinkwassers wurde von Regenwasser abdestillirt, wobei selbstverständlich ein grosser zuerst übergehender Theil unbenutzt blieb. In der Regel war 1,1 bis $1,5 \cdot 10^{-10}$ das Leitungsvermögen des gebrauchten Wassers.

Hierzu bemerke ich, dass solches Wasser bei sorgfältiger Aufbewahrung in Flaschen, die schon lange für reines Wasser dienten, monatelang seine geringe Leitungsfähigkeit bewahrte. Ja das Leitungsvermögen eines Destillates wurde oft im frischen Zustande grösser gefunden als nach einigen Monaten ruhigen Stehens. So sank dasselbe z. B. von 1,44 auf 1,17, von 1,21 auf 0,92, von 1,10 auf 0,99. Die Aufbewahrung geschah in grossen Flaschen, welche schon lange Zeit nur für destillirtes Wasser gebraucht wurden. Eine Erklärung dieses merkwürdigen auch von Arrhenius gefundenen Verhaltens weiss ich nicht zu geben. Von einer

Algenvegetation, die Arrhenius (dessen Wasser übrigens bei weitem weniger rein war) in seinen Flaschen bemerkte, und die nach seiner Meinung leitende Bestandtheile absorbiren konnte (p. 24), habe ich keine Spur bemerken können. Meine Flaschen sind nach mehrjährigem Gebrauche noch ganz klar.

Zeitliche Veränderung mancher Lösungen. Die verbrauchten Wassermengen waren deswegen beträchtlich, weil man mit nicht zu kleinen Volumina arbeiten konnte. Die unglaubliche Empfindlichkeit gegen Verunreinigungen einerseits, dann aber noch eine eigenthümliche Erscheinung verbietet dies, nämlich eine Veränderlichkeit des Widerstandes mancher verdünnter Lösungen mit der Zeit. An neutralen Salzen habe ich davon nichts bemerkt, wohl aber wuchs bei schwachen Lösungen von Säuren und Alkalien der Widerstand nach der Herstellung zunächst merklich an. Näheres hierüber s. § 23.

Grosse Widerstände. In den früher gebrauchten Widerstandsgefässen würden unsere Lösungen Widerstände bis zu mehreren Millionen Ohm gehabt haben. Auch bei der neuen Anordnung blieben bis 30000, ja zuletzt bis zu 100 000 Ohm zu messen. Dies ist freilich auch nach unserem früheren Verfahren mit dem Sinusinductor keineswegs so schwierig, wie Hr. Arrhenius meint, denn man kann durch Anwendung eines Multiplicators von vielen Windungen die mittlere electromotorische Kraft des Inductors auf 20 Volt bringen, und das von mir beschriebene Dynamometer lieferte dann noch brauchbare Ausschläge. Ich habe in der That viele anfängliche Versuchsreihen so ausgeführt. Aber freilich geht zu jeder Messung bei diesem Verfahren einige Zeit verloren, was bei den oben erwähnten Flüssigkeiten schädlich ist.

Sehr rasch arbeitet aber das Telephon in der Wheatstone-Kirchhoff'schen Drahtbrücke, welches ich deswegen schliesslich immer gebraucht habe.¹⁾ Einige Erfahrungen waren freilich auch hier erst zu machen. Das

1) F. K., Wied. Ann. 11. p. 653. 1880.

Tonminimum kann durch verschiedene Umstände verwischt werden. So waren sehr grosse Drahtwiderstände im allgemeinen nicht zur Vergleichung tauglich, auch wenn die Rollen sorgfältig bifilar gewunden waren, was offenbar von der Ladungscapacität solcher Rollen herrührt. Deswegen wurden zum Vergleiche höchstens Rollen von 2000 S.-E. gebraucht. Dabei musste also der Brückendraht im Verhältniss 1:50 getheilt werden. Die hierbei erreichbare Genauigkeit der Einstellung genügt für diese grossen Widerstände, denn ein Fehler von einem Procent kann bei den äussersten Verdünnungsgraden auch durch die Schwierigkeit in der Behandlung der Flüssigkeit entstehen.

Auch das Bad, in welchem die Flüssigkeitszelle sich befindet, äussert einen Einfluss auf die Güte des Tonminimums, offenbar im Zusammenhange mit Ladungsvorgängen, welche auch an den Gefässwänden auftreten. Schlecht leitende Flüssigkeiten in einem Bade von Brunnenwasser zu beobachten, ist meistens ungünstig. Regenwasser oder destillirtes Wasser verbessert das Minimum, steht aber immer noch hinter dem Luftbade (oder, wenn man ein solches anwenden will, einem Oelbade) zurück. Selbst äusseres Befeuchten der Gefässwand mit dem Schwamm wirkte merklich nachtheilig.

Einen Einfluss dieser Umstände auf den Ort des Minimums auf dem Brückendrahte habe ich nicht finden können. Trotzdem stört die weniger genaue oder unbequemere Einstellung auf ein unvollkommenes Tonminimum, und die diesbezüglichen ungünstigen Umstände wurden daher thunlichst vermieden, wie in § 7 gezeigt wird.

Da das Telephon auch auf magnetische Fernwirkungen reagirt, so hat man natürlich, besonders bei schwachen Strömen, also bei grossen Widerständen, für einen hinreichenden Abstand zwischen dem Stromerreger und dem Telephon zu sorgen.

4. Die Lösungen.

Die untersuchten Flüssigkeiten sind bezeichnet nach ihrem Gehalte an „electrochemischen Molecülen“ (Aequivalenten) in der Volumeneinheit. Der „Moleculargehalt“

m bedeutet (wie früher l. c. p. 146) die in 1 l der Lösung enthaltene Menge in Grammen, geteilt durch das Äquivalentgewicht A des Körpers.¹⁾ $m = 1$ bedeutet also die bei der Titriranalyse sogenannte „Normallösung.“

Die Lösung $m = 1$ (resp. wegen ungenügender Löslichkeit 0,5 für KClO_3 und BaN_2O_6) wurde zuerst hergestellt. Durch Auflösen der wasserfreien Substanzen in einem genau geachteten 500 ccm-Kolben wurden bereitet die Lösungen von NH_4Cl , KJ , KNO_3 , KClO_3 , KCl , NaCl , NaNO_3 , BaN_2O_6 , MgSO_4 , AgNO_3 , BaCl_2 , K_2SO_4 , K_2CO_3 , Li_2SO_4 , Na_2CO_3 , Na_2SO_4 ; die Reihenfolge bezeichnet ungefähr die Schärfe der zum Trocknen angewandten Hilfsmittel. Chlorammonium wurde nur im Exsiccator getrocknet, Jodkalium unter 100° , die übrigen Körper schärfer, Lithiumsulfat, Natriumcarbonat, Chlorbarium unterhalb Rothglut, Natriumsulfat bis zur Rothglut.

Von dem Kaliumacetat wurde der Kaligehalt durch Eindampfen und Glühen mit überschüssiger Schwefelsäure bestimmt. Das Salz reagirte alkalisch; eine mit Lakmus ermittelte Menge von Essigsäure wurde zugesetzt, worauf bei Erwärmen auf 70° und starkem Schütteln ziemlich viel Kohlensäure entwich.

Der Zinkgehalt der Chlorzinklösung wurde durch Ausfällen mit kohlensaurem Natron bestimmt.

Die Magnesium-, Kupfer- und Zinksulfatlösung wurde nach dem specifischen Gewichte aus Gerlach's und meinen, resp. Tollinger's Beobachtungen ermittelt.

Salzsäure, Salpetersäure und Schwefelsäure, sowie Kalilauge, waren als Normallösungen von Trommsdorff bezogen. Man analysirte die Salzsäure mit Silbernitrat, die Schwefelsäure mit Chlorbarium. Dann wurde jede von ihnen mit einem gleichen Volumen der Kalilösung gemischt und die geringe Differenz gegen die Neutralisirung mittelst einer Zehntelnormallösung ausgeglichen. Die Farbe der Lakmus-

1) Das Atomgewicht des Sauerstoffs ist = 16,00 gesetzt. A beträgt z. B. für HCl 36,46, $\frac{1}{2}\text{H}_2\text{SO}_4$ 49,03, $\frac{1}{2}\text{BaCl}_2$ 104,0. Die Wägungen wurden natürlich auf den leeren Raum umgerechnet.

lösung schlug hierbei rasch um. Die Resultate beider Gewichtsanalysen glich man nach den genaueren Ergebnissen der Titrirung aus, wobei sich die Correction $\pm 6/1000$ ergab. Schliesslich wurde die Salpetersäure mittelst der Kalilösung auf dasselbe Maass zurückgeführt.

Ausserdem wurden die specifischen Gewichte der Lösungen bestimmt. Die vierten Decimalen werden überall noch als richtig angesehen werden können.

Tab. 1 gibt die bei 18° in 1 Liter der Lösung enthaltene Anzahl von Grammen der in Spalte 1 bezeichneten Substanz, dann die Moleculargehalte, endlich die specifischen Gewichte (Wasser von 4° gleich 1), welche letztere grösstentheils Hr. Kreichgauer ermittelte.

Tabelle I.

| | g/Liter | <i>m</i> | Spec. Gewicht | |
|---|---------|----------|-------------------|--------|
| KCl | 74,59 | 1 | 15,2 ⁹ | 1,0457 |
| NH ₄ Cl | 53,55 | 1,0009 | 18,6 | 1,0152 |
| NaCl | 58,50 | 1 | 18,4 | 1,0391 |
| LiCl | 42,48 | 1 | 18,4 | 1,0227 |
| $\frac{1}{2}$ BaCl ₂ | 104,0 | 1 | 18,6 | 1,0888 |
| $\frac{1}{2}$ ZnCl ₂ | 68,0 | 1,012 | 15,0 | 1,0592 |
| KJ | 165,9 | 1 | 16,6 | 1,1183 |
| KNO ₃ | 101,17 | 1 | 18,6 | 1,0601 |
| NaNO ₃ | 85,08 | 1 | 18,7 | 1,0542 |
| AgNO ₃ | 169,9 | 1 | — | — |
| $\frac{1}{2}$ Ba(NO ₃) ₂ | 65,28 | 0,5000 | — | — |
| KClO ₃ | 61,29 | 0,5000 | 18,3 | 1,0367 |
| KC ₂ H ₃ O ₂ | 98,18 | 1,0005 | 18,6 | 1,0467 |
| $\frac{1}{2}$ K ₂ SO ₄ | 87,16 | 1 | 18,9 | 1,0658 |
| $\frac{1}{2}$ Na ₂ SO ₄ | 71,09 | 1,0003 | 18,6 | 1,0602 |
| $\frac{1}{2}$ Li ₂ SO ₄ | 55,09 | 1,0007 | 18,6 | 1,0445 |
| $\frac{1}{2}$ MgSO ₄ | 60,17 | 1,0023 | 18,6 | 1,0573 |
| $\frac{1}{2}$ ZnSO ₄ | 80,58 | 1 | 5,3 | 1,0794 |
| $\frac{1}{2}$ CuSO ₄ | 79,9 | 1,001 | 18,2 | 1,0776 |
| $\frac{1}{2}$ K ₂ CO ₃ | 69,17 | 1,0006 | 18,3 | 1,0576 |
| $\frac{1}{2}$ Na ₂ CO ₃ | 53,04 | 1 | 17,9 | 1,0517 |
| KOH | 56,27 | 1,0025 | 18,8 | 1,0477 |
| HCl | 36,51 | 1,0014 | 18,6 | 1,0161 |
| HNO ₃ | 63,13 | 1,0014 | 18,6 | 1,0318 |
| $\frac{1}{2}$ H ₂ SO ₄ | 49,06 | 1,0006 | 18,9 | 1,0300 |

Verdünnungen. Mittels sorgfältig geaichter Glaskolben von 50 und 500, resp. 100 und 1000 ccm wurden aus den Normallösungen $m = 1$ solche von $m = 0,1$ und $0,01$ hergestellt. Unterhalb $0,01$ diene schliesslich folgendes einfache und rasche Verfahren.

Es waren 2 Pipetten von $\frac{1}{2}$ und 2 ccm (genauer 0,5022 und 2,009 ccm) Inhalt auf Ausfluss geaicht. Ich weiss wohl, dass Aichung auf Füllung mit Nachspülen genauer ist, aber das Verfahren wäre zeitraubender gewesen, was ich aus den p. 171 angegebenen Gründen zu vermeiden wünschte. Das Becherglas, in welchem dann gleich der Widerstand gemessen wurde, war zunächst mit 488,1 ccm Wasser versehen.¹⁾ Hierzu kamen nun folgeweise und mit jedesmaliger Widerstandsbestimmung zuerst $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, 2, 2 ccm der Lösung $m = 0,01$; dann $\frac{1}{2}$, 2, 2 von $m = 0,1$ und ebenso von $m = 1$.

Hierdurch entstehen, wie man nachrechnen kann, die zehn Gehalte $m =$

0,0000 1028 2053 6135; 0,000 1018 2035 6079;
0,00 1009 2016 6025 und 0,01000.

Zu jeder Potenz von 10 gehören, wie man sieht, ungefähr die Zahlen 1, 3 und 6, desto genauer, je näher dem Schluss, welcher genau 0,01 ergibt, also eine Prüfung an der Originallösung 0,01 zulässt.²⁾ Vgl. in dieser Beziehung § 8.

1) Einige Versuche wurden mit 486 ccm Anfangsfüllung gemacht, wodurch die Zahlen für m etwas andere werden. Vgl. § 10 Tab. III.

2) Durch einen Zufall verging für eine Anzahl von diesen Lösungen 0,01 von der Herstellung bis zu ihrer Widerstandsbestimmung eine Zeit von 10 Wochen. Dabei zeigte sich bei mehreren von ihnen eine beträchtliche Aenderung des Leitungsvermögens, wenn man eine Vergleichung mit frischen Lösungen anstellte. Merklich ungeändert wurden gefunden NH_4Cl , MgSO_4 und BaCl_2 . Abgenommen hatten die Leitungsvermögen von H_2SO_4 um 2 Proc., KOH um 4 Proc., Na_2CO_3 um 5 Proc. Die meisten hatten zugenommen, nämlich KClO_3 und KJ um 1 Proc., CuSO_4 und NaNO_3 um 2 Proc., BaN_2O_6 sogar um 22 Proc. Da die Erscheinung nicht ohne Interesse ist, führe ich sie an. Benutzt wurden natürlich die an frischen Lösungen gefundenen Zahlen. Die grosse Aenderung an BaN_2O_6 hängt offenbar mit der Bildung von freier Salpetersäure zusammen, indem sich an den Glaswänden ein dünner, durchsichtiger, in Salzsäure löslicher Niederschlag gebildet hatte.

Die Pipetten wurden hierbei genau so behandelt wie bei ihrer Volumbestimmung mit Wasser (nämlich 10 Secunden nach dem Auslaufen einmal ausgeblasen). Die Electroden führte man zuerst in die neu gemischte Flüssigkeit ein, hob sie aber noch einmal heraus, um die an ihnen von der vorigen Bestimmung gehangenen Tropfen zu vertheilen. Das sehr gründliche Umrühren geschah mit einem Glasstabe, der in einem Bade aufbewahrt wurde, dessen Beschaffenheit nicht viel von der jeweilig untersuchten Flüssigkeit abwich.

Die Mischung und Widerstandsmessung der 11 Lösungen vom Wasser an bis zu $m = 0,01$ erforderte, wenn keine Zwischenfälle eintraten, nur etwa 40 Minuten.

Ich halte eine eingehende Beschreibung dieser Operationen für nothwendig, damit man sich über die Genauigkeit ein Urtheil bilden kann, und damit vielleicht künftige Versuche auf diesem noch lange nicht erschöpften Gebiete Vorthail von den gemachten Erfahrungen ziehen mögen.

Im übrigen ist nicht viel mehr zu bemerken. Lösungen von nahe $m = 0,03$ und $m = 0,05$ wurden noch in demselben Becherglas gemischt und untersucht. Dasselbe erhielt nämlich eine neue Füllung (die zugleich zur Controle und auch zur Ermittlung des Temperaturcoëfficienten diente; vgl. § 8 und 24) von 477,8 ccm der Lösung $m = 0,01$. Dazu kamen zweimal aus einer dritten Pipette 10,06 ccm der Lösung $m = 1$. Hierbei entstehen also Flüssigkeiten von $m = 0,03041$ und 0,05000.

Zwischen $m = 1$ und 0,1 wurde endlich noch $m = 0,5$ eingeschoben, durch Mischung gleicher Volume $m = 1$ und Wasser gebildet. Diese besser leitenden Flüssigkeiten untersuchte man natürlich in einem gestreckteren Gefäss auf ihr Leitungsvermögen (vgl. § 5.)

Es sind also von jedem Körper im ganzen 15 Lösungen beobachtet worden, die nahe bei $m =$

| | | | | |
|---------|--------|-------|------|-----|
| 0,00001 | 0,0001 | 0,001 | 0,01 | 0,1 |
| 0,00002 | 0,0002 | 0,002 | 0,03 | 0,5 |
| 0,00006 | 0,0006 | 0,006 | 0,05 | 1 |

liegen. Ueber die schliessliche genaue Reduction auf diese Gehalte s. § 13.

Reinheit der Stoffe. Dieselbe war überall in genügendem Maasse vorhanden resp. wurde (bei NaCl , KJ) durch Umkrystallisiren erzielt. Schwere Metalle waren, ausser einer Spur im Chlorammonium, als Verunreinigungen nicht vorhanden. Ganz ohne die Flammen-Natrium-Reaction waren natürlich die Salze selten. Aber z. B. bei Chlorkalium, welches zu den stärkst reagirenden gehörte, schätzte man mittels Zusatz einer gewogenen Menge von Kochsalz aus der Intensität der Flammenfärbung die Verunreinigung auf höchstens $\frac{1}{4000}$. Da das Leitungsvermögen dadurch in noch geringerem Maasse beeinflusst wird, entsteht hieraus kein Fehler von zu berücksichtigender Grösse. Von fremden Säuren fand sich nur eine Spur salpetriger Säure im Natriumnitrat und eine Spur Chlor im Magnesiumsulfat.

Die Lösungen von Bariumnitrat setzten mit der Zeit an den Glaswänden einen dünnen halbdurchsichtigen Niederschlag, vermuthlich von Bariumcarbonat ab. Ueber dessen Einfluss s. p. 175. Auch die eine Lösung von Magnesiumsulfat ($m = 0,1$) zeigte sonderbarer Weise einen solchen Absatz, der in Salzsäure löslich war.

Gefährlicher als die Anwesenheit geringer Mengen fremder Salze, die im wesentlichen nur durch den Unterschied ihres Aequivalentgewichtes gegen den Hauptkörper schaden würden, ist natürlich eine nicht neutrale Beschaffenheit der Salze. Die Lösungen wurden deswegen in dieser Hinsicht genau geprüft resp. genau neutralisirt, das Jodkalium z. B. durch den Zusatz von etwas Jodwasserstoff während des Umkrystallisirens, worauf das erhaltene Salz neutral reagirte, ohne zu riechen.

Nur das Chlorammonium und das Lithiumsulfat reagirten in den gebrauchten Lösungen mit 0,6 resp. 2,8 pro Mille des Aequivalentes sauer. An den Resultaten wurde deswegen eine (sehr unerhebliche) Correction vorgenommen. Unter der Annahme, dass die Salzsäure im Chlorammonium frei vorhanden war, die Schwefelsäure saures Lithiumsulfat gebildet habe, wurden die aus dem Gewicht berechneten Salzgehalte im Verhältniss 1,0011, resp. 1,0022 vergrößert.

Aetznatron, Phosphorsäure, Ammoniak, Essig-

säure. Von einer grossen Zahl von älteren Beobachtungen, die nicht nach dem oben angegebenen Schema angestellt wurden, werden nur diejenigen an den oben genannten vier Substanzen hier verwerthet, da ich um der Gleichförmigkeit willen die übrigen später noch einmal vorgenommen habe.

Die Aetznatronlösung wurde aus Natrium bereitet und ihr Gehalt durch Eindampfen mit Schwefelsäure bestimmt. Essigsäure- und Ammoniaklösung sind mittels Lakmus hierauf zurückgeführt worden. Die Normal-Phosphorsäure ($\frac{1}{3}$ H_3PO_4) wurde aus der früher von mir gebrauchten von 78,9 %¹⁾ mit Wasser verdünnt.

Bei einem grossen Theile dieser Arbeiten, wie bei der Prüfung der Körper, und bei den Dichtigkeitsbestimmungen wurde mir durch die dankenswerthe Hilfe des Hrn. Kreichgauer manche Erleichterung zu Theil.

5. Die Widerstandsmessung.

Die Leitungsvermögen werden wie früher mit Hilfe Siemens'scher Widerstände auf Quecksilber bezogen. Die Rheostatenwiderstände sind die früher von mir gebrauchten. Nach einer neuen von Hrn. Strecker ausgeführten Zurückführung auf Quecksilber sind die Normaleinheiten im Verhältniss 1,0008 zu klein angenommen; mit anderen Worten, meine Angaben beziehen sich auf Quecksilber von $+1^\circ$.

Die besser leitenden Flüssigkeiten ($m = 1, 0,5, 0,1$ und zumeist auch $0,05$) wurden in dem Glasgefäss Nr. V²⁾ bestimmt, dessen Quecksilbercapacität $0,000\,507\,4$ S.-E. beträgt. Nur Silbernitrat und Kupfersulfat sind in dem kleinen Gefässe Nr. X³⁾ untersucht worden. Schwefelsäure $m = 1$ wurde in V und I mit gleichem Resultate bestimmt.

Die weiter reichenden Verdünnungen in diesen Gefässen zu untersuchen, sowie ich dies bei einigen alten Beobachtungen (1874 KCl , NaCl , NH_4Cl , MgCl_2 , HNO_3 , H_2SO_4) that, zeigte sich wegen der grossen auftretenden Widerstände sowie auch wegen der durch das Umgiessen leicht hervorge-

1) F. K. Pogg. Ann. 159. p. 244. 1876.

2) F. K. u. Grotrian, Pogg. Ann. 154. p. 13. 1875.

3) l. c. p. 8.

brachten merklichen Verunreinigung schwierig. Deswegen habe ich diese alten Bestimmungen nicht veröffentlichen mögen (obwohl sie schliesslich mit den neuen besser übereinstimmen als ich erwartete).

Ich ging dann zu einem Becherglase über, in welchem die Lösungen bereitet und gleich untersucht wurden (p. 175). Auch von diesen Versuchen genügten die ersten Reihen nicht, weil der Holzdeckel, an welchem die Electroden befestigt waren, hygroskopische Gestaltsänderungen erlitt. Zu allen in diesem Aufsatze mitgetheilten Beobachtungen diente die folgende Vorrichtung.

Ein Becherglas von 80 mm Durchmesser, 130 mm Höhe mit ebengeschliffenem Rande trägt einen aufliegenden Deckel aus Hartkautschuk, 10 mm dick und von 110 mm Durchmesser. Unten am Deckel sind in Gestalt von excentrischen Scheiben drei verstellbare (in der Figur nicht gezeichnete) Anschläge angebracht, die dem Becherglase angepasst werden, sodass man dem Deckel immer dieselbe Stellung zu dem letzteren geben kann.

Durch den Deckel sind auf einem Durchmesser sechs gleiche cylindrische Löcher gebohrt, die paarweise gleichweit vom Mittelpunkt abstehen. In die Löcher passen genau zwei kupferne cylindrische Stücke mit Ansatz unten und mit Anziehmutter in Gestalt von Klemmschrauben von oben. Die Stücke setzen sich abwärts in $2\frac{1}{4}$ mm dicke Platindrähte fort, welche unten umgebogen und an quadratische platinirte Electroden aus starkem Platinbleche von 40 mm Seite also 1600 qmm einseitiger Oberfläche mit Gold angelöthet und genietet sind. Man wählte diese Fläche wegen der Absorptionerscheinungen (§ 23) nicht grösser.

In der Unterfläche des Deckels ist eine Schaar von Parallellinien eingerissen, welche nach dem Augenmaass die beiden Platten einander parallel stellen lassen.

Je nach der Benutzung der einzelnen Paare von Löchern

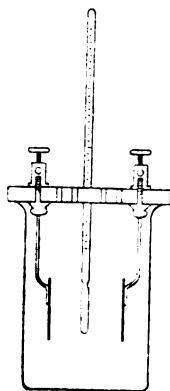


Fig. 1.

betragen die Plattenabstände in runder Zahl 2, 15 oder 50 mm und die Quecksilbercapacitäten bei einer Füllung mit 500 ccm 0,000 000 63, 0,000 004 8 oder 0,000 011 4 S.-E. Die Benutzung unsymmetrisch gelegener Löcher sowie die Drehung der Electroden um 180° lässt noch andere Capacitäten hinzufügen.

Bei der normalen Füllung des Glases mit 500 ccm tauchen die Electroden 20 mm tief unter die Oberfläche.

Es war die Absicht und geschah auch im Anfange, die Stellung der Electroden je nach der Leitungsfähigkeit der Lösung zu wechseln, sodass man Wasser und die ersten Gehalte bei näherer, die anderen bei weiter Stellung der Electroden untersuchte. Doch befriedigten diese Versuche auch nicht völlig.

Denn erstens verging bei dem Aus- und Einsetzen der Electroden Zeit, was für die starken Verdünnungen nachtheilig ist; zweitens zeigte die Widerstandscapacität bei wiederholtem Einsetzen in dieselben Löcher doch Schwankungen von 2 Proc.; endlich trat bei den kleinen Abständen die zeitliche Veränderung der Flüssigkeit stärker hervor.

So habe ich vorgezogen, bei den endgiltigen Messungen die Electroden an einem bestimmten Platze (50 mm Abstand) ungeändert zu belassen.

Die für das Wasser und die äussersten Verdünnungen zu messenden Widerstände wurden dadurch freilich sehr gross, aber die Anwendung des Telephons lieferte eine hinreichend genaue Messung (§ 3).

Nur für die Körper: Aetznatron, Ammoniak, Phosphorsäure und Essigsäure werden die Bestimmungen mit Ortswechsel der Electroden mitgetheilt. Von den übrigen sind Salz- und Schwefelsäure, Chlorkalium und -natrium allerdings auch zuerst so beobachtet worden, später aber noch einmal mit dem constanten Electrodenabstand. Ich mache von den ersteren Beobachtungen, die für die schwächsten Lösungen Abweichungen von etwa 2 Proc. gegen die späteren Messungen zeigen, für stärkere Lösungen besser übereinstimmen, hier keinen Gebrauch.

Der Brückendraht aus Neusilber war in der früher be-

schriebenen Weise¹⁾ auf eine Serpentinwalze gewunden. Die Ablesung der Einstellung ist auf $\frac{1}{10000}$ der ganzen Drahtlänge sicher. Die Einstellung auf das Tonminimum im allgemeinen ebenfalls. Doch mag bei undeutlichem Tonminimum (§ 3) die Unsicherheit sich auch auf 2 oder im ungünstigen Falle auf $\frac{3}{10000}$ belaufen haben.

Der Draht wurde in Unterabtheilungen von $\frac{1}{30}$ seiner Länge, nach den Enden zu in engeren Abschnitten (zusammen 26) calibriert. Er war sehr gleichmässig, denn die grösste Correction auf constanten Querschnitt betrug $\frac{4}{10000}$ der Länge. Die dazwischen liegenden Punkte konnten also vollkommen ausreichend interpolirt werden. Die Zuleitungswiderstände beliefen sich, an beiden Enden etwa gleich, auf je 7 bis $\frac{8}{10000}$. Gegen den Schluss der Beobachtungen wurde eine neue Bestimmung des Calibers durch Hrn. Kreichgauer vorgenommen, die Beschaffenheit des Drahtes erwies sich bis auf $\frac{1}{10000}$ ungeändert.

Die Vergleichswiderstände gehörten einem gut calibrierten Siemens'schen Rheostaten an. Es wurden 2000, 1000, 500, 200, 100, 50 und 20 benutzt. In das Innere des Rheostaten war ein Thermometer eingeführt.

6. Ermittlung der Widerstandscapacität.

1. Die Abhängigkeit der Capacität von dem in das Becherglas eingefüllten Flüssigkeitsvolumen bestimmte sich einfach und mit beliebiger Genauigkeit, indem man mit einer Pipette das Volumen gemessen vergrösserte oder verminderte. So fand sich, wenn man der normalen Füllung mit 500 ccm zunächst die Capacität Eins zuschreibt, die letztere für die Füllungen:

| | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 460 | 470 | 480 | 490 | 500 | 510 | 520 |
| 1,0885 | 1,0489 | 1,0314 | 1,0155 | 1,0000 | 0,9855 | 0,9715 |

Wie die gleichmässig verlaufenden Differenzen und wiederholte Bestimmungen ergeben, sind diese Zahlen auf weniger als $\frac{1}{1000}$ sicher. Die zwischenliegenden Füllungen

1) F. K., Wied. Ann. 11. p. 653, 1880. Vgl. auch Wild u. Chwolson, Bull. de l'Acad. imp. de St. Pétersb. 22. p. 409. 1876.

wurden hieraus interpolirt; die oft gebrauchten Füllungen 477,8 und 497,9 ccm (p. 176) wurden noch besonders bestimmt und auf die Capacität 1,0350 und 1,0032 festgestellt.

2. Die absolute Capacität für die normale Füllung von 500 ccm wurde ermittelt, indem man Lösungen vom Moleculargehalte 0,05, 0,03 oder 0,01 im Becherglase und in dem genannten Gefässe Nr. V untersuchte. Diese Bestimmungen wurden häufig ausgeführt, da ich die Capacität für weniger constant hielt, als sie sich schliesslich herausstellte. Zum Zwecke einer weiteren Kritik der Methode der Wechselströme gebe ich alle derartigen Bestimmungen nach der Zeitfolge geordnet und in die drei Gruppen zusammengestellt. Die gefundenen Capacitäten α sind mit 10^9 multiplicirt.

Der Betrag der Abweichungen ist im allgemeinen nicht auffällig, insofern Capacitäten vom Verhältniss 1:45 natürlich nicht leicht sehr genau zu vergleichen sind.

| 1. Gruppe, Mai. | | | 3. Gruppe, October. | | |
|---|----------|----------|---|----------|----------|
| Lösung | | α | Lösung | | α |
| KNO ₃ | $m=0,05$ | 1139 | KClO ₃ | $m=0,01$ | 1138 |
| NaCl | 0,05 | 1140 | " | 0,03 | 1138 |
| AgNO ₃ | " | 1138 | NH ₄ Cl | 0,05 | 1138 |
| $\frac{1}{2}$ K ₂ SO ₄ | " | 1136 | $\frac{1}{2}$ BaCl ₂ | " | 1138 |
| LiCl | " | 1140 | $\frac{1}{2}$ Na ₂ CO ₃ | " | 1135 |
| | | 11386 | KOH | " | 1136 |
| | | | $\frac{1}{2}$ CuSO ₄ | " | 1132 |
| | | | $\frac{1}{2}$ H ₂ SO ₄ | " | 1136 |
| | | | KC ₂ H ₃ O ₂ | " | 1138 |
| | | | KNO ₃ | " | 1138 |
| | | | HCl | " | 1138 |
| | | | | | 11367 |
| 2. Gruppe, Juni. | | | | | |
| Lösung | | α | | | |
| $\frac{1}{2}$ Li ₂ SO ₄ | 0,05 | 1134 | | | |
| $\frac{1}{2}$ K ₂ CO ₃ | " | 1139 | | | |
| $\frac{1}{2}$ Na ₂ SO ₄ | " | 1136 | | | |
| NH ₄ Cl | 0,01 | 1139 | | | |
| $\frac{1}{2}$ BaN ₂ O ₆ | 0,01 | 1137 | | | |
| | | 11370 | | | |

Nur Kupfersulfat gibt einen etwas grösseren Unterschied von etwa 4 pro Mille gegen das Mittel. Nachträgliche Vergleichen lieferten:

| | | | | | |
|---------------------------------|------|-----------------|-------------------|-------|-----------------|
| $\frac{1}{2}$ CuSO ₄ | 0,01 | $\alpha = 1136$ | CuSO ₄ | 0,03 | $\alpha = 1136$ |
| $\frac{1}{2}$ MgSO ₄ | 0,01 | 1140 | KCl | 0,025 | 1139 |
| | | | KJ | 0,01 | 1134 |

Auch hier ist das mit CuSO_4 gefundene α im allgemeinen etwas kleiner, aber nicht so stark, wie oben. Es mag der obige Unterschied also theilweise auf einen zufällig etwas grösseren Beobachtungsfehler¹⁾ hinauskommen. Unmöglich ist aber nicht, dass zwischen den Electroden im Becherglase, welche man aus dem p. 179 angegebenen Grunde so klein gewählt hatte, eine Spur von Polarisation entsteht (welche bei CuSO_4 einen kleineren Betrag erreicht). Da die Capacitätsbestimmung empirisch erfolgt ist, so hat dies keinen Einfluss, wenn die Einwirkung constant ist. Das ist nach den obigen Zahlen eben offenbar im allgemeinen der Fall. Für die Reduction der Beobachtungen mit CuSO_4 hätte man vielleicht aus diesen Zahlen ein etwa um 3 pro Mille kleineres α entnehmen können. Bei der Geringfügigkeit des Unterschiedes ist dies ohne Belang, und da ein Zufall doch nicht ausgeschlossen ist, so sind für die drei Gruppen einfach die drei Mittelwerthe von α angenommen worden.

Eine nach abermals drei Monaten vorgenommene Bestimmung mit KCl gab 1186, sodass man sagen kann, die beschriebene Vorrichtung für die Bestimmung sehr schlecht leitender Electrolyte habe sich gut bewährt.

7. Temperaturcorrection.

Die Temperatur wurde mittels eines seitlich von den Electroden in der Lösung befindlichen Thermometers (Theilung $\frac{1}{2}$ Grad; Ablesung auf $0,02^\circ$ genau) gemessen. Das Quecksilbergefäss hatte eine Höhe gleich derjenigen der Electroden und befand sich in gleicher Höhe wie die letzteren. Die Angaben waren auf ein Normalthermometer zurückgeführt.

Man erhielt die Temperatur nahe auf 18° . Die Unterschiede betrugen in der Regel nur einige Zehntelgrade. Man corrigirte die Leitungsvermögen bis $m = 0,01$ (für Schwefelsäure $m = 0,001$) auf genau 18° mit dem für die eben genannten Lösungen gefundenen Temperaturcoefficienten (§ 24). Für die stärkeren Lösungen wurden die Temperaturcoefficienten aus den genannten und den früher gefundenen¹⁾ interpolirt.

1) l. c. p. 148.

p. 172 wurde schon bemerkt, dass Flüssigkeitsbäder, um die Temperatur zu regeln, bei grossen Widerständen die Schärfe des Tonminimums beeinträchtigen. Daher wurde, wenn auch einmal zur Abkühlung ein Wasserbad gebraucht worden war, doch die Widerstandsmessung immer ausserhalb desselben vorgenommen. Eine Filzhüllung des Becherglases genügte zur Constanthaltung der Temperatur.

Kleine Erwärmungen wurden mit der Hand, grössere (§ 24) durch eine kleine Flamme ausgeführt, die hinreichend weit von dem Glasboden abstand, um wegen etwaiger Glasauflösung erhebliche locale Erwärmungen zu vermeiden.

8. Schlusscorrection.

Vorsichtiger Gebrauch der Pipetten bei dem Mischen der Flüssigkeiten gestattet eine überraschende Genauigkeit. Das in der $\frac{1}{2}$ ccm-Pipette durch Benetzen zurückbleibende Flüssigkeitsvolumen, etwa 6 cmm im ganzen, wurde bei 30 Versuchen mit gleichem Aussaugen, unter Anwendung von Wasser, Chlorkalium-, Chlornatrium und Kaliumnitratlösungen bis auf höchstens $\pm 0,8$ cmm. constant gefunden.

Nun aber werden, bis man zur Schlusslösung $m = 0,01$ gelangt, zehn Pipettenfüllungen ausgeführt, und die Fehler können schliesslich einen grösseren Betrag erreichen. Um sie thunlichst zu corrigiren, diene die direct hergestellte Lösung 0,01, deren Leitungsvermögen bestimmt wurde und nun erkennen liess, um wieviel die Schlussconcentration der Pipettenmischungen fehlerhaft geworden war. In demselben Verhältniss nahm man die übrigen Lösungen als fehlerhaft an und corrigirte die Leitungsvermögen hiernach. Das ist natürlich für die letzten Mischungen vor 0,01 eine jeden Anspruch befriedigende Correction. Weiter zurückgreifend kann freilich gegen einige Promille Fehler des Leitungsvermögens keine Garantie geleistet werden. Das ist aber von geringer Bedeutung, denn bei den verdünntesten Lösungen geht die Genauigkeit ohnehin nicht weiter.

Die gefundenen Verhältnisse der Leitungsvermögen der direct zu den mit der Pipette hergestellten Lösungen (cf. Tab. III) waren:

| | | | | | |
|--------------------|-------|---|-------|---------------------------------|-------|
| KCl | 1,002 | KNO ₃ | 1,012 | MgSO ₄ | 1,002 |
| — | 1,000 | NaNO ₃ | 0,987 | ZnSO ₄ | 0,994 |
| NH ₄ Cl | 1,002 | AgNO ₃ | 1,000 | CuSO ₄ | 1,005 |
| NaCl | 1,004 | BaNO ₃ | 1,005 | HCl | 0,992 |
| LiCl | 1,010 | KClO ₃ | 1,005 | HNO ₃ | 0,996 |
| BaCl ₂ | 1,005 | KC ₂ H ₃ O ₂ | 1,004 | H ₂ SO ₄ | 0,994 |
| ZnCl ₂ | 1,003 | K ₂ SO ₄ | 1,006 | KOH | 1,007 |
| KJ | 0,999 | Na ₂ SO ₄ | 1,002 | K ₂ CO ₃ | 0,995 |
| | | Li ₂ SO ₄ | 1,002 | Na ₂ CO ₃ | 1,001 |

LiCl und KNO₃ gehören zu den allerersten untersuchten Körpern. Alle anderen Abweichungen bleiben unter 1 0/0.

9. Chlorkalium als Beispiel.

Es wird zweckmässig sein, die ganze Beobachtungs- und Rechnungsweise in einem Falle vollständig darzulegen. Ich wähle als Beispiel die letzte ausgeführte Beobachtungsreihe, welche das Chlorkalium betraf. Da Bouty's Messungen alle auf diesen Körper bezogen sind, so liegt auch hierin eine Veranlassung, denselben zu bevorzugen.

Die Zusammenstellung enthält: den Moleculargehalt m der Lösung (p. 173), das Volumen V der letzteren (p. 175) und die diesem Volumen angehörende Widerstandscapacität κ (p. 181). r ist der bekannte Vergleichswiderstand (p. 178). Der Widerstand w der Lösung ist hieraus nach dem Theilungsverhältniss des Brückendrahtes (p. 181) mit den Obach'schen Tabellen berechnet. Die Correctionen wegen des Calibers des Drahtes, der Theilfehler und der Temperaturabweichung des Rheostaten, auch der kleine Zuleitungswiderstand sind schon in Rechnung gesetzt.

Das für die Beobachtungstemperatur t geltende Leitungsvermögen $K_t = \kappa/w$ wird auf 18° reducirt nach dem Ausdrucke $K_{18} = K_t [1 + 0,0221 (18 - t)]$ (§ 24). Indem man hiervon das ursprüngliche Leitungsvermögen des Wassers abzieht, entsteht die Zahl k_{18} der letzten Spalte.

An den Zahlen k_{18} wird endlich die auf p. 184 erwähnte Schlusscorrection angebracht. Die Originallösung 0,01 hatte nämlich ein Leitungsvermögen 1146,9 (nach Abzug des Wassers). Folglich sind die gefundenen k mit 1146,9/1145,1 = 1,0016 zu multipliciren. Die so erhaltenen Werthe stehen in der folgenden Tabelle II_b hinter dem Doppelstrich.

Tabelle II_a. Chlorkalium.

| m | V | $\kappa \cdot 10^{10}$ | γ | w beob. | w Mittel | t | $= \frac{\kappa w}{K_t} \cdot 10^{10}$ | $K_{18} \cdot 10^{10}$ | $k_{18} \cdot 10^{10}$ |
|-------------|-------|------------------------|----------|--------------|---------------|--------|--|------------------------|------------------------|
| | ccm | | S.-E. | S.-E. | S.-E. | | | | |
| Wasser | 488,1 | 11567 | 1000 | 93080 | | | | | |
| | | | 2000 | 92900 | 92990 | 17,88° | 1,245 | 1,248 | — |
| 0,0000 1028 | 488,6 | 11558 | 1000 | 46580 | | | | | |
| | | | 2000 | 46600 | 46580 | 17,88 | 2,482 | 2,488 | 1,240 |
| | | | 500 | 31040 | | | | | |
| 2053 | 489,1 | 11549 | 1000 | 31140 | 31090 | 17,87 | 3,715 | 3,726 | 2,478 |
| | | | 2000 | 31100 | | | | | |
| | | | 500 | 13340 | | | | | |
| 6185 | 491,1 | 11513 | 1000 | 13360 | 13350 | 17,80 | 8,629 | 8,667 | 7,419 |
| | | | 500 | 8511 | | | | | |
| 0,000 10183 | 493,2 | 11477 | 1000 | 8509 | 8510 | 17,86 | 13,491 | 13,532 | 12,284 |
| | | | 200 | 4455 | | | | | |
| 2035 | 493,7 | 11469 | 500 | 4459 | 4457 | 17,89 | 25,746 | 25,809 | 24,561 |
| | | | 200 | 1546,3 | | | | | |
| 6079 | 495,7 | 11435 | 500 | 1546,0 | 1546,1 | 17,98 | 73,99 | 74,02 | 72,77 |
| | | | 200 | 941,5 | | | | | |
| 0,00 10091 | 497,7 | 11400 | 500 | 941,6 | 941,5 | 17,93 | 121,12 | 121,31 | 120,06 |
| | | | 200 | 476,4 | | | | | |
| 2016 | 498,2 | 11392 | 500 | 476,5 | 476,4 | 17,91 | 239,17 | 239,65 | 238,40 |
| | | | 100 | 162,60 | | | | | |
| 6025 | 500,2 | 11358 | 200 | 162,69 | 162,66 | 17,88 | 698,5 | 700,4 | 699,1 |
| | | | 500 | 162,70 | | | | | |
| | | | 100 | 99,06 | | | | | |
| 0,0 10000 | 502,2 | 11325 | 200 | 99,09 | 99,11 | 17,88 | 1143,3 | 1146,3 | 1145,1 |
| | | | 500 | 99,19 | | | | | |

Die nächste Tabelle enthält ausserdem die Resultate einer gerade so ausgeführten Messung an einer zweiten Reihe von Chlorkaliumlösungen, aber mit Weglassung der ersten Spalten. Die Originallösung 0,01 lieferte hier $k_{18} = 1147,3$. Die Reihe vor dem Doppelstrich zeigt durch ihre Verglei-

chung mit derjenigen dahinter, wie gross die Abweichungen zwischen den verschiedenen Versuchen sind (s. auch letzte Spalte). In der vorletzten sind die Mittel aus beiden Reihen genommen.

Tabelle IIb. Chlorkalium.

| m | $K_{18} \cdot 10^{10}$ | $k_{18} \cdot 10^{10}$ | Corrigirt | Aus Tab. Ia | Mittel | Abweich. vom Mittel in Proc. |
|-------------|------------------------|------------------------|-----------|----------------|--------|------------------------------------|
| Wasser | 1,352 | — | — | — | — | — |
| 0,0000 1028 | 2,610 | 1,258 | 1,258 | 1,242 | 1,250 | $\pm 0,64$ |
| 2053 | 3,868 | 2,516 | 2,517 | 2,482 | 2,499 | $\pm 0,68$ |
| 6135 | 8,800 | 7,448 | 7,449 | 7,431 | 7,440 | $\pm 0,12$ |
| 0,000 10183 | 13,671 | 12,319 | 12,321 | 12,304 | 12,312 | $\pm 0,07$ |
| 2035 | 25,966 | 24,614 | 24,619 | 24,601 | 24,610 | $\pm 0,04$ |
| 6079 | 74,25 | 72,90 | 72,91 | 72,89 | 72,90 | $\pm 0,01$ |
| 0,00 10091 | 121,77 | 120,42 | 120,44 | 120,25 | 120,34 | $\pm 0,08$ |
| 2016 | 240,26 | 238,91 | 238,96 | 238,78 | 238,87 | $\pm 0,04$ |
| 6025 | 701,3 | 699,9 | 700,1 | 700,2 | 700,1 | $\pm 0,01$ |
| 0,0 10000 | 1148,5 | 1147,1 | 1147,3 | 1146,9 | 1147,1 | $\pm 0,02$ |

Für die stärkeren Lösungen wurden die Leitungsvermögen k_{18} gefunden:

| m | $k_{18} \cdot 10^{10}$ Reihe a | $k_{18} \cdot 10^{10}$ Reihe b | $k_{18} \cdot 10^{10}$ Mittel |
|---------|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| 0,01000 | 1146,9 | 1147,3 | 1147,1 |
| 0,03041 | 3365 | — | 3365 |
| 0,05000 | 5416 | — | 5416 |
| 0,1000 | 10471 | 10462 | 10466 |
| 0,5000 | 47920 | — | 47920 |
| 1,0000 | 91860 | 91830 | 91840 |

10. Die beobachteten Leitungsvermögen.

Es folgen nun zunächst für alle untersuchten Lösungen, deren Moleculargehalte m (p. 174), die Beobachtungstemperaturen t und die zu diesen gehörigen Leitungsvermögen K_t . Die letzteren sind gleich aus dem Mittelwerthe der verschiedenen Widerstandsbestimmungen gerechnet. Die Beobachtungen an Chlorkalium sind im Vorigen gegeben.

| <i>m</i> | <i>t</i> | $K_t \cdot 10^{10}$ | <i>m</i> | <i>t</i> | $K_t \cdot 10^{10}$ | <i>m</i> | <i>t</i> | $K_t \cdot 10^{10}$ |
|-------------------------|----------|---------------------|--|----------|---------------------|-------------------------|----------|---------------------|
| NH₄Cl | | | $\frac{1}{2}$ BaCl₂ | | | KNO₃ | | |
| Wasser | 17,57° | 1,124 | Wasser | 17,68° | 1,222 | Wasser | 18,13° | 1,165 |
| 0,000 010 30 | 17,47 | 2,343 | 0,000 010 28 | 17,69 | 2,380 | 0,000 010 32 | 16,86 | 2,338 |
| 20 57 | 17,54 | 3,577 | 20 53 | 17,72 | 3,543 | 20 62 | 16,88 | 3,581 |
| 61 47 | 17,61 | 8,514 | 61 35 | 17,73 | 8,091 | 61 62 | 16,88 | 8,380 |
| 0,000 102 0 | 17,65 | 13,34 | 0,000 101 8 | 17,74 | 12,56 | 0,000 102 3 | 16,88 | 13,06 |
| 203 9 | 17,69 | 25,45 | 203 5 | 17,78 | 23,73 | 204 3 | 17,01 | 24,83 |
| 609 1 | 17,73 | 73,43 | 607 9 | 17,79 | 67,51 | 610 6 | 17,01 | 71,37 |
| 0,001 011 | 17,92 | 121,0 | 0,001 009 | 17,86 | 110,4 | 0,001 013 | 17,11 | 117,0 |
| 2 020 | 17,96 | 238,7 | 2 016 | 17,87 | 215,9 | 2 025 | 17,11 | 231,2 |
| 6 037 | 18,02 | 698,5 | 6 025 | 17,88 | 617,4 | 6 050 | 17,16 | 670,0 |
| 0,010 02 | 18,08 | 1145 | 0,010 00 | 17,90 | 1000 | 0,010 04 | 17,76 | 1109 |
| do. orig. | 17,88 | 1143 | do. orig. | 17,78 | 1002 | 0,010 00 orig. | 17,98 | 1123 |
| 0,030 47 | 17,89 | 3346 | 0,030 41 | 17,93 | 2849 | 0,030 53 | 17,88 | 3247 |
| 0,050 10 | 17,94 | 5395 | 0,050 00 | 17,98 | 4516 | 0,050 23 | 17,82 | 5186 |
| 0,100 2 | 17,87 | 10344 | 0,010 00 | 18,12 | 8640 | 0,100 0 | 18,40 | 9916 |
| 0,501 0 | 17,85 | 47340 | 0,500 0 | 17,92 | 36180 | 0,500 0 | 18,70 | 42570 |
| 1,002 0 | 18,06 | 90980 | 1,000 0 | 17,85 | 65570 | 1,000 0 | 18,53 | 78030 |
| NaCl | | | $\frac{1}{2}$ ZnCl₂ | | | NaNO₃ | | |
| Wasser | 18,56° | 1,058 | Wasser | 18,11° | 1,160 | Wasser | 17,48° | 1,119 |
| 0,000 010 32 | 18,06 | 2,101 | 0,000 010 40 | 18,08 | 2,234 | 0,000 010 28 | 17,52 | 2,125 |
| 20 62 | 18,02 | 3,160 | 20 78 | 18,08 | 3,307 | 20 53 | 17,58 | 3,125 |
| 61 62 | 18,02 | 7,350 | 62 09 | 18,01 | 7,541 | 61 35 | 17,63 | 7,103 |
| 0,000 102 3 | 18,11 | 11,55 | 0,000 103 1 | 18,00 | 11,73 | 0,000 101 8 | 17,69 | 11,11 |
| 204 3 | 18,21 | 21,87 | 205 9 | 18,00 | 22,09 | 203 5 | 17,73 | 20,92 |
| 610 6 | 18,21 | 62,99 | 615 2 | 18,00 | 62,76 | 607 9 | 17,78 | 59,71 |
| 0,001 013 | 18,39 | 103,8 | 0,001 021 | 17,98 | 102,3 | 0,001 009 | 17,82 | 98,02 |
| 2 025 | 18,52 | 204,9 | 2 040 | 18,00 | 200,2 | 2 016 | 17,87 | 192,9 |
| 6 050 | 18,52 | 596,1 | 6 097 | 18,02 | 571,5 | 6 025 | 17,90 | 561,7 |
| 0,010 04 | 18,58 | 976,8 | 0,010 12 | 18,00 | 924,2 | 0,010 00 | 17,97 | 919,3 |
| 0,01 orig. | 18,20 | 967,3 | do. orig. | 17,78 | 922,4 | do. orig. | 17,93 | 906,8 |
| — | — | — | 0,030 78 | 17,64 | 2594 | 0,030 41 | 17,88 | 2661 |
| 0,049 95 | 17,79 | 4462 | 0,050 60 | 17,67 | 4101 | 0,050 00 | 17,88 | 4267 |
| 0,100 0 | 17,96 | 8643 | 0,101 2 | 18,15 | 7797 | 0,100 0 | 18,12 | 8193 |
| 0,500 0 | 18,27 | 38070 | 0,506 0 | 18,15 | 31890 | 0,500 0 | 17,97 | 34690 |
| 1,000 0 | 17,92 | 69350 | 1,012 | 17,92 | 51780 | 1,000 0 | 17,87 | 61530 |
| LiCl | | | KJ | | | AgNO₃ | | |
| Wasser | 16,96° | 1,020 | Wasser | 17,88° | 1,327 | Wasser | 17,71° | 1,132 |
| 0,000 010 32 | 17,42 | 2,004 | 0,000 010 28 | 17,88 | 2,551 | 0,000 103 2 | 17,71 | 2,241 |
| 20 62 | 17,66 | 2,973 | 20 53 | 17,88 | 3,785 | 20 62 | 17,69 | 3,332 |
| 61 62 | 17,74 | 6,775 | 61 35 | 17,88 | 8,714 | 61 62 | 17,69 | 7,725 |
| 0,000 102 3 | 17,76 | 10,53 | 0,000 101 8 | 17,88 | 13,59 | 0,000 102 3 | 17,68 | 12,06 |
| 204 3 | 17,75 | 19,90 | 203 5 | 17,87 | 25,83 | 204 3 | 17,68 | 22,97 |
| 610 6 | 17,76 | 56,69 | 607 9 | 17,86 | 74,28 | 610 6 | 17,68 | 65,95 |
| 0,001 013 | 17,76 | 92,95 | 0,001 009 | 17,88 | 122,0 | 0,001 013 | 17,68 | 108,6 |
| 2 025 | 17,74 | 182,6 | 2 016 | 17,88 | 241,6 | 2 025 | 17,95 | 214,9 |
| 6 050 | 17,72 | 530,1 | 6 025 | 17,89 | 706,6 | 6 050 | 17,91 | 624,1 |
| 0,010 04 | 17,30 | 857,3 | 0,010 00 | 17,90 | 1157 | 0,010 04 | 17,88 | 1020 |
| 0,010 00 orig. | 17,12 | 858,7 | do. orig. | 18,34 | 1170 | 0,010 00 orig. | 17,88 | 1015 |
| 0,030 39 | 17,19 | 2483 | 0,030 41 | 17,98 | 3414 | — | — | — |
| 0,049 95 | 17,29 | 3988 | 0,050 00 | 17,97 | 5509 | 0,499 5 | 17,82 | 4658 |
| 0,100 0 | 17,38 | 7646 | 0,100 0 | 17,92 | 10679 | 0,100 0 | 17,79 | 8817 |
| 0,500 0 | 18,01 | 33090 | 0,500 0 | 17,82 | 49670 | 0,500 0 | 17,60 | 36070 |
| 1,000 0 | 17,92 | 50050 | 1,000 0 | 17,94 | 96680 | 1,000 0 | 17,62 | 62980 |

| <i>m</i> | <i>t</i> | $K_t \cdot 10^{10}$ | <i>m</i> | <i>t</i> | $K_t \cdot 10^{10}$ | <i>m</i> | <i>t</i> | $K_t \cdot 10^{10}$ |
|---|----------|---------------------|---|----------|---------------------|---------------------------------|----------|---------------------|
| $\frac{1}{2}$ BaN ₂ O ₄ | | | $\frac{1}{2}$ K ₂ SO ₄ | | | $\frac{1}{2}$ MgSO ₄ | | |
| Wasser | 17,82° | 1,374 | Wasser | 18,28° | 1,047 | Wasser | 17,83° | 1,112 |
| 0,000 010 28 | 17,92 | 2,513 | 0,000 010 32 | 18,03 | 2,347 | 0,000 010 30 | 17,83 | 2,191 |
| 20 54 | 17,98 | 3,653 | 20 62 | 17,94 | 3,627 | 20 58 | 17,83 | 3,260 |
| 61 36 | 18,09 | 8,110 | 61 62 | 17,88 | 8,694 | 61 49 | 17,83 | 7,446 |
| 0,000 101 9 | 18,21 | 12,54 | 0,000 102 3 | 17,81 | 13,67 | 0,000 102 1 | 17,88 | 11,60 |
| 203 5 | 18,28 | 23,46 | 204 3 | 17,79 | 26,13 | 203 9 | 17,88 | 21,69 |
| 608 0 | 18,39 | 66,42 | 610 6 | 17,78 | 74,72 | 609 3 | 17,89 | 59,68 |
| 0,001 009 | 18,47 | 108,3 | 0,001 013 | 17,79 | 122,1 | 0,001 011 | 17,89 | 95,17 |
| 2 014 | 18,56 | 210,8 | 2 025 | 17,77 | 237,6 | 2 021 | 17,91 | 178,2 |
| 5 995 | 18,65 | 595,7 | 6 050 | 17,78 | 677,2 | 6 038 | 17,91 | 465,2 |
| 0,009 91 | 18,78 | 956,2 | 0,010 04 | 17,76 | 1092 | 0,010 02 | 17,91 | 714,2 |
| 0,010 00 orig. | 16,88 | 929,1 | 0,010 00 orig. | 17,95 | 1098 | do. orig. | 17,95 | 716,6 |
| — | — | — | 0,030 39 | 17,49 | 3026 | 0,030 48 | 18,19 | 1793 |
| 0,050 00 | 18,06 | 4145 | 0,049 95 | 17,43 | 4734 | 0,050 11 | 18,08 | 2675 |
| 0,100 0 | 18,03 | 7558 | 0,100 0 | 17,95 | 8958 | 0,100 2 | 17,64 | 4707 |
| 0,500 1 | 17,75 | 26480 | 0,500 0 | 17,72 | 36570 | 0,501 1 | 17,69 | 16393 |
| — | — | — | 1,000 0 | 17,97 | 67130 | 1,002 | 17,96 | 27080 |
| KClO ₃ | | | $\frac{1}{2}$ Na ₂ SO ₄ | | | $\frac{1}{2}$ ZnSO ₄ | | |
| Wasser | 17,63° | 1,125 | Wasser | 18,09° | 1,210 | Wasser | 17,86° | 1,194 |
| 0,000 010 28 | 17,82 | 2,288 | 0,000 010 28 | 18,16 | 2,298 | 0,000 010 28 | 17,82 | 2,283 |
| 20 58 | 17,93 | 3,443 | 20 54 | 18,18 | 3,299 | 20 53 | 17,82 | 3,346 |
| 61 35 | 18,10 | 8,016 | 61 37 | 18,22 | 7,605 | 61 35 | 17,96 | 7,558 |
| 0,000 101 8 | 18,25 | 12,56 | 0,000 101 9 | 18,24 | 11,79 | 0,000 101 8 | 17,88 | 11,63 |
| 203 5 | 18,38 | 23,95 | 203 5 | 18,28 | 22,21 | 203 5 | 17,88 | 21,62 |
| 607 9 | 18,50 | 68,88 | 608 1 | 18,28 | 62,89 | 607 9 | 17,89 | 59,23 |
| 0,001 009 | 18,69 | 113,2 | 0,001 009 | 18,30 | 102,5 | 0,001 009 | 17,89 | 94,18 |
| 2 014 | 18,92 | 224,0 | 2 017 | 18,31 | 199,9 | 2 016 | 17,91 | 175,3 |
| 5 928 | 19,30 | 648,4 | 6 026 | 18,35 | 567,3 | 6 025 | 17,93 | 451,1 |
| 0,009 867 | 19,46 | 1067 | 0,010 00 | 18,36 | 913,6 | 0,010 00 | 17,95 | 689,4 |
| 0,010 00 orig. | 18,64 | 1068 | do. orig. | 17,53 | 896,9 | do. orig. | 17,88 | 684,3 |
| 0,029 80 | 17,88 | 2994 | 0,030 42 | 17,62 | 2495 | 0,030 41 | 17,92 | 1684 |
| — | — | — | 0,050 01 | 17,69 | 3893 | 0,050 00 | 17,86 | 2497 |
| 0,100 0 | 17,92 | 9253 | 0,100 0 | 18,15 | 7367 | 0,100 0 | 17,63 | 4274 |
| 0,500 0 | 18,07 | 40000 | 0,500 1 | 17,93 | 27920 | 0,500 0 | 17,40 | 14870 |
| — | — | — | 1,000 3 | 17,80 | 47280 | 1,000 | 17,72 | 24780 |
| KC ₂ H ₃ O ₄ | | | $\frac{1}{2}$ Li ₂ SO ₄ | | | $\frac{1}{2}$ CuSO ₄ | | |
| Wasser | 17,88° | 1,168 | Wasser | 18,11° | 1,144 | Wasser | 17,11° | 1,636 |
| 0,000 010 28 | 17,89 | 2,127 | 0,000 010 33 | 17,96 | 2,120 | 0,000 010 29 | 17,39 | 2,743 |
| 20 54 | 17,89 | 3,093 | 20 64 | 17,93 | 3,095 | 20 55 | 17,54 | 3,844 |
| 61 38 | 17,92 | 6,874 | 61 66 | 17,94 | 6,985 | 61 40 | 17,69 | 8,167 |
| 0,000 101 9 | 17,93 | 10,63 | 0,000 102 3 | 18,07 | 10,83 | 0,000 101 9 | 17,86 | 12,39 |
| 203 6 | 17,98 | 20,07 | 204 5 | 17,92 | 20,21 | 203 6 | 18,03 | 22,72 |
| 606 2 | 17,99 | 57,04 | 610 9 | 17,92 | 56,89 | 608 3 | 18,20 | 61,58 |
| 0,001 010 | 18,01 | 93,54 | 0,001 014 | 18,00 | 92,62 | 0,001 010 | 18,33 | 97,66 |
| 2 017 | 18,05 | 184,5 | 2 026 | 18,01 | 179,9 | 2 018 | 18,44 | 178,4 |
| 6 028 | 18,08 | 586,6 | 6 054 | 17,95 | 509,2 | 6 029 | 18,56 | 450,6 |
| 0,010 00 | 18,09 | 878,4 | 0,010 05 | 18,03 | 821,0 | 0,010 01 | 18,69 | 683,5 |
| do. orig. | 18,09 | 882,2 | do. orig. | 16,49 | 793,5 | do. orig. | 18,03 | 676,8 |
| 0,030 43 | 18,01 | 2560 | 0,030 53 | 18,11 | 2268 | 0,030 44 | 17,58 | 1615 |
| 0,050 02 | 17,88 | 4093 | 0,050 18 | 18,09 | 3523 | 0,050 04 | 17,26 | 2358 |
| 0,100 0 | 17,97 | 7847 | 0,100 2 | 17,48 | 6306 | 0,100 1 | 17,79 | 4222 |
| 0,500 2 | 17,85 | 33460 | 0,501 4 | 18,22 | 23870 | 0,500 4 | 17,95 | 14380 |
| 1,000 5 | 18,10 | 59510 | 1,002 9 | 17,86 | 32820 | 1,001 | 17,87 | 24070 |

| <i>m</i> | <i>t</i> | $K_t \cdot 10^{10}$ | <i>m</i> | <i>t</i> | $K_t \cdot 10^{10}$ | <i>m</i> | <i>t</i> | $K_t \cdot 10^{10}$ |
|------------------------|----------|---------------------|--------------|----------|---------------------|-----------------------|----------|---------------------|
| $\frac{1}{2} K_2CO_3$ | | | KOH | | | HNO ₃ | | |
| Wasser | 17,69° | 1,797 | Wasser | 17,90° | 1,479 | Wasser | 18,08° | 1,207 |
| 0,000 010 28 | 17,68 | 2,882 | 0,000 010 30 | 17,96 | 2,247 | 0,000 010 29 | 18,06 | 2,421 |
| 20 55 | 17,74 | 3,610 | 20 58 | 18,01 | 3,228 | 20 56 | 18,04 | 5,192 |
| 61 39 | 17,84 | 7,438 | 61 50 | 18,08 | 10,60 | 61 44 | 18,01 | 18,94 |
| 0,000 101 9 | 17,91 | 11,99 | 0,000 102 1 | 18,09 | 18,71 | 0,000 102 0 | 18,01 | 32,88 |
| 203 6 | 17,96 | 24,91 | 204 0 | 18,20 | 40,08 | 203 7 | 17,99 | 68,45 |
| 608 3 | 17,95 | 76,36 | 609 4 | 18,28 | 127,8 | 608 8 | 18,01 | 209,5 |
| 0,001 010 | 17,98 | 125,6 | 0,001 012 | 18,34 | 215,0 | 0,001 010 5 | 17,99 | 348,5 |
| 2 017 | 17,88 | 242,4 | 2 021 | 18,37 | 434,3 | 2 019 | 17,98 | 699,3 |
| 6 028 | 17,93 | 680,3 | 6 040 | 18,41 | 1297 | 6 033 | 17,98 | 2071 |
| 0,010 01 | 17,94 | 1088 | 0,010 02 | 18,57 | 2141 | 0,010 014 | 17,98 | 3410 |
| do. orig. | 18,01 | 1085 | do. orig. | 17,97 | 2130 | do. orig. | 18,05 | 3403 |
| 0,030 43 | 17,92 | 2999 | 0,030 42 | 17,49 | 6261 | 0,030 46 | 17,92 | 10120 |
| 0,050 03 | 17,97 | 4712 | 0,050 05 | 17,51 | 10140 | 0,050 07 | 18,03 | 16476 |
| 0,100 1 | 17,99 | 8795 | 0,100 2 | 17,73 | 19800 | 0,100 14 | 18,16 | 32380 |
| 0,500 3 | 18,43 | 36800 | 0,501 2 | 17,76 | 91880 | 0,500 7 | 17,94 | 149640 |
| 1,000 6 | 17,81 | 65750 | 1,002 5 | 17,85 | 171760 | 1,001 4 | 18,00 | 276910 |
| $\frac{1}{2} Na_2CO_3$ | | | HCl | | | $\frac{1}{2} H_2SO_4$ | | |
| Wasser | 17,43° | 1,906 | Wasser | 17,97° | 1,207 | Wasser | 17,22° | 1,242 |
| 0,000 010 28 | 17,42 | 2,608 | 0,000 010 29 | 17,96 | 2,542 | 0,000 010 29 | 17,42 | 2,719 |
| 20 53 | 17,48 | 3,355 | 20 56 | 17,94 | 5,546 | 20 55 | 17,58 | 5,577 |
| 61 35 | 17,53 | 6,700 | 61 44 | 17,93 | 19,65 | 61 39 | 17,69 | 19,30 |
| 0,000 101 8 | 17,57 | 10,72 | 0,000 102 0 | 17,91 | 33,88 | 0,000 101 9 | 17,94 | 33,32 |
| 203 5 | 17,63 | 21,76 | 203 7 | 17,91 | 69,80 | 203 6 | 18,03 | 68,51 |
| 607 9 | 17,68 | 64,79 | 608 8 | 17,92 | 212 0 | 608 3 | 18,09 | 206,0 |
| 0,001 009 | 17,74 | 105,6 | 0,001 010 5 | 17,92 | 352,5 | 0,001 010 | 18,19 | 338,9 |
| 2 016 | 17,84 | 204,1 | 2 019 | 17,93 | 703,0 | 2 017 | 18,29 | 660,9 |
| 6 025 | 17,89 | 564,0 | 6 033 | 17,96 | 2090 | 6 028 | 18,39 | 1828 |
| 0,010 00 | 17,93 | 896,8 | 0,010 014 | 17,97 | 3446 | 0,010 006 | 18,51 | 2891 |
| do. orig. | 18,18 | 904,4 | do. orig. | 18,10 | 3428 | do. orig. | 20,84 | 2959 |
| 0,030 41 | 18,03 | 243,0 | 0,030 46 | 17,92 | 10247 | 0,030 43 | 17,74 | 7614 |
| 0,050 00 | 17,92 | 3749 | 0,050 07 | 17,93 | 16653 | 0,050 03 | 17,79 | 11694 |
| 0,100 0 | 18,09 | 6837 | 0,100 14 | 17,78 | 32500 | 0,100 06 | 17,62 | 20754 |
| 0,500 0 | 17,92 | 25460 | 0,500 7 | 17,92 | 150880 | 0,500 3 | 17,95 | 94960 |
| 1,000 0 | 18,09 | 42590 | 1,001 4 | 18,00 | 278220 | 1,000 6 | 17,86 | 181810 |

11. Elimination des Lösungsmittels.

Um diese durch Beobachtung gefundenen Zahlen homogen zu machen, ist erstens die Zurückführung auf gleiche Temperatur nöthig, wozu ich (wie früher) 18° nehme. Vgl. hierüber § 7.

Zweitens aber wird die Elimination des Lösungsmittels gefordert. Denn die ersten zum Wasser gegebenen Dosen lieferten Leitungsvermögen, welche im Anfange nur etwa das Doppelte und erst bei der zehnten Dosis

($m = 0,01$) das Tausendfache von dem Leitungsvermögen des Wassers betragen.

Nun wissen wir nicht mit Bestimmtheit zu sagen, woher das Wasser sein Leitungsvermögen erhalten hatte. Das Leitungsvermögen des Wassers kann, wie ich gefunden habe, durch Destillation im Vacuum bei niederer Temperatur auf $K \cdot 10^{10} = 0,25$ sinken. Zum mindesten der grösste Theil des Leitungsvermögens unseres lösenden Wassers rührt also von Verunreinigungen desselben her, die von den Wänden und aus der Luft stammen können, und hat mit dem Leitungsvermögen unserer Salzlösung nichts zu thun.

Wir ziehen das ursprüngliche Leitungsvermögen des Wassers von den gefundenen Leitungsvermögen ab und behandeln den Rest als das Leitungsvermögen, welches der gelöste Körper an sich bewirkt. Es bleibt eben vorläufig nichts anderes übrig, als so zu verfahren und für die neutralen Salze scheint diese Auffassung auch nahe gestattet zu sein.

Schon Arrhenius hat dasselbe Verfahren angewendet und plausibel gemacht. Ich habe folgende Versuche angestellt, um die Maassregel zu prüfen.

1. Wasser aus verschiedenen Quellen wurde für dieselben gelösten Körper gebraucht. Einschliesslich des schon p. 186 behandelten Chlorkaliums waren dies folgende Körper, denen ich das Leitungsvermögen des Lösungswassers und dann für die angegebenen Concentrationen die gefundenen Leitungsvermögen nach Abzug desjenigen des Wassers hinzuschreibe.

| Wasser | KCl | | LiCl | | KJ | | $\frac{1}{2} \text{Li}_2\text{SO}_4$ | |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------------------------------|------|
| | 1,24 | 1,35 | 1,02 | 2,81 | 1,04 | 1,33 | 1,14 | 4,08 |
| $m = 0,00001$ | 1,21 | 1,22 | — | — | 1,22 | 1,20 | 0,95 | 0,93 |
| 0,00002 | 2,42 | 2,45 | 1,91 | 1,82 | 2,46 | 2,40 | 1,92 | 1,87 |
| 0,00006 | 7,27 | 7,28 | — | — | 7,34 | 7,25 | — | — |
| 0,0001 | 12,08 | 12,10 | 9,43 | 9,30 | 12,20 | 12,09 | 9,45 | 9,36 |
| 0,0002 | 24,18 | 24,20 | 18,76 | 18,58 | — | — | — | — |
| 0,0006 | 71,94 | 71,97 | — | — | — | — | — | — |
| 0,001 | 119,2 | 119,4 | — | — | — | — | 90,6 | 91,2 |

Bei den ersten Werthen übersteigt der Unterschied wohl die Beobachtungsfehler. Es scheint, dass weniger reines

Lösungswasser den Zuwachs des Leitungsvermögens durch die ersten Dosen des Salzes im allgemeinen etwas herunderdrückt. Danach würde man annehmen müssen, dass absolut reines Wasser die Leitungsvermögen der gelösten Stoffe wohl noch um ein wenig grösser ergeben haben würde als die unserigen. Doch kann der Unterschied nicht beträchtlich sein, und oberhalb $m = 0,0001$ etwa dürften die von uns gefundenen Zahlen überhaupt um nicht mehr als einige Tausendtel unsicher sein.

2. Eine wesentliche Stütze gewinnt dieses Verfahren, wenn man die für ein einzelnes Salz nach Abzug des Leitungsvermögens des Wassers gefundenen Werthe zusammenstellt und prüft, ob diesen ein einfaches gemeinsames Verhalten zukommt. Eine beliebig herausgegriffene Auswahl möge hier folgen, die Werthe des Leitungsvermögens (für 18°) zur Uebersicht auf die runden Moleculargehalte $0,00001$ u. s. w. interpolirt. Vgl. auch p. 191.

| m | KCl | NaCl | AgNO ₃ | KC ₂ H ₃ O ₂ | K ₂ SO ₄ | MgSO ₄ |
|-----------|-------|-------|-------------------|---|--------------------------------|-------------------|
| 0,000 001 | 1,216 | 1,024 | 1,080 | 0,939 | 1,275 | 1,056 |
| 0,000 02 | 2,434 | 2,056 | 2,146 | 1,886 | 2,532 | 2,104 |
| 0,000 06 | 7,272 | 6,162 | 6,462 | 5,610 | 7,524 | 6,216 |
| 0,000 1 | 12,09 | 10,29 | 10,78 | 9,34 | 12,49 | 10,34 |

Diese Werthe graphisch dargestellt geben so gut wie vollkommen gerade Linien; die Zahlen stehen fast genau in den Verhältnissen 1:2:6:10. Also die Leitungsvermögen erscheinen den Salzgehalten anfangs fast genau proportional.

Da dieser vielfach besprochene Satz, den man als sehr wahrscheinlich ansehen musste, sich also bei dem Abzug des ursprünglichen Leitungsvermögens des Wassers bestätigt, so liegt hierin eine wenn auch nicht absolute doch eine hohe Beweiskraft dafür, dass die so entstandenen Zahlen wirklich das Leitungsvermögen der reinen Lösung darstellen.

Um die beobachteten Zahlen unmittelbar vergleichbar und übersichtlich zu machen, wird drittens noch eine kleine Abrundung gefordert, weil die Gehalte m der Lösungen den Zahlen 1, 2 und 5 oder 6 im allgemeinen nur angenähert

entsprechen, ja nicht einmal für die verschiedenen Körper genau gleich sind. Vgl. Tab. I. Es sollen also alle Werthe auf die Gehalte von genau 0,000 01, 0,000 02 u. s. w. umgerechnet werden. Wie das sehr einfach und ohne jede Einbusse an Genauigkeit geschieht, zeigt der folgende Paragraph.

12. Einführung der specifischen Leitungsvermögen.

Man sieht leicht, dass die beobachteten Leitungsvermögen der meisten Lösungen mit dem Moleculargehalt zuerst proportional, später langsam verzögert wachsen. Daraus folgt, dass wir die grösste Uebersichtlichkeit gewinnen, wenn wir, (wie in Taf. 39 bei Lenz l. c.) überall den Quotienten k/m aus dem Leitungsvermögen zum Moleculargehalte, das specifische moleculare Leitungsvermögen bilden.

Diese Zahlen bedeuten also so zu sagen das Leitungsvermögen des einzelnen Molecüls des Electrolytes für die jeweilige Concentration m der Lösung.

Auch die von Ostwald gebrauchte Vorstellung, dass eine bestimmte Menge des Electrolytes mit verschiedenen Mengen Wasser gelöst sei, dass die Lösung sich immer in demselben (hinreichend hohen) parallelepipedischen Gefässe befinde, dessen zwei gegenüberstehende Seiten durch Electroden gebildet werden, führt auf das nämliche hinaus.

Am einleuchtendsten aber wird die Bedeutung der Zahlen k/m , wie ich früher gezeigt und an einigen Beispielen ausgeführt habe, wenn man daran denkt, dass dieselben den relativen Geschwindigkeiten der Ionen unter dem Einfluss einer constanten electromotorischen Kraft proportional sind. Multiplicirt man die in der folgenden Tabelle gegebenen Zahlen $10^8 \cdot k/m$ mit 0,00011, so erhält man diejenige Geschwindigkeit in mm/sec, mit welcher die Ionen sich aneinander vorbei bewegen, wenn die Triebkraft 1 Volt auf die Länge 1 mm beträgt.¹⁾

Die letztere Behauptung setzt voraus, dass nur der gelöste Körper zersetzt werde; vgl. § 20.

1) l. c. p. 199.

13. Abgerundete Tabellen für das specifische moleculare
Leitungsvermögen k/m .

Da die Zahlen k/m sich im allgemeinen mit der Concentration nur langsam ändern, so kann man leicht und ohne Einbusse an Genauigkeit diejenigen Werthe, welche den runden Molecülgehalten $m = 0,00001$ u. s. w. entsprechen, interpoliren. Dies ist in der folgenden Tabelle geschehen, in welcher die verschiedenen Electrolyte also sämmtlich direct vergleichbar auftreten.

Um geeignete Grössen zu erzielen, ist k/m hier mit 10^8 multiplicirt.

Die Körper, H_3PO_4 , $NaOH$, $C_2H_4O_2$ und NH_3 (p. 177) werden hinzugefügt, aber mit geringerem Anspruch auf Genauigkeit.

Für KJ wurde noch eine zweite Beobachtungsreihe mit benutzt.

Die Zahlen über $m = 1$ hinüber entstammen zumeist meinen früheren Aufsätzen über die Säuren und über die Salze,¹⁾ diejenigen für $ZnCl_2$ sind der Arbeit von Long²⁾ entnommen. Für H_3PO_4 wurden auch Ostwald's (l. c.) Werthe auf Quecksilber umgerechnet.

Ausserdem führe ich für Chlormagnesium noch folgende aus älteren Beobachtungen von mir interpolirte Zahlen an:

| | | | | | | | | | |
|--------------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| $m =$ | 0,01 | 0,03 | 0,05 | 0,1 | 0,5 | 1 | 3 | 5 | 10 |
| $10^8 k/m =$ | 950 | 878 | 841 | 794 | 665 | 593 | 400 | 262 | 62 |

1) F. K., Pogg. Ann. 159. p. 233. 1876 und l. c. Der Anschluss meiner älteren Beobachtungen an die jetzigen ist mit Ausnahme der damals schon als unsicher bezeichneten Angabe über Kaliumacetat (l. c. p. 12) ein recht guter. Die Lösungen letzteren Körpers waren im Verhältniss 15:14 zu dicht angegeben. Die hier herübergenommenen Werthe sind in diesem Sinne corrigirt. Bei den Säuren unterscheiden sich die jetzigen Werthe von den früheren so, als ob früher die Lösungen um etwa $\frac{1}{40}$ zu dünn angenommen worden wären. Ich habe aber die alten Werthe gelassen, da der Unterschied nicht so erheblich und nicht sicher genug begründet ist.

2) Long, Wied. Ann. 11. p. 37. 1880.

Tabelle IV.

| m | KCl | NH ₄ Cl | NaCl | LiCl | $\frac{1}{2}$ BaCl ₂ | $\frac{1}{2}$ ZnCl ₂ | KJ |
|---------|--------------------|--------------------|-------|------|---------------------------------|---------------------------------|------|
| | $10^8 \frac{k}{m}$ | | | | | | |
| 0,00001 | 1216 | 1205 | 1024 | 965 | 1142 | 1036 | 1207 |
| 0,00002 | 1217 | 1209 | 1028 | 955 | 1144 | 1035 | 1216 |
| 0,00006 | 1212 | 1215 | 1027 | 945 | 1133 | 1081 | 1216 |
| 0,0001 | 1209 | 1209 | 1029 | 943 | 1126 | 1029 | 1216 |
| 0,0002 | 1209 | 1204 | 1018 | 938 | 1118 | 1020 | 1214 |
| 0,0006 | 1199 | 1197 | 1014 | 926 | 1102 | 1004 | 1209 |
| 0,001 | 1193 | 1190 | 1008 | 921 | 1092 | 994 | 1203 |
| 0,002 | 1185 | 1180 | 998 | 911 | 1074 | 979 | 1197 |
| 0,006 | 1162 | 1157 | 976 | 889 | 1031 | 939 | 1176 |
| 0,01 | 1147 | 1142 | 962 | 875 | 1006 | 915 | 1161 |
| 0,03 | 1107 | 1101 | (920) | 834 | 939 | 851 | 1123 |
| 0,05 | 1083 | 1078 | 897 | 811 | 904 | 817 | 1102 |
| 0,1 | 1047 | 1035 | 865 | 775 | 861 | 768 | 1069 |
| 0,5 | 958 | 948 | 757 | 661 | 725 | 601 | 997 |
| 1 | 919 | 907 | 695 | 591 | 658 | 514 | 968 |
| 3 | 827 | 825 | 528 | 421 | 487 | 280 | 900 |
| 5 | — | 752 | 398 | 303 | — | 180 | 770 |
| 10 | — | — | — | 106 | — | 60 | — |

Tabelle IV Fortsetzung.

| m | KNO ₃ | NaNO ₃ | AgNO ₃ | $\frac{1}{2}$ BaN ₂ O ₆ | KClO ₃ | KC ₂ H ₃ O ₂ |
|---------|--------------------|-------------------|-------------------|---|-------------------|---|
| | $10^8 \frac{k}{m}$ | | | | | |
| 0,00001 | 1215 | 975 | 1080 | 1114 | 1141 | 939 |
| 0,00002 | 1198 | 972 | 1073 | 1114 | 1135 | 943 |
| 0,00006 | 1220 | 970 | 1077 | 1100 | 1126 | 935 |
| 0,0001 | 1207 | 975 | 1078 | 1096 | 1122 | 934 |
| 0,0002 | 1199 | 966 | 1077 | 1084 | 1119 | 933 |
| 0,0006 | 1190 | 956 | 1069 | 1066 | 1109 | 923 |
| 0,001 | 1180 | 952 | 1068 | 1054 | 1101 | 919 |
| 0,002 | 1173 | 942 | 1057 | 1033 | 1091 | 913 |
| 0,006 | 1140 | 921 | 1033 | 982 | 1068 | 891 |
| 0,01 | 1122 | 907 | 1017 | 951 | 1053 | 879 |
| 0,03 | 1067 | 877 | (966) | (870) | 1006 | 841 |
| 0,05 | 1037 | 855 | 936 | 828 | (976) | 820 |
| 0,1 | 983 | 817 | 886 | 755 | 927 | 784 |
| 0,5 | 839 | 694 | 728 | 531 | 799 | 671 |
| 1 | 752 | 617 | 635 | — | — | 594 |
| 3 | 572 | 430 | 448 | — | — | 381 |
| 5 | — | — | 351 | — | — | 240 |
| 10 | — | — | — | — | — | 30 |

Tabelle IV Fortsetzung.

| m | $\frac{1}{2}K_2SO_4$ | $\frac{1}{2}Na_2SO_4$ | $\frac{1}{2}Li_2SO_4$ | $\frac{1}{2}MgSO_4$ | $\frac{1}{2}ZnSO_4$ | $\frac{1}{2}CuSO_4$ |
|---------|----------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | $10^8 \frac{k}{m}$ | | | | | |
| 0,00001 | 1275 | 1054 | 949 | 1056 | 1060 | 1086 |
| 0,00002 | 1266 | 1056 | 950 | 1052 | 1047 | 1084 |
| 0,00006 | 1254 | 1038 | 950 | 1036 | 1032 | 1074 |
| 0,0001 | 1249 | 1034 | 945 | 1034 | 1023 | 1062 |
| 0,0002 | 1241 | 1026 | 937 | 1015 | 1001 | 1039 |
| 0,0006 | 1220 | 1009 | 918 | 967 | 953 | 987 |
| 0,001 | 1207 | 998 | 906 | 935 | 919 | 950 |
| 0,002 | 1181 | 980 | 885 | 881 | 861 | 873 |
| 0,006 | 1130 | 933 | 844 | 773 | 744 | 740 |
| 0,01 | 1098 | 906 | 818 | 715 | 685 | 675 |
| 0,03 | 1008 | 828 | 742 | 587 | 556 | 537 |
| 0,05 | 959 | 784 | 701 | 532 | 500 | 479 |
| 0,1 | 897 | 734 | 637 | 474 | 431 | 424 |
| 0,5 | 736 | 559 | 474 | 330 | 302 | 288 |
| 1 | 672 | 475 | 386 | 270 | 249 | 241 |
| 3 | — | 376 | 287 | 151 | 146 | 150 |
| 5 | — | für $m = 2$ | | 82 | 82 | — |
| 10 | — | — | — | — | — | — |

Tabelle IV Fortsetzung.

| m | HCl | HNO ₃ | $\frac{1}{2}H_2SO_4$ | KOH | $\frac{1}{2}K_2CO_3$ | $\frac{1}{2}Na_2CO_3$ |
|---------|--------------------|------------------|----------------------|------|----------------------|-----------------------|
| | $10^8 \frac{k}{m}$ | | | | | |
| 0,00001 | 1254 | 1144 | 1413 | 747 | 865 | 697 |
| 0,00002 | 2057 | 1904 | 2077 | 845 | 882 | 715 |
| 0,00006 | 2968 | 2863 | 2927 | 1474 | 917 | 790 |
| 0,0001 | 3171 | 3088 | 3118 | 1689 | 995 | 874 |
| 0,0002 | 3340 | 3285 | 3280 | 1892 | 1128 | 988 |
| 0,0006 | 3440 | 3408 | 3342 | 2074 | 1222 | 1046 |
| 0,001 | 3455 | 3427 | 3316 | 2110 | 1221 | 1037 |
| 0,002 | 3455 | 3448 | 3240 | 2140 | 1199 | 1010 |
| 0,006 | 3488 | 3421 | 3001 | 2141 | 1124 | 956 |
| 0,01 | 3416 | 3395 | 2855 | 2124 | 1083 | 899 |
| 0,03 | 3369 | 3328 | 2515 | 2078 | 989 | 799 |
| 0,05 | 3330 | 3289 | 2343 | 2045 | 942 | 751 |
| 0,1 | 3244 | 3225 | 2084 | 1986 | 879 | 682 |
| 0,5 | 3017 | 2991 | 1899 | 1841 | 728 | 510 |
| 1 | 2780 | 2770 | 1820 | 1718 | 660 | 427 |
| 3 | 2010 | 2070 | 1560 | 1814 | 517 | 254 |
| 5 | 1420 | 1470 | 1270 | 990 | 403 | — |
| 10 | 600 | 610 | 660 | 423 | 169 | — |
| 30 | — | — | 30 | — | — | — |

Tabelle IV Fortsetzung.

| m | $\frac{1}{3}\text{H}_3\text{PO}_4$ | NaOH | $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$ | NH_3 |
|---------|------------------------------------|-------|----------------------------------|---------------|
| | $10^3 \frac{k}{m}$ | | | |
| 0,00001 | 402 | (130) | 1304 | 560 |
| 0,00002 | 497 | (850) | 1828 | 700 |
| 0,00006 | 746 | (810) | 1133 | 690 |
| 0,0001 | 837 | 1070 | 995 | 610 |
| 0,0002 | 920 | 1430 | 796 | 500 |
| 0,0006 | 977 | 1760 | 470 | 330 |
| 0,001 | 968 | 1810 | 380 | 260 |
| 0,002 | 945 | 1860 | 283 | 190 |
| 0,006 | 858 | 1880 | 170 | 116 |
| 0,01 | 790 | 1870 | 132 | 92 |
| 0,03 | 620 | 1800 | 79 | 50 |
| 0,05 | 540 | 1740 | 62 | 43 |
| 0,1 | 430 | 1700 | 43 | 31 |
| 0,5 | 250 | 1630 | 19 | 12 |
| 1 | 200 | 1490 | 12 | 8,4 |
| 3 | 170 | 1007 | 5,2 | 3,3 |
| 5 | 160 | 652 | 2,6 | 2,4 |
| 10 | 148 | 190 | 0,5 | 0,5 |
| 30 | 50 | — | — | — |

14. Graphische Darstellung. Mittlere Nähe der Molecüle.

Eine graphische Darstellung der Zahlen auf gewöhnliche Weise ist unmöglich, denn wenn man den Gehalt der Lösungen als Abscisse nehmen wollte, so würde ein Papier von 1 km Länge gefordert werden, um dem ersten Werthe nur eine Abscissenlänge von 1 mm zu geben. Ich hatte deswegen zuerst $\log m$ als Abscisse gewählt, wobei für k/m Curven entstehen, die parabelartig nach unten gekrümmt sind. Für praktische Zwecke ist diese Darstellung nützlich.

Viel einfacher erscheinende Curven aber liefert eine andere Darstellungsweise, bei welcher als Abscisse nicht m sondern $m^{1/3}$ genommen wird. Letzterer Werth hat zugleich theoretisch eine besondere Bedeutung; $m^{1/3}$ stellt den reciproken mittleren gegenseitigen Abstand, mit anderen Worten die mittlere gegenseitige Nähe der electrolytischen Molecüle vor, also diejenige Grösse, von welcher die Beweglichkeit der Bestandtheile oder die Leitungsfähigkeit der Lösung am unmittelbarsten beeinflusst werden wird.

Die Darstellung von k/m zu $m^{1/3}$ als Abscisse zeigt

sich in Fig. 1. (Taf. II) für die 19 neutralen Salze und in Fig. 2 für die sauren und alkalischen Flüssigkeiten. Man sieht daraus, dass es möglich ist, für Concentrationen, welche etwa zwischen 60 und $\frac{1}{25000}$ Proc. also im Verhältniss 1 zu $1\frac{1}{2}$ Millionen wechseln, alles Charakteristische übersichtlich und auf kleinem Raume darzustellen.

Die Curven sind genau nach den Beobachtungen gezeichnet, nur die den ersten Werthen für die äussersten Verdünnungen anhaftenden kleinen Unregelmässigkeiten sind in dem Curvenzuge ausgeglichen worden.

15. Neutrale Lösungen; Grenzwerte des specifischen Leitungsvermögens für grosse Verdünnung.

Tab. IV oder Taf. II Fig. 1 beweisen, dass es für jedes neutrale Salz einen Grenzwert gibt, welchem sich das specifische moleculare Leitungsvermögen k/m bei äusserster Verdünnung annähert. Das Leitungsvermögen einer Salzlösung wächst anfangs dem Gehalte sehr nahe proportional; jedes Molecül leitet unabhängig vom anderen.

Denn der Werth, mit welchem k/m für $m = 0,000\ 01$ einsetzt, zeigt sich auch für $0,000\ 02$ überall fast ungeändert; selbst für die zehnfache Concentration $0,0001$ ist eine etwas stärkere Abnahme nur für die Sulfate zu verzeichnen. Die Curven Fig. 1 streben, wenn sie sich der Anfangsordinate des reinen Wassers nähern, offenbar jede einem bestimmten Punkte zu.

Ergänze ich die Anfangsstückchen der Curven noch graphisch, wobei auf die ersten durch die hier unvermeidlichen Versuchsfehler bewirkten Schwankungen kein besonders Gewicht gelegt wurde, so gelange ich auf folgende

Grenzwerte des specifischen molecularen Leitungsvermögens für äusserste Verdünnung.

| | | | | | |
|--|------------------------|---|-----|---|-----|
| $\frac{1}{2}$ K ₂ SO ₄ | $k/m \cdot 10^4 = 128$ | KClO ₃ | 115 | $\frac{1}{2}$ Na ₂ SO ₄ | 106 |
| KJ | 122 | $\frac{1}{2}$ BaN ₂ O ₆ | 112 | $\frac{1}{2}$ ZnCl ₂ | 104 |
| KCl | 122 | $\frac{1}{2}$ CuSO ₄ | 110 | NaCl | 103 |
| NH ₄ Cl | 121 | AgNO ₃ | 109 | NaNO ₃ | 98 |
| KNO ₃ | 121 | $\frac{1}{2}$ MgSO ₄ | 108 | $\frac{1}{2}$ Li ₂ SO ₄ | 97 |
| $\frac{1}{2}$ BaCl ₂ | 115 | $\frac{1}{2}$ ZnSO ₄ | 108 | LiCl | 96 |
| | | | | KC ₂ H ₃ O ₂ | 94 |

Diese Werthe sind alle von derselben Ordnung¹⁾ aber keineswegs einander gleich. Sie werden offenbar von den beiden Ionen des Electrolytes beeinflusst, die sich ihrer Güte nach etwa so ordnen:

Für das Kation: Kalium, Ammonium, Barium, Silber, Kupfer, Magnesium, Zink, Natrium, Lithium;

Für das Anion: Schwefelsäure, Jod, Chlor, Salpetersäure, Chlorsäure, Essigsäure.

Kalium und Ammonium, dann Magnesium, Zink und Kupfer werden als zusammengehörige Gruppen bezeichnet werden dürfen. Auch die Unterschiede zwischen SO_4 , J, Cl und NO_3 sind in grosser Verdünnung unerheblich. Letzteres hat bekanntlich Lenz zuerst gezeigt. Seine Ansicht, dass nur das Kation das Leitungsvermögen bestimme, geht indessen zu weit.

Berechnen wir noch die absoluten Geschwindigkeiten, mit denen sich die Ionen aneinander vorbeibewegen, wenn die Triebkraft 1 Volt auf die Länge 1 mm beträgt, indem wir die obigen Zahlen $10^7 \cdot k/m$ mit 0,0011 multipliciren (p. 193), so erhalten wir Zahlen, die zwischen 0,14 und 0,10 mm/sec liegen.

16. Neutrale Lösungen; Gang mit wachsender Concentration.

Indem die im Wasser gelöste Menge des Salzes wächst, nimmt das specifische Leitungsvermögen k/m ohne Ausnahme ab. „Alle Leitungsvermögen wachsen verzögert mit dem Moleculargehalt der Lösung; die Anhäufung der Theilchen beeinträchtigt die Wirkung des einzelnen Molecüls.“³⁾ (l. c. p. 184.)

Die Grösse der Abnahme aber erleidet nach den verschiedenen Salzen bedeutende Unterschiede. Sie ist bei weitem am stärksten für die Sulfate von Magnesium, Zink und Kupfer, wo sie in Theilen des jeweiligen Anfangswerthes etwa beträgt:

1) Wie Grotrian und ich vor langer Zeit für die verdünnten Lösungen der Chloride ausgesprochen haben (vgl. p. 2). Meine späteren Untersuchungen liessen dasselbe für die übrigen Salze erwarten, mit Ausnahme der Sulfate, insbesondere derjenigen von Mg, Zn, Cu, bei denen die damalige Untersuchung nicht so weit hinunter verfolgt wurde, dass die gleiche Ordnung eintrat. Diese wurde zuerst von Lenz, Bouty und Arrhenius nachgewiesen.

| | | | | |
|---------------------|--------|-------|------|-----|
| von $m = 0,000\ 01$ | 0,0001 | 0,001 | 0,01 | 0,1 |
| auf $m = 0,0001$ | 0,001 | 0,01 | 0,1 | 1 |
| 8 | 10 | 26 | 36 | 42% |

Demnächst zeigen die Sulfate auch der einwerthigen Metalle beträchtliche Abnahmen, die jedoch hinter den obigen weit zurückstehen. Auch die Verbindungen der zweiwerthigen Metalle Barium und Zink sind durch ein stärkeres Gefälle von k/m charakterisirt als die beiderseits einwerthigen Verbindungen des Kaliums, Ammoniums, Natriums, Lithiums, Silbers mit Chlor, Jod oder NO_3 und ClO_3 .

Dieses Zusammentreffen des stärkeren Gefälles mit der Mehrwerthigkeit der Ionen ist sehr auffallend und wird nicht als ein zufälliges anzusehen sein. Mir scheinen zwei Ursachen dafür denkbar zu sein, nämlich erstens ein anderer Aggregationszustand, etwa eine grössere Dissociation in äusserster Verdünnung, welche die mehrwerthigen Verbindungen den einwerthigen ähnlicher macht (so, wie bei der Schwefelsäure selbst; § 19) oder zweitens eine directe Mitwirkung des Wassers an der Leitung in der Weise, dass das Lösungsmittel unmittelbar an der Zersetzung theilnahme (vgl. § 20).

Ohne in Hypothesen über diese Molecularstruktur einzutreten, kann man aber aus den Curven der Fig. 1 noch Folgendes entnehmen. Für die einwerthigen Salze sind grosse Stücke der Curven in der Darstellung von k/m über der Abscisse $m^{1/2}$ nur sehr mässig gekrümmt. Zwischen $m = 0,0001$ und 1 z. B., also innerhalb eines Gebietes, in welchem die Concentration im Verhältniss 1:10000 variirt, giebt NaNO_3 , LiCl , $\text{KC}_2\text{H}_3\text{O}_2$ fast geradlinige Curven, und auch die übrigen würden sich bis auf Abweichungen von höchstens etwa 2% durch Gerade darstellen lassen.¹⁾

Man würde also auf die einwerthigen Salze mit gutem Erfolg die Näherungsformel $k/m = A - B \cdot m^{1/2}$ anwenden können. Und hierbei ist zu beachten, dass $m^{1/2}$ den mitt-

1) Am stärksten gekrümmt ist die Curve für KJ, deren spätere Theile nach Beobachtungen von Tollinger dargestellt worden sind. Zugleich sind für KJ fünf verschiedene Gefässe in Anwendung gekommen. Ich lasse dahingestellt, ob darauf etwa ein Theil der stärkeren Krümmung zurückzuführen ist.

leren gegenseitigen Abstand r der electrolytischen Molecüle darstellt. Es würde also das spezifische Leitungsvermögen dieser Salze angenähert:

$$\frac{k}{m} = A - \frac{B}{r},$$

d. h. also gleich einer Constanten, vermindert um eine dem gegenseitigen Abstände der Molecüle umgekehrt proportionale Grösse sein. Auch bei nur genäherter Geltung ist diese Beziehung zu einfach, um sie nicht hervorheben zu sollen.

17. Hat das Krystallwasser einen Einfluss?

Von obigen Salzen krystallisiren mit Wasser ausser den Sulfaten von Magnesium, Zink, Kupfer noch diejenigen von Natrium und Lithium (aber nicht Kalium) und die Chloride von Barium und Zink, sowie angeblich unter Umständen Chlorlithium. Die Nitrate haben kein Krystallwasser.

Dass sich in dem Gange der Curven ein Zusammenhang mit diesem Umstande zeige,¹⁾ kann ich nicht erkennen; für Kalium, Natrium, Lithium liegen die Curven der Sulfate etwa eben so weit untereinander wie diejenigen der Chloride. Bariumnitrat, welches kein Krystallwasser hat, fällt besonders rasch ab.

Schon früher habe ich ausgesprochen, dass der Umstand, ob ein Salz mit oder ohne Krystallwasser fest wird, keinen Einfluss auf das Leitungsvermögen des Salzes in wässriger Lösung zu haben scheint.²⁾

18. Das Leitungsvermögen der Lösungen von saurer oder alkalischer Reaction (Taf. II, Fig. 2).

Von den oben (p. 195 bis 197) aufgeführten Körpern reagiren zehn nicht neutral, nämlich: HCl , HNO_3 , H_2SO_4 , H_3PO_4 , $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$, KOH , NaOH , K_2CO_3 , Na_2CO_3 , NH_3 .

Alle diese unterscheiden sich in äusserster Verdünnung von den übrigen so charakteristisch, dass man den Begriff

1) Etwa so, dass für Salze mit Krystallwasser die Curven rascher abfielen, wie Hr. Bouty meint (l. c. p. 13).

2) l. c. p. 28.

der „neutralen Reaction,“ statt auf die Aenderung von Pflanzenfarben, auf ihr Leitungsvermögen in äusserst verdünnter Lösung gründen könnte.

Nämlich nur die neutralen Salze zeigen von Anfang an einen bestimmten Werth des specifischen Leitungsvermögens k/m , der sich in den allerersten Stufen des Gehaltes nur wenig ändert und später allgemein abnimmt. Die alkalischen oder sauren Körper beginnen in äusserster Verdünnung mit einem kleinen specifischen Leitungsvermögen, welches zuerst zunimmt, ein Maximum¹⁾ erreicht und dann abnimmt. Dieses Maximum tritt schon sehr früh ein, bei Moleculargehalten, die in meinen Versuchen sämmtlich unter $m = 0,006$ liegen.²⁾

In gewohnter Darstellung des Leitungsvermögens k selbst bedeutet dies also, dass die Curven concav einsetzen, dann einen Wendepunkt bekommen, der eben dem Maximum von k/m entspricht, und von da an convex verlaufen.

Es liegt hierbei nahe, zu vermuthen, wie auch Arrhenius (p. 49) gethan und ausführlich erörtert hat, dass Verunreinigungen des destillirten Wassers, worunter vermuthlich Ammoniak und Kohlensäure eine Rolle spielen würden, die Ursache dieser Erscheinung bilden, die dann also keinen inneren Grund haben, mit anderen Worten bei ganz reinem Wasser ausbleiben würde. Das anfängliche Leitungsvermögen des Wassers würde davon herkommen, dass solche Stoffe in demselben aufgelöst wären. Die anfängliche Dosis des Alkali oder der Säure würde sich ganz oder theilweise an dem gelösten Körper neutralisiren, und da das gebildete Salz schlechter leitet, als das Hydrat es thun würde, so geht ein Theil des Leitungsvermögens scheinbar verloren.

Die Frage hat mich lange aufgehalten. Die beobachteten Erscheinungen bei vielfach abgeänderten Versuchen stimmen mit der obigen Auffassung allerdings bis zu einem

1) Nicht zu verwechseln mit dem in höheren Concentrationen meistens eintretenden bekannten Maximum des Leitungsvermögens selbst.

2) Unterhalb der von Lenz und Bouty gebrauchten Concentrationen. Arrhenius wie Ostwald aber haben die Erscheinung bereits beschrieben. (Nachtr. Anm. Vgl. Ostwald, Journ. pr. Ch. 81. p. 437. 1885.)

gewissen Grade überein. Dass durch einen Zufall alkalisches Wasser für meine Säuren, saures dagegen für die Alkalien gebraucht worden wäre, war natürlich von vorn herein kaum anzunehmen. Zur Sicherheit habe ich dann dasselbe Wasser ($K \cdot 10^{10} = 1,25$) für Aetzkali wie für Schwefelsäure verwendet und in beiden Fällen die beschriebene Erscheinung gefunden.

Trotzdem sprechen die Thatsachen im allgemeinen für die Verunreinigung. Wiederholt habe ich gezeigt, dass immer sorgfältigere Behandlung bei der Destillation das reine Wasser immer mehr als einen Nichtleiter erscheinen lässt. Bei den jetzigen Versuchen wiederum zeigte das Wasser von grösserem anfänglichen Leitungsvermögen auch im allgemeinen die anfängliche Depression der Curve stärker. Auch bei den Beobachtungen von Arrhenius und Ostwald spricht sich dies aus, denn dort, wo auf die Reinheit des Wassers ein minderes Gewicht gelegt wurde als bei mir, beginnt die Depression schon bei geringeren Verdünnungsgraden. Meinen Curven entsprechend hätte dieselbe bei Ostwald's Salzsäure und Salpetersäure sich bei der grössten Verdünnung von $m = 0,001$ sonst noch kaum aussprechen dürfen.

Bei sehr kleinen Gaben von Aetznatron zum Wasser ($m = 0,000\ 002$ oder $0,000\ 005$) habe ich auch wirklich eine Vermehrung des ursprünglichen Widerstandes, also eine scheinbare Verminderung des Leitungsvermögens bemerkt, obwohl das Wasser nur 1,4, resp. $1,1 \cdot 10^{-10}$ besessen hatte.

Ferner wurde dem Wasser in der Destillirblase wohl entweder eine Spur Aetznatron oder Phosphorsäure zugesetzt. Wurde im ersten Falle das Destillat für Alkalien, im zweiten Falle für Säuren benutzt, so zeigte sich die anfängliche Depression in der That schwächer. Die gefundenen allerersten specifischen Leitungsvermögen wurden grösser¹⁾, das Maximum trat etwas früher ein. Ganz beseitigen aber liess sich die Erscheinung auch durch dieses Mittel nicht.

1) Salzsäure gab einmal in einem über Phosphorsäure destillirten Wasser von dem Anfangswerthe $k_0 \cdot 10^{10} = 1,2$ für $10^{10} \cdot k/m$ die Werthe

| | | | | |
|------|------|------|------|----------|
| 2200 | 2680 | 3160 | 3310 | u. s. w. |
|------|------|------|------|----------|

für $m = 0,00001 \quad 0,00002 \quad 0,00006 \quad 0,0001,$

also anfangs wesentlich grösser, als in Tab. IV. Das Maximum war 3470.

Kurz das reinste Wasser, welches man für solche Zwecke herstellen kann, macht also den Eindruck, als ob es den Säuren gegenüber alkalische und den Alkalien gegenüber saure Eigenschaften besäße. Ein endgiltiger Abschluss über die Frage, ob schliesslich immer noch die unvermeidlichen Verunreinigungen des Wassers die Schuld hieran tragen, ist aber auch nach meinen Versuchen nicht zu geben.

Nach einer brieflichen Mittheilung von Hrn. Ostwald würden in der That Spuren von Ammoniumcarbonat im Wasser die Hauptursache der Erscheinung sein.¹⁾ Ueber den Verlauf der letzteren, insbesondere das allmähliche Verlieren des Einflusses vgl. noch § 25 dieses Aufsatzes.

Stellt man sich hiernach mit Arrhenius und Ostwald auf den Standpunkt, dass die anfänglich kleineren Werthe des specifischen Leitungsvermögens einer secundären Erscheinung zuzuschreiben wären, so würde man die Grenzwerte der äussersten Verdünnung am wahrscheinlichsten erhalten, indem man die Theile der Curven jenseit des Maximums rückwärts bis Null auszieht. Mit allem Vorbehalt, der hier gefordert wird, gebe ich die so erhaltenen

Grenzwerte des specifischen molecularen Leitungsvermögens nicht neutraler Körper.

| | | | |
|--|------------------------|---|------------------------|
| $\frac{1}{2}$ H ₂ SO ₄ | $k/m \cdot 10^7 = 370$ | KOH | $k/m \cdot 10^7 = 220$ |
| HCl | 350 | NaOH | 200 |
| HNO ₃ | 350 | $\frac{1}{2}$ K ₂ CO ₃ | 140 |
| $\frac{1}{2}$ H ₃ PO ₄ | 110 | $\frac{1}{2}$ Na ₂ CO ₃ | 120 |

Die grösste relative Ionengeschwindigkeit, welche durch eine Triebkraft von 1 Volt/mm in wässriger Lösung entsteht, beträgt hiernach nahe 0,40 mm/sec (cf. p. 193).

Im fernerem ist Folgendes hervorzuheben:

1. Die Hydrate von Natrium und Kalium unterscheiden sich um einen nicht sehr veränderlichen Betrag zu Gunsten des Kaliums.²⁾

1) Nachtr. Anm. Vgl. Ostwald, Journ. pr. Chem. **81**. p. 441. 1885.

2) Die im ersten Anfang viel kleineren Werthe für Natrium (Tab. 4) dürften auf Nebenumstände zurückkommen, wie anderes Lösungswasser und grösseren Zeitverlust.

2. Dasselbe ist der Fall für die kohlensauren Salze beider Metalle, sowie es sich auch bei den neutral reagirenden früher aussprach (Tab. IV; Fig. 1, Taf. II). Die Carbonate schliessen sich (die allerersten Lösungen natürlich ausgenommen) den Sulfaten nahe an. Bemerkenswerth ist noch, dass ziemlich lange Strecken der Curve für k/m im Anfang concav gekrümmt sind.

3. Für die einbasischen Mineralsäuren Chlor-, Brom- und Jodwasserstoff und Salpetersäure habe ich früher gezeigt, dass äquivalente Lösungen ein sehr nahe gleiches Leitungsvermögen besitzen. Man findet diese Beziehung auch in den grossen Verdünnungen für HCl und HNO_3 (jedenfalls auch für HJ und HBr)¹⁾ ausgesprochen. Vgl. hierüber auch Lenz und Ostwald.

4. Die Phosphorsäure ist ein Leiter, der auch in grosser Verdünnung hinter den anderen starken Säuren erheblich zurücksteht. Die Hrn. Bouty und Ostwald weisen darauf hin, dass das Leitungsvermögen in grosser Verdünnung demjenigen der einbasischen Säuren nahe gleichkommt, wenn man das Aequivalent der ganzen Verbindung H_3PO_4 einsetzt, während wir die Phosphorsäure als dreibasische behandeln also $\frac{1}{3} \text{H}_3\text{PO}_4$ nehmen. Bemerkenswerth ist diese Thatsache allerdings, doch trifft sie nicht genau zu. Immerhin besteht doch auch der Unterschied, dass die Phosphorsäure ein absolutes Maximum des Leitungsvermögens besitzt, welches viel kleiner ist als dasjenige von HCl , HNO_3 oder auch H_2SO_4 .

5. Essigsäure und Ammoniak, in stärkeren Lösungen schlechte Leiter, verhalten sich, wie ich früher hervorhob (l. c. p. 190) in verdünnter Lösung ganz anders. Ich machte damals auf das relativ steile, fast senkrechte erste Ansteigen der Curven für K aufmerksam und wies darauf hin, dass das Leitungsvermögen im Anfang nahe mit der Quadratwurzel aus dem Gehalte im Verhältniss steht, wie Ostwald jetzt bestätigt. Die jetzige eingehende Untersuchung ergibt, dass Essigsäure in äusserster Verdünnung sogar besser leitet als

1) Nachtr. Durch Ostwald auch für HClO_3 und HClO_4 seitdem bestätigt.

Phosphorsäure und als alle Salze. Auch Ammoniak, wenn auch etwas geringer, zeigt ein ähnliches Verhalten.

In dem Zustande äusserster Verdünnung zeigen also die gelösten Electrolyte, auch diejenigen, die sich in stärkerer Lösung als Leiter niederer Ordnung darstellen, ein Leistungsvermögen von gleicher Ordnung. Eine weitere Erörterung dieses Punktes (der mir aber auch schon seit mehr als vier Jahren bekannt ist) halte ich für unnöthig, da eingehende Untersuchungen des Gegenstandes von Hrn. Ostwald theilweise vorliegen, theilweise in Aussicht stehen. Auch die Arbeiten von Bouty und Arrhenius sind hier hervorzuheben.

19. Die Schwefelsäure.

Diese unterscheidet sich von den vorhin genannten Säuren vollständig. Die Curve für k/m (Fig. 2) besteht aus zwei Abtheilungen, von denen man, wenn sie nicht zusammenhängen, vermuthen würde, dass sie ganz verschiedenen Körpern zugehören. Von grosser Concentration bis zu etwa $m = 0,1$ rückwärts verfolgt verläuft die Curve in gewöhnlicher Weise, nach unten mässig concav, sich über KOH wenig erhebend, wie das schon durch meine früheren Beobachtungen bekannt war.

Von $m = 0,1$ rückwärts nach grösseren Verdünnungen aber erhebt sich die Curve steil und nach kurzer Krümmung fast geradlinig ansteigend zu einem Maximum für k/m , welches dem der genannten einbasischen Säuren fast gleichkommt. Schon Lenz, der etwa bis 0,02 abwärts beobachtete, fand daselbst eine auffallende Verringerung des Unterschiedes der Schwefelsäure gegen Salzsäure und Salpetersäure.

Diese Verhältnisse sind mir schon lange bekannt. Es folgt aus denselben, dass die Schwefelsäure in grosser Verdünnung eine andere Constitution besitzen muss als in stärkerer Lösung, und zwar lässt sich mit einiger Wahrscheinlichkeit behaupten, dass sie in grosser Verdünnung dieselbe Constitution haben wird, wie die genannten einbasischen Säuren. (Vgl. hierüber auch den Temperatureinfluss in § 24.)

Die beschriebenen Erscheinungen fügen der Schwefel-

säure zu den früher von mir resp. von W. Kohlrausch¹⁾ gefundenen Eigenthümlichkeiten noch weitere hinzu. Es würde Interesse bieten, die gewöhnliche Curve für das Leitungsvermögen der Schwefelsäure in einem Maassstabe ziehen zu können, der alle diese Eigenschaften dem Auge zeigte. Versuchen wir eine Beschreibung der Curve, so ist dieselbe (von oben gerechnet) concav auf einer kurzen Strecke vom Wasser an bis etwa $m = 0,0002$.

Nach einem allmählichen Uebergang (wobei die Strecke von 0,0006 bis 0,002 fast geradlinig erscheint) wird sie convex, und zwar bis 0,1 ziemlich stark. Es folgt aber von 0,1 bis gegen 2 ein Stück geringerer Krümmung, worauf die letztere immer stärker wird und zunächst bei $m = 7,8$ (30,4%) zu dem bekannten ersten Maximum des Leitungsvermögens führt. Absteigend wird die Curve allmählich flacher.

Bei $m = 14$ folgt ein Wendepunkt, die Curve wird zunehmend concav und erreicht bei 30,5 (d. h. $\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}$) ihr erstes Minimum.

Bei 32,5 findet sich wieder ein Wendepunkt, und es folgt ein zuerst schwach, dann stark convexes Stück, innerhalb dessen bei $m = 34,4$ das zweite Maximum liegt. Das Ende des Stückes führt zu dem Minimum des Leitungsvermögens für das Hydrat H_2SO_4 .

Nach einer scharfen Biegung führt die Curve nun wieder nach oben, erreicht ein Maximum für einen schon stark rauchenden Zustand und führt mit einem abermaligen Wendepunkte zu dem sehr geringen Leitungsvermögen des Anhydrids SO_3 .

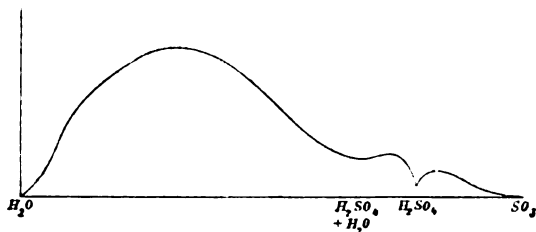


Fig. 2.

1) F. K., Pogg. Ann. 159. p. 269. 1876; W. K., Wied. Ann. 17. p. 69. 1832.

Sieht man von den unrichtigen Grössenverhältnissen ab, so gibt die umstehende Figur eine Vorstellung von dem eigenthümlichen Gange des Leitungsvermögens.

Man hat in der Schwefelsäure das beste Beispiel der Verwicklungen, welche durch das Hereintreten verschiedenartiger Umstände sich in dem Leitungsvermögen eines Electrolytes finden.

Eine Analyse dieser Umstände durchzuführen, würde schwierig sein.¹⁾ Ich verweise in dieser Beziehung auf die Auseinandersetzungen von Quincke, G. Wiedemann, Grotrian, W. Kohlrausch, Arrhenius, Lenz, Bouty, Ostwald und auf meine eigene Erörterung, in welcher ich zuerst hervorhob, in welcher Weise das electrolytische Leitungsvermögen wesentlich durch die Mischung mehrerer Körper entsteht.

20. Die Frage nach der Mitwirkung des Wassers bei der Electrolyse. Dendriten.

Als ich zuerst, gegen meine Erwartung, die Erfahrung machte, dass das specifische Leitungsvermögen auch in beträchtlicher Verdünnung noch mit der letzteren zunimmt, ging meine erste Vermuthung über die Ursache dieser Erscheinung dahin, dass das Lösungsmittel, also hier das Wasser, an der Electrolyse theilnehme.²⁾ Denn auf der einen Seite tritt die Verminderung von k/m mit wachsender Concentration schon bei Verdünnungen deutlich hervor, die noch so gross sind, dass von einer gesteigerten Zähigkeit der Lösung keine Rede sein kann; wo ferner die Anzahl der gelösten Moleküle des Electrolytes zu denen des Wassers in dem kleinen Verhältniss 1:10000 und noch mehr steht. Andererseits sieht man leicht, dass die Mitwirkung des Lösungsmittels an der Leitung sehr wohl bei grosser Verdünnung merklich werden könnte, während dieselbe in stärkeren Lösungen scheinbar verschwindet. Denn dass letzteres der

1) Auch die Theorie der Hydratbildung, welche Hr. Bouty versucht, hat wohl keine sichere Unterlage.

2) Diese Auffassung bildete einen Hauptgrund, die Beobachtungen in äusserster Verdünnung von meinen früheren Mittheilungen auszu-schliessen.

Fall sein muss, scheint mir nach Hittorf's Messungen über die Ionenwanderung unbestreitbar zu sein.

Meine Ueberlegung war die folgende. Ich hatte früher gezeigt, dass die Electrolyte erst durch die Mischung mehrerer Körper gute Leiter werden.¹⁾ Da nun aus der Constitution des Wassers H_2O eigentlich kein Grund einzusehen ist, warum dasselbe nicht ebenso wie die Verbindungen HCl , H_2SO_4 oder mindestens HCN , H_2S oder auch CO_2 ,²⁾ zerlegt werden und electrolytisch leiten könne, so liegt ja die Möglichkeit vor, dass das reine Wasser aus denselben Gründen so ausnehmend schlecht leite, wie etwa die obigen Körper im wasserfreien Zustande als Flüssigkeiten schlecht leiten, dass das Wasser aber durch die Auflösung eines Körpers ein eigenes Leitungsvermögen bekommen könne. Letzteres könnte aber so klein sein, dass es bei den gut leitenden stärkeren Lösungen nicht mehr in Betracht kommt, dass also, wie Hittorf fand, der Strom hier merklich nur durch die gelösten Electrolyte gebildet wird. In sehr verdünnten Lösungen dagegen könnte das Wasser relativ merklich in Betracht kommen. Es könnten vielleicht schon sehr geringe Mengen eines gelösten Körpers dem Wasser den Zustand der Dissociation geben, welchen Clausius sich überhaupt als die Ursache der Wanderung der Ionen unter dem Einflusse der electricischen Kräfte denkt. Insbesondere wäre diese Frage bei denjenigen Körpern aufzuwerfen, die wie die Sulfate in äusserster Verdünnung ein so viel grösseres specifisches Leitungsvermögen zeigen als in mässiger Concentration.

Nun liegt ein alter Versuch vor, der in der That nicht wohl ohne eine solche Mitwirkung des Wassers verständlich ist. Nämlich nach Faraday und Gmelin³⁾ soll ein electricer Strom, von einer Lösung von Magnesiumsulfat in „Wasser“ übergehend an der Trennungsfläche Magnesium-

1) F. K., Pogg. Ann. 159. p. 271. 1876.

2) Vgl. F. Kohlrausch, Gött. Nachr. 1877. p. 196; Bouty, l. c. p. 46. E. Pfeiffer, Wied. Ann. 23. p. 625. 1884.

3) Faraday, Exp. Res. 5. § 494. 1833; G. Wiedemann, Electr. 2. p. 599. 1833.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXVI.

hydrat ausscheiden. Gmelin gibt ein ähnliches Resultat auch für Calciumnitrat an.

Solange man früher annahm, dass das Wasser direct leitet und zersetzt wird, erschien diese Beobachtung als eine selbstverständliche. Denn wenn das wandernde Magnesium an der Trennungsoberfläche mit dem entgegenkommenden Sauerstoff zusammenstößt, so bildet sich unter der Mitwirkung des Wassers MgO_2H_2 . Allein von einer Leitung des reinen Wassers kann überhaupt eben so wenig die Rede sein, wie Faraday und Gmelin damals reines Wasser angewendet haben. Sonst würden sie überhaupt keine merkliche Strombildung erzielt haben.

G. Wiedemann geht in der Erklärung des beschriebenen Versuches¹⁾ deswegen ganz richtig auf die in dem Wasser gelösten Salztheilchen zurück, aus denen an der Grenzfläche 1 Aequivalent Säure zur Magnesiumsulfatlösung kommen sollte. Er sagt dann aber weiter: „Ist aber die Ueberführungsgeschwindigkeit der gebildeten Säure zum positiven Pol kleiner, als die des Magnesiums zum negativen Pole, so findet die aus dem Sauerstoff und dem Magnesium entstehende Magnesia nicht die zur Bildung von Sulfat genügende Säuremenge, und Magnesiumhydroxyd fällt an der Grenzfläche in weissen Flocken nieder.“

Indessen kann doch die letztere Ueberlegung nicht zutreffen. Denn wie an einer metallischen Electrode bildet die an unserer Grenzfläche freiwerdende Menge von Säure ein ganzes Aequivalent, weil sie theilweise durch Zuwandern von Säure, theilweise durch Fortwandern von Basis im „Wasser“ entsteht. Eine Verschiedenheit in den Wanderungszahlen beider Lösungen könnte doch nur eine Verdünnung oder Verdichtung der Lösung, keinen Ueberschuss des einen Wanderers bedingen.

Selbst wenn in der einen von zwei benachbarten Salzlösungen nur das Metall, in der anderen nur die Säure wanderte, würde die Trennungsschicht neutral bleiben.

Erklärt wird, wie mir scheint, die Ausscheidung des

1) G. Wiedemann, *Electr.* 2. p. 602. 1883.

Hydrates nur durch die Annahme, dass das Wasser selbst leitet, resp. mitleitet.

Zunächst erschien es mir nöthig, den Versuch in einer genauer definirten Form als mit „Wasser“ zu wiederholen. Hätte das letztere z. B. ein Alkali (Ammoniak) oder vielleicht eine Spur von kohlensaurem Ammon enthalten, so würde dies zu der Fällung an der Grenzfläche führen können. Ich nahm deswegen zu einer stärkeren Lösung von MgSO_4 ($m = 1$) eine solche von sehr wenig MgSO_4 ($m = 0,001$) in sehr reinem Wasser, schichtete beide vorsichtig übereinander und beobachtete in der That den von Faraday beschriebenen Niederschlag an der Grenze. Derselbe Versuch mit Kupfersulfat angestellt, liess einen Niederschlag an der Grenze nicht erkennen, solange die Flüssigkeit unberührt blieb. Als aber von dem an der Kathode gebildeten Kupferniederschlag etwas herunterfiel, zeigten sich grünliche Flocken an der Grenze.

Mir scheinen diese Versuche, wie oben bemerkt, zu beweisen, dass in sehr verdünnter Lösung nicht nur der gelöste Electrolyt, sondern dass unter Umständen auch das Wasser zersetzt wird. Es ist zu vermuthen, dass dies auch in stärkerer Lösung geschieht, aber jedenfalls in viel geringerem Verhältniss, so dass man praktisch nichts davon bemerkt.

In welcher Weise das Wasser sich theiligt, ob selbständig, ob nach Bildung irgend welcher Hydrate mit dem Salze, darüber will ich mich nicht in Hypothesen verlieren.¹⁾

Der Gegenstand ist jedenfalls von hervorragendem Interesse und verdient eine nähere Untersuchung besonders auch nach der Seite hin, ob auch die Salze mit nur einwerthigen Bestandtheilen etwas Derartiges zeigen. Sollte dies nicht der Fall sein, so würde möglicherweise das Ansteigen des specifischen Leitungsvermögens der Sulfate in starker Verdünnung eine secundäre Erscheinung sein, welche mit dem Leitungsvermögen der neutralen Sulfate nichts zu thun hätte.

1) Man könnte z. B. eine Verbindung HMgSO_4OH annehmen, oder $\text{KOH} + \text{KSO}_4\text{H}$.

Ich bemerke noch, dass eine Wasserstoffentwicklung an der Kathode z. B. bei sehr verdünnter Kupfersulfatlösung nicht beobachtet werden konnte. Allein dies beweist nichts für oder gegen, denn Wasserstoff würde ja Kupfer reduciren können. Aus Bleinitrat schied das Blei sich mit Gasblasen aus.

Form der Niederschläge aus verdünnter Lösung. Die Niederschläge aus so verdünnten Lösungen haben eine Form, welche man sonst nur an einzelnen Substanzen kennt, nämlich eine dendritische. Die Fäden sind theilweise unglaublich fein, gewiss unter 0,01 mm dick. Sie bilden sich unter dem Einfluss starker electromotorischer Kräfte (40 Volt) sehr rasch, fast stossweise aus. Diese Fäden sind stark auseinandergespreizt, sodass die Bildung einem umgekehrt stehenden Baume gleich sieht. Sie sinken bei dem Unterbrechen der Kette langsam schlaff herab, spreizen sich aber bei wieder erfolgendem Schluss momentan wieder aus, wenn man nicht zu lange gewartet hat, wodurch sich die Fäden sonst verfilzen. Bei sehr grossen electromotorischen Kräften in sehr verdünnter Lösung sind die Fäden während der Stromdauer fortwährend in Bewegung, reissen auch leicht auseinander, worauf der abgestossene Theil aber wohl auch wieder angezogen werden kann.

Ich habe diese feinen Verästelungen an verdünnten Lösungen ($m = 0,001$) von Kupfer- und Zinksulfat, Kupfer-, Silber- und Bleinitrat, aber nicht an Cyansilberkalium oder Chlornickelammonium beobachtet, bei welchen letzteren nur eine Gasentwicklung bemerkt wurde.

Zur Lösung diente natürlich stets sehr reines Wasser.

Die auffälligen Bewegungen in den Zweigen sind gewiss auf electrostatische Ladungen und Abstossungen zurückzuführen. Die feinen Fäden in Berührung mit dem schlecht leitenden Electrolyt müssen ja von den grossen electromotorischen Kräften stark geladen werden. Sie haben ein Gewicht, welches sehr weit unterhalb desjenigen eines Goldblättchens liegt.

Es wird sich das dendritische Anwachsen dann auch aus dem Ausströmen der Electricität vorzugsweise aus den

Spitzen vollkommen erklären. Die altbekannte schwammige Bildung eines Metallniederschlags durch starke Ströme aus verdünnter Lösung wird als Uebergang von der compacten zu der fein verästelten Form aufzufassen sein.

21. Das Gesetz der unabhängigen Wanderung der Ionen in verdünnter Lösung.

Ich habe früher den folgenden Satz aufgestellt.¹⁾ In verdünnter Lösung, d. h. wenn die Wanderung der beiden Bestandtheile eines Electrolytes in einem Mittel stattfindet, welches sich vom Wasser wenig unterscheidet, hat jeder Bestandtheil eine bestimmte von dem anderen unabhängige Beweglichkeit. Sind also diese Beweglichkeiten u und v aufgestellt, so lässt sich das specifische moleculare Leitungsvermögen einer Verbindung dann einfach als die Summe $u + v$ finden. Die von Hittorf untersuchte relative Geschwindigkeit der Ionen ist dann gleich $u : v$. Für die einbasischen Mineralsäuren und ihre Verbindungen und einigermaßen auch für die Aetzkalkalien bewährte sich, soweit sicheres Material vorlag,²⁾ dieser Satz in befriedigender Weise.

Auch die von mir damals vorausgesagten Ueberführungszahlen der Lithiumverbindungen sind seitdem durch die Beobachtungen von Kuschel³⁾ bestätigt worden.

Auf die mehrbasischen Säuren und ihre Verbindungen habe ich den Satz probeweise auch angewendet, aber unter Hervorhebung einiger Bedenken, zu denen die vorhin hervorgehobenen noch hinzutreten, und daher mit Vorbehalt. Ich beschränke mich hier ganz auf einbasische Säuren.

Die molecularen Leitungsvermögen waren damals nur bis zu mässigen Verdünnungen bekannt. Daraus wurden die Eigenschaften verdünnter Lösungen abgeleitet, so gut es sich thun liess, und zwar nach einem für alle Körper gleichen Verfahren. Ich wusste freilich schon und sprach es wieder-

1) F. K., Gött. Nachr. 1876. Mai 17; Wied. Ann. 6. p. 167. 1879.

2) Hr. G. Wiedemann schätzt, wie mir scheint, theilweise diese Sicherheit zu hoch. (Electr. 2. 3. Aufl. § 1071).

3) Kuschel, Wied. Ann. 13. p. 289. 1881.

holt aus¹⁾, dass diese Resultate der Wirklichkeit bei äusserster Verdünnung nicht ganz entsprachen, theilweise sogar, wie bei der Schwefelsäure, beträchtliche Abweichungen zeigten. Allein eine genaue Erforschung dieser Verhältnisse erforderte, wie man gleich übersehen konnte, eine grössere neue Arbeit (vgl. auch den Eingang dieser Mittheilung.) Vor allem würde hierzu, um den Gegenstand zu erledigen, auch eine Ausdehnung der Hittorf'schen Wanderungsbeobachtungen auf diese grossen Verdünnungen nöthig sein.

Endlich habe ich auch schon bemerkt, dass das Hinzunehmen des Grenzzustandes am reinen Wasser nicht ganz ohne Bedenken ist (p. 169 und § 20).

Immerhin aber habe ich gleich anerkannt²⁾, dass der Rückschluss von meinen Beobachtungen an fünfprocentigen und stärkeren auf verdünnte Lösungen ein Nothbehelf in Ermangelung geeigneteren Materials war.

Für eine Anzahl von Körpern ist diesem Mangel nunmehr abgeholfen, und ich will das Gesetz daher an den neuen Beobachtungen prüfen. Als die grösste Verdünnung, für welche man auch die Ueberführungszahlen einigermaßen kennt, nehmen wir gleichmässig den Gehalt $m = 0,1$. Die hierfür geltende Verdünnung (für NaCl z. B. 0,585 Proc. ist eine ziemlich beträchtliche, denn da nach unserer Definition (vgl. p. 173) 1 l Wasser 1000 : 9 = 111 Aequivalente enthält, so kommt für $m = 0,1$ auf 1110 Aequivalente Wasser ein Aequivalent des Electrolytes.

Ich setze die Beweglichkeiten der Ionen

| | | | | | | | | | |
|-------|----|-----------------|-----------------|------------------|--|------|------------------|------------------|------------------|
| | K | NH ₄ | Na | Li | Ag | H | $\frac{1}{2}$ Ba | $\frac{1}{2}$ Mg | $\frac{1}{2}$ Zn |
| $u =$ | 52 | 50 | 32 | 24 | 42 | 272 | 30 | 26 | 24 |
| | Cl | J | NO ₃ | ClO ₃ | C ₂ H ₃ O ₂ | OH | | | |
| $v =$ | 54 | 55 | 48 | 42 | 26 | 143. | | | |

Die hieraus berechneten molecularen Leitungsvermögen $u + v$ und Ueberführungszahlen des Anions $n = v/(u + v)$ vergleichen sich dann mit den Beobachtungen aus Tab. I., resp. mit denjenigen von Hittorf, G. Wiedemann und Kuschel folgendermassen.

1) l. c. p. 151. 162. 210.

2) l. c. p. 152.

Tabelle V.

Vergleichung von Leitungsvermögen und Ueberführungszahlen mit der Theorie.

| | Moleculare Leitungsvermögen k/m | | | Ueberführungszahl n des Anions | | |
|--|-----------------------------------|------|----|----------------------------------|------|-------|
| | beob. | ber. | | beob. | ber. | |
| KCl | 105 | 106 | +1 | 0,51 | 0,51 | ± |
| NH ₄ Cl | 104 | 104 | ± | 0,51 | 0,52 | +0,01 |
| NaCl | 87 | 86 | -1 | 0,63 | 0,63 | ± |
| LiCl | 78 | 78 | ± | 0,70 | 0,69 | -0,01 |
| HCl | 824 | 826 | +2 | 0,19 | 0,17 | -0,02 |
| KJ | 107 | 107 | ± | 0,50 | 0,51 | +0,01 |
| NaJ | — | 87 | — | 0,61 | 0,63 | +0,02 |
| LiJ | — | 79 | — | 0,70 | 0,70 | ± |
| KNO ₃ | 98 | 100 | +2 | 0,50 | 0,48 | -0,02 |
| NH ₄ NO ₃ ¹⁾ | 99 | 98 | -1 | — | 0,50 | — |
| NaNO ₃ | 82 | 80 | -2 | 0,61 | 0,60 | -0,01 |
| AgNO ₃ | 89 | 90 | +1 | 0,53 | 0,53 | ± |
| HNO ₃ | 323 | 320 | -3 | (0,14) | 0,15 | +0,01 |
| KClO ₃ | 93 | 94 | +1 | 0,46 | 0,45 | -0,01 |
| KC ₂ H ₃ O ₂ | 78 | 78 | ± | 0,33 | 0,33 | ± |
| NaC ₂ H ₃ O ₂ | — | 58 | — | 0,44 | 0,45 | +0,01 |
| AgC ₂ H ₃ O ₂ | — | 68 | — | 0,37 | 0,37 | ± |
| ‡BaCl ₂ | 86 | 84 | -2 | 0,62 | 0,64 | +0,02 |
| ‡MgCl ₂ | 80 | 80 | ± | 0,68 | 0,67 | -0,01 |
| ‡ZnCl ₂ | 77 | 78 | +1 | 0,70 | 0,69 | -0,01 |
| ‡ZnJ | — | 79 | — | 0,68 | 0,70 | +0,02 |
| ‡Ba(NO ₃) ₂ | 76 | 78 | +2 | 0,61 | 0,62 | +0,01 |
| KOH | 199 | 195 | -4 | 0,74 | 0,73 | -0,01 |
| NaOH | 170 | 175 | +5 | 0,84 | 0,82 | -0,02 |
| LiOH | — | — | — | 0,85 | 0,85 | ± |

Das Gesetz der unabhängigen Wanderung bewährt sich an dem jetzigen gleichmässigen und besseren Materiale noch besser als an dem früheren ²⁾, und es scheint mir ein Zweifel an der inneren Berechtigung dieser Beziehung nicht gerechtfertigt zu sein. Denn ein solcher Zweifel würde voraussetzen, dass die nahe Uebereinstimmung von einstweilen 43 Werthen, welche aus 15 Zahlen berechnet sind, auf einem

1) Nach Lenz. l. c. p. 31.

2) Vgl. l. c. p. 173. 176. 182.

Zufall beruhe. Allerdings wird der Satz wahrscheinlich, wie manche andere Naturgesetze, nur den Anspruch auf eine sehr genäherte Giltigkeit erheben dürfen.

Grosse Verdünnungen. Macht man den Versuch, etwa für den Moleculargehalt 0,0001 ein System von Beweglichkeiten der Ionen aufzustellen, so lassen sich hierdurch unter gewissen Voraussetzungen nicht nur die einbasischen Säuren (ausgenommen die Essigsäure) und ihre Salze, sondern auch die Sulfate und Carbonate mit grosser Annäherung ihrem Leitungsvermögen nach berechnen. In Ermangelung des Prüfsteins an den für diesen Fall unbekannten Ueberführungszahlen aber soll hierauf nicht näher eingegangen werden.

22. Ueber das von Hrn. Bouty aufgestellte „Gesetz der Aequivalente.“

Es ist hier der Ort, auf die von Hrn. Bouty aufgestellte Beziehung einzugehen, nach welcher „die electrischen Leitungsvermögen verdünnter äquivalenter Salzlösungen einander gleich sein sollen“¹⁾, ein Satz, welcher vermöge seiner durchgreifenden Einfachheit in der That die Wichtigkeit beanspruchen könnte, welche Hr. Berthelot im Anschluss an die Mittheilungen des Hrn. Bouty in der Sitzung der Académie des Sciences demselben zuschreibt.

Man kann bei diesem Satze fragen, zuerst, wie weit derselbe durch Versuche belegt wird, und dann, wie gross seine innere Wahrscheinlichkeit ist.

In Betreff der experimentellen Grundlage beschränkt Hr. Bouty sich auf den Nachweis, dass die Unterschiede der specifischen Leitungsvermögen mit wachsender Verdünnung kleiner werden, und schliesst hieraus, dass sie im Grenzzustande äusserster Verdünnung aufhören werden.²⁾ Er geht

1) E. Bouty, l. c. p. 12.

2) Es werden dabei nicht äquivalente Lösungen verglichen, sondern solche von gleichem Gewichtsgehalte, überall KCl als Norm angenommen. Insofern letzterer Körper sein specifisches Leitungsvermögen mit der Concentration nicht sehr ändert, kann dieses Verfahren, trotzdem dass die verglichenen Lösungen nicht äquivalent, sondern bis zum dreifachen Betrage verschieden sind, noch einigermassen eine Uebersicht gewähren.

bis zu Gehalten $m = 0,002$ im Durchschnitt herunter und findet daselbst noch Abweichungen, je nach den Salzen von verschiedenem Betrage, bis zu 20 Proc.

Es hat sich nun im Vorigen gezeigt, dass die specifischen Leitungsvermögen bei grosser Verdünnung nicht einander gleich werden. Die ersten Zahlenreihen in Tab. 4 zeigen noch bedeutende Unterschiede für verschiedene Salze. Auch Hr. Vicentini¹⁾ in einer eben veröffentlichten Versuchsreihe, die bis zu Verdünnungen von $m = 0,0005$ absteigt, bestreitet entschieden das schliessliche Gleichwerden.

Freilich muss bemerkt werden, dass Hr. Bouty schliesslich seine Behauptung nicht auf alle Körper ausdehnt. Er scheidet die Salze in normale und anormale. Letztere sind diejenigen, welche dem „Gesetz der Aequivalente“ nicht folgen. Hr. Bouty gibt eine zweite Definition des anormalen Salzes: es ist ein solches, dessen beide Bestandtheile bei der Electrolyse auch in grosser Verdünnung nicht gleich rasch wandern.

Nach der letzteren Definition würde man, soweit Material vorliegt, (Hittorf, Kuschel) als normale Salze zu rechnen haben die meisten Salze von Kalium (aber nicht das Carbonat und das Acetat), dann Chlorammonium und vermuthlich andere Ammoniaksalze, Silbernitrat und etwa noch Natriumcarbonat. Anormal dagegen würden ihren Wanderungszahlen nach sein Natrium-, Lithium-, Barium-, Magnesium- Calciumchlorid, Natrium- und Bariumnitrat, Natrium-, Lithium-, Magnesium-, Zink-, Kupfersulfat. Wenn Hr. Bouty einen Theil von den letzteren Salzen zu den „normalen“ rechnet, so kann dies mit den Ueberführungszahlen, soweit sie bis jetzt bekannt sind, entschieden nicht zusammenhängen. Chlorbarium und Chlornatrium in zwei Gruppen zu scheiden oder gar Calciumnitrat zu den anormalen, Calciumchlorid zu den normalen Körpern zu zählen, widerspricht geradezu den Ueberführungszahlen.²⁾

Aber auch, wenn man den letzteren Eintheilungsgrund

1) Vicentini, Atti•R. Accad. Torino. 20. p. 5. 1885.

2) Vgl. G. Wiedemann, Electr. 2. p. 585. 1883.

nach den Wanderungsverhältnissen beseitigt, so zeigt sich auch in Bezug auf das Leitungsvermögen eigentlich keine grosse Gruppe, die einen hervorragenden Platz einnähme. Eine Anzahl Kalium- und Ammoniumsalze allerdings zeigt einen nahezu gemeinsamen Grenzwert des specifischen Leitungsvermögens. Allein der Grund hiervon wird darin liegen, dass sie eben Kalium- und Ammoniumsalze sind. Die nahe Uebereinstimmung dieser Körper habe ich schon vor langer Zeit hervorgehoben¹⁾, soweit die einbasischen Säuren in Frage kommen; R. Lenz zeigte, dass auch zweiwerthige Salze in grosser Verdünnung sich den einwerthigen anschliessen.²⁾

Also ist für die genannte Gruppe von Salzen die ungefähre Gleichheit schon früher behauptet worden. Von vollkommener Gleichheit ist wiederum keine Rede, wie z. B. KClO_3 zeigt, welches hinter dem Mittelwerth beträchtlich zurückbleibt, während K_2SO_4 und K_2CO_3 denselben erheblich übersteigen.

Es bleibt also eigentlich nur die immerhin merkwürdige Thatsache bestehen, dass verdünnte äquivalente Salzlösungen ein Leitungsvermögen von gleicher Ordnung haben. Diese Thatsache war aber durch die Arbeiten von Lenz und von mir lange bekannt, und schon in der Arbeit von Grotrian und mir, in welcher zum ersten mal von dem Leitungsvermögen verdünnter Lösungen besonders die Rede war, findet sich in gesperrter Schrift die Bemerkung, dass das specifische Leitungsvermögen nach Aequivalenten für die damals untersuchten Chloride in verdünnter Lösung nicht sehr verschieden ist.³⁾ Für die Sulfate der zweiwerthigen Metalle allerdings ist das Steigen von k/m zuerst durch Hrn. Bouty nachgewiesen worden.⁴⁾

1) l. c. p. 187.

2) R. Lenz, l. c. p. 46. 47.

3) F. K. u. Grotrian, Gött. Nachr. 1874. p. 417.

4) Die von Hrn. Bouty angestellte Rechnung, um meine Resultate mit den seinigen zu vergleichen (l. c. p. 23) enthält ein Versehen. Denn Hr. Bouty rechnet den molecularen Widerstand, der gleich $1/(u + v)$ zu berechnen wäre, gleich $1/u + 1/v$. Es ist also weniger zu verwundern, dass einzelne von meinen so umgerechneten früheren Zahlen mit denjeni-

Einen inneren Grund für das „Gesetz der Aequivalente“ wüsste ich nun ebenso wenig anzugeben, wie eine äussere Stütze für dasselbe besteht. Aus welchem Grunde soll das Atom K sich mit derselben Leichtigkeit durch das Wasser schieben, wie das Atom Ba? Warum soll das Gesetz für KCl gelten und nicht für NaCl? oder auch für KCl und

gen von Bouty nicht stimmen (womit also auch der von Hrn. Bouty bei dem Chlormagnesium gezogene Schluss auf einen Einfluss der Polarisation auf meine Zahlen hinfällig wird), als dass, durch einen Zufall, theilweise Uebereinstimmung herrscht.

Eine Vergleichung der beiderseits gewonnenen Zahlen würde im allgemeinen recht mühsam ausfallen, denn Hr. Bouty gibt die Leitungsvermögen nicht in einem constanten Maasse an, sondern bezieht dieselben auf KCl-Lösungen von gleichem Gehalte. Wären dies äquivalente Gehalte, so liesse sich auch noch eine Vergleichung mit uns leicht durchführen; aber es sind Gewichtsgehalte.

Hrn. Bouty's erste Reihe (p. 11), an welcher der Nachweis geführt werden soll, dass für grosse Verdünnung das Leitungsvermögen des ZnSO_4 dem Gehalte proportional ist, stimmt mit unseren Zahlen nicht überein. Bei den von Bouty gebrauchten Verdünnungen haben wir noch grosse Abweichungen von der Proportionalität. Allein es ist hierauf kein Gewicht zu legen, denn wenn man aus den von Hrn. Bouty für KCl gegebenen Zahlen (p. 12) und seiner zweiten Reihe für ZnSO_4 (p. 15) seine erste Reihe für diesen Körper berechnet, so erhält man ebenfalls bedeutende Abweichungen gegen diese erste Beobachtung. Ob diese Abweichung mit der jedenfalls erheblichen Schwierigkeit zusammenhängt, die sehr verdünnte Lösung in der Heberverbindung zwischen den porösen Gefässen, welche in stärkerer Zinksulfatlösung stehen, ungeändert zu verbürgen, kann ich nicht beurtheilen.

Direct vergleichbar sind nur die fünfprocentigen Lösungen wasserfreier Salze bei Bouty und aus meinen älteren Arbeiten. Von diesen gibt Hr. Bouty folgende acht an, die auch bei mir vorkommen. MgCl_2 habe ich hinzugenommen, weil hier die irrthümliche Rechnung Hrn. Bouty's das Bedenken wegen der Polarisation erregte, und habe auf Bouty's Gehalt von 5 Proc. krystallisirten Salzes meine Beobachtungen interpolirt. KCl 5 Proc. gilt als Einheit.

| | KCl | KBr | KJ | KNO_3 | K_2SO_4 | K_2CO_3 | NH_4Cl | NH_4NO_3 | MgCl_2 |
|--------|------|------|------|----------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|--------------------------|-----------------|
| Bouty | 1,00 | 1,47 | 2,13 | 1,55 | 1,51 | 1,22 | 0,74 | 1,20 | 1,82 |
| Kohlr. | 1,00 | 1,48 | 2,03 | 1,51 | 1,50 | 1,23 | 0,75 | 1,17 | 1,79 |

Man sieht, dass nirgends Abweichungen vorkommen, die nicht durch die Umstände erklärt werden, besonders wohl auch, da Bouty's Flüssigkeitssäulen frei durch die Luft liefen und da 1 Temperaturgrad einen Einfluss von 2 bis 3 Proc. ausübt.

KNO_3 , sowie für BaCl_2 , während es nicht gelten soll für BaN_2O_6 ? Soll überhaupt ein solches Naturgesetz existiren, so meine ich, dass es keine solche unbegründete Ausnahmen haben darf, die schliesslich viel zahlreicher sind, als die normalen, auf eine kleine Gruppe beschränkten Fälle.

Und nun ferner die Wasserstoffverbindungen. Hr. Bouty erkennt an, dass dieselben electrolytisch wie die Salze anzusehen sind. Um das vollkommene Heraustreten dieser Körper aus der normalen Reihe zu erklären, werden Annahmen über Hydratbildungen gemacht, die aber doch erstens nicht begründet sind, zweitens in den einzelnen Fällen zu sehr individualisirt werden müssen, um eine allgemeine Bedeutung beanspruchen zu können.

Kurz, bei aller Anerkennung der Bemühungen Bouty's, einen gemeinsamen Gesichtspunkt für die Electrolyse der Lösungen zu finden, muss ich doch meine Ansicht aussprechen, dass diese seine Schlüsse bis jetzt nicht hinreichend begründet sind.

23. Absorption an den Electroden.

Ich begann, wie schon früher erwähnt, die Mischung der sehr verdünnten Lösungen in einem kleinen Fläschchen. Dasselbe fasste etwa 12 g Flüssigkeit zwischen Platinelectroden von zusammen 16 qcm platinirter Oberfläche. Gleich bei dem ersten Versuche trat hierbei eine Erscheinung auf, die zu der anderen Anordnung im grossen Gefässe zwang (p. 171), die aber auch um ihrer selbst willen nicht ohne Interesse ist.

Es war zuerst reines Wasser eingefüllt, dann so viel Salzsäure zugegeben worden, dass eine Lösung von etwa $\frac{1}{4000}$ Proc. oder $m = 0,00007$ entstand. Das Leitungsvermögen betrug nach der Mischung:

| | | | | | | | |
|--------------------|------------------------|-------|------|------|-------------------|----------------|-----------------|
| gleich; | nach 10 ^{min} | 20 | 30 | 40 | 70 ^{min} | 5 ^h | 24 ^h |
| $10^{10} k = 18,2$ | 17,9 | 16,6* | 16,4 | 16,2 | 15,6* | 14,9 | 13,9 |

Vor den mit * bezeichneten Beobachtungen wurde das Fläschchen geschüttelt.

Ausserdem wurde bemerkt, dass vorhergegangene Abkühlung, resp. Erwärmung das Leitungsvermögen kleiner,

resp. grösser erscheinen liess, sodass der Temperaturcoëfficient scheinbar zu gross ausfiel.

Dass man es hier mit einer von der Umgebung der Flüssigkeit, also hauptsächlich wohl von den platinirten Electroden herrührenden Absorption der gelösten Salzsäure zu thun hatte (die in höherer Temperatur schwächer war), wurde deutlich bewiesen, indem man nach diesen Versuchen das Fläschchen zweimal rasch, aber gründlich, ausspülte und nun mit Wasser gefüllt stehen liess. Denn nun betrug das Leitungsvermögen:

| | | | | |
|---------------|---------------|----------------|----------------|-----------------|
| | anfangs; nach | 1 ^h | 6 ^h | 24 ^h |
| $10^{10} k =$ | 3,7 | 4,0 | 5,0 | 6,6. |

Nach abermaliger Spülung und Füllung mit Wasser stieg dessen Leitungsvermögen von 3,5 in 30^h auf 5,6.

Es tritt also aus der Lösung HCl allmählich in die Electrode und wird daselbst trotz der Anwesenheit von Wasser nachher mit grosser Zähigkeit festgehalten.

Wie weit diese Bindung eine blossе Absorption oder etwa eine Art chemischen Vorganges ist, möge dahingestellt bleiben.

Hierdurch veranlasst wurden dann die grösseren Mengen (500 ccm) Flüssigkeit zwischen den Electroden von mässiger Grösse (§ 5) genommen. Aber auch hier zeigten sich, wenn auch viel schwächer, bei verdünnten sauren oder alkalischen Lösungen Erscheinungen, die ganz der Absorption entsprachen. Nach dem Einsenken der Electroden nahm der Widerstand ein wenig zu. Rührte man dann die Flüssigkeit, so stellte sich von neuem der kleinere Widerstand her. Geringer Electrodenabstand beförderte die Erscheinung. Die Absorption betraf eben nur die nächste Umgebung der Electroden und bei der grossen Menge von Flüssigkeit wurde dies durch das Rühren wieder ausgeglichen.

Ich habe diese Erscheinung an Salzsäure, Schwefelsäure, Essigsäure, Aetzkali, Aetznatron und Ammoniak beobachtet. Die Säuren zeigten sie am deutlichsten. In grösserer Concentration ($m = 0,001$) verlor sie sich, so dass die absorbirte Menge nicht etwa dem Gehalte der Lösung proportional ist.

Man benutzte für die Messungen dieser Arbeit immer die gleich nach dem Rühren, während die Flüssigkeit noch in Bewegung war, erhaltenen Zahlen.

Die neutralen Salze scheinen frei von der Absorptionserscheinung zu sein.

24. Temperatureinfluss.

Schon in der ersten Veröffentlichung mit Grotthian und dann in meinen späteren Mittheilungen wurde besonders hervorgehoben, dass die Temperatur, welche das Leitungsvermögen der Electrolyte so stark beeinflusst wie kaum eine andere Eigenschaft der Körper, auf verdünnte Salzlösungen einen nahe gleichen Einfluss ausübt. Die Temperaturcoefficienten, in stärkerer Lösung sehr verschieden, nähern sich bei allen Salzen bei zunehmender Verdünnung einem nur wenig verschiedenen Grenzwerthe. Ich hatte angegeben, dass diese Grenzwerthe zwischen den Grenzen 0,0211 und 0,0255 eingeschlossen erscheinen¹⁾, und zwar waren es etwa vierzig sehr verschiedenartige Salze, die diesen Beobachtungen unterworfen wurden.

Von den in diesem Aufsatze vorkommenden Körpern habe ich nun gemeinsam die Lösungen $m = 0,01$ alle bei 18° und 26° untersucht und daraus, wie früher den Temperaturcoefficienten

$$\Delta = \frac{1}{k_{18}} \left(\frac{dk}{dt} \right)_{22} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{k_{18}} \frac{k_{26} - k_{18}}{8}$$

abgeleitet. Noch schwächere Lösungen bieten die Schwierigkeit, dass dieselben sich mit der zur Beobachtung notwendigen Zeit, auch durch das Erwärmen selbst, leicht etwas ändern. Selbst für $m = 0,01$ liessen sich bei den alkalischen Lösungen solche kleine Aenderungen nicht ganz vermeiden. Deswegen wurde die Messung bei 18° stets zum Schlusse

1) Ich hatte die nahe Gleichheit nicht, wie Hr. Bouty angibt (p. 61), von meinen damaligen schwächsten fünfprocentigen Lösungen behauptet, für welche die Unterschiede ja noch etwas grösser sind, sondern hatte bei der ausführlichen Besprechung des Gegenstandes ausdrücklich gesagt: „Verlängert man den Zug der Curven bis zur Abscisse Null (reines Wasser), so erhält man . . .“

wiederholt und aus den bei steigender und bei sinkender Temperatur erhaltenen beiden Werthen für Δ das Mittel genommen.

Man fand z. B. bei:

| | K_2CO_3 | Na_2CO_3 | KOH | |
|----------|-----------|------------|--------|---------------|
| steigend | 0,0247 | 0,0265 | 0,0261 | 0,0194 0,0188 |
| sinkend | 0,0251 | 0,0269 | 0,0266 | 0,0201 0,0197 |

Bei den Säuren und den neutralen Salzen bieten sich gar keine Schwierigkeiten.

Die gefundenen Zahlen sind:

Tabelle VI.

Temperaturcoefficienten für Lösungen vom
Moleculargehalte $m = 0,01$.

| | | | | | | | |
|-----------------------------------|--------|-------------------------|--------|-----------------------|--------|--------------------------------|--------|
| KCl | 0,0221 | KJ | 0,0219 | $\frac{1}{2}K_2SO_4$ | 0,0223 | $\frac{1}{2}K_2CO_3$ | 0,0249 |
| NH_4Cl | 0,0226 | KNO_3 | 0,0216 | $\frac{1}{2}Na_2SO_4$ | 0,0240 | $\frac{1}{2}Na_2CO_3$ | 0,0265 |
| NaCl | 0,0238 | $NaNO_3$ | 0,0226 | $\frac{1}{2}Li_2SO_4$ | 0,0242 | KOH | 0,0194 |
| LiCl | 0,0232 | $AgNO_3$ | 0,0221 | $\frac{1}{2}MgSO_4$ | 0,0236 | HCl | 0,0159 |
| $\frac{1}{2}BaCl_2$ | 0,0234 | $\frac{1}{2}Ba(NO_3)_2$ | 0,0224 | $\frac{1}{2}ZnSO_4$ | 0,0234 | HNO_3 | 0,0162 |
| $\frac{1}{2}ZnCl_2$ | 0,0239 | $KClO_3$ | 0,0219 | $\frac{1}{2}CuSO_4$ | 0,0229 | $\frac{1}{2}H_2SO_4$ | 0,0125 |
| $\frac{1}{2}MgCl_2$ ¹⁾ | 0,0241 | $KC_2H_3O_2$ | 0,0229 | | | $\frac{1}{2}H_2SO_4$ $m=0,001$ | 0,0159 |

Diese Werthe ordnen sich in die früheren graphischen Darstellungen²⁾ sehr gut ein, sie weichen von denjenigen, die ich aus diesen Curven für grosse Verdünnung erwartete, kaum merklich ab.

Es wird auch vor allem der früher von mir für Salze mit einwerthigen Säuren ausgesprochene Satz³⁾, dahin erweitert, dass der Temperaturcoefficient von äusserster Verdünnung an bei allen Electrolyten zunächst abnimmt.⁴⁾

Der Temperaturcoefficient ändert sich aber, wie schon

1) $MgCl_2$ nach älteren Beobachtungen für $m = 0,018$.

2) l. c. Taf. 1 u. 2.

3) l. c. p. 194.

4) Nur $BaNa_2O_6$ hat einen etwas kleineren Werth gegeben, worauf ich aber kein Gewicht legen will, da das Becherglas nach dem Versuche den schon p. 175 erwähnten weisslichen Ansatz an den Wänden zeigte, der die Bildung von freier Säure wahrscheinlich macht.

Arrhenius bemerkte¹⁾, in grosser Verdünnung wenig; keineswegs in einem ähnlichen Maasse wie das spezifische Leitungsvermögen.

Die von Arrhenius gefundenen Zahlen stimmen mit den meinigen ziemlich gut. Vicentini's eingehende Beobachtungen²⁾ werden, wie dieser selbst gezeigt hat, mit grösster Uebereinstimmung bestätigt. Vicentini beobachtete den Temperatureinfluss bis zu weiter gehenden Verdünnungen, wobei die Zahlen nur wenig wachsen. Man kann dieselben also wirklich als die Grenzwerte des Temperaturcoefficienten in äusserster Verdünnung annehmen.

Von strenger Gleichheit der Coefficienten ist auch bei neutralen Salzen nicht die Rede.³⁾

Die von Grotthian zuerst nachgewiesene Annäherung der Zahlen an den Temperaturcoefficienten der Reibung des Wassers ist natürlich von grossem Interesse. Wir verweisen in dieser Beziehung auf die Aufsätze von Grotthian, Stephan, Grossmann, Bouty. Der von Grossmann aufgestellte Satz, welchen Bouty benutzt, ist übrigens von ersterem selbst bereits, als auf einem Irrthum beruhend, zurückgenommen worden.

Auch die Aetzkalkalien ändern ihren Temperaturcoefficienten in grosser Verdünnung nicht wesentlich. Derselbe behält den kleineren Betrag, welchen ich früher gefunden habe. Vgl. auch Vicentini.

Dasselbe gilt für den noch kleineren Werth, welchen die einbasischen Mineralsäuren, Salpetersäure und Salzsäure, auch in dieser Beziehung so gut wie gleicher Grösse, zeigen. Essigsäure scheint sich anzuschliessen.

Die Schwefelsäure. Ein merkwürdiges Verhalten zeigt auch hier wieder die Schwefelsäure, deren Temperaturcoefficienten ich für 0,01 grösser (= 0,0125) fand als nach

1) Arrhenius, l. c. p. 44.

2) Vicentini, l. c. p. 25.

3) Bouty beobachtet zwischen 0 und 20° eine Anzahl von Salzen. Um seine Zahlen mit den unserigen vergleichbar zu machen, müsste das quadratische Glied bekannt sein. Bouty findet, dass dasselbe verschwinde; nach Vicentini wäre dies nicht der Fall.

den früheren Bestimmungen von Grotthian und mir zu erwarten wäre (0,0112). Da sich schon aus dem Leitungsvermögen selbst die Vermuthung ergab (p. 206), dass die Schwefelsäure in grosser Verdünnung ihre Constitution ändere, so untersuchte ich noch den Temperatureinfluss auf diese Säure in der zehnfachen Verdünnung $m = 0,001$.

Wie schon oben der Tabelle hinzugefügt wurde, erhielt man die Zahl 0,0159; auch in dieser Beziehung verhält sich die so verdünnte Schwefelsäure den einbasischen Säuren fast genau entsprechend.

Auch die Phosphorsäure gab für $m = 0,006$ einen grösseren Coëfficienten als aus stärkeren Lösungen zu erwarten wäre, nämlich 0,0137. Auch Arrhenius findet grössere Werthe. Es würde interessant sein, wenn die Säuren in grosser Verdünnung alle denselben Temperatureinfluss ergäben, besonders, da hier wohl der Wasserstoff derjenige Bestandtheil ist, welcher das Leitungsvermögen hervorragend bedingt, und man also einen leichter zu analysirenden Fall vor Augen haben würde.

25. Ueber die Mischung von Säuren und Basen in Lösung.

Die p. 202 beschriebenen Erscheinungen des allmählichen anfänglichen Wachsthum des specifischen Leitungsvermögens bei dem Zusatz von Säuren oder Alkalien zum Wasser und der von Hrn. Arrhenius zuerst veröffentlichte Erklärungsversuch für diesen Vorgang gab die Veranlassung zu einigen Versuchen, wie das Leitungsvermögen verdünnter Lösungen sich ändert, wenn man zu einer Base allmählich eine Säure gibt oder umgekehrt. Ausserdem wurde zu einer Lösung von neutralem Salz die Säure oder die Base allmählich im Ueberschuss zugesetzt.

Um wirklich zu einem Abschluss der hier vorliegenden interessanten Frage zu kommen, genügen freilich die Versuche noch nicht. Man müsste mit Wasser arbeiten können, welches wirklich von den angenommenen Verunreinigungen frei wäre. Indessen ist doch Folgendes aus den Beobachtungen zu entnehmen.

Starke Basen und Säuren (KOH, NaOH, HCl, H₂SO₄)

zeigen ein Leitungsvermögen, welches bei der Neutralisation zuerst bis zu einem scharf markirten Punkte abnimmt, dann zunimmt. Dieser Punkt wird derjenige des neutralen Salzes sein. NaOH und H_3PO_4 schien eine mehrfach geknickte Curve zu liefern.

KOH oder NaOH gab dagegen mit Essigsäure keine scharf geknickten Curven für K , sondern allmähliche Uebergänge. Es scheint hier also ein scharf bestimmter Punkt der Neutralisation nicht zu bestehen.

Einen Theil dieser Versuche hat Hr. Kreichgauer ausgeführt.

Es ist begreiflich, dass am Schlusse dieser langjährigen Arbeit sich der Wunsch regt, auch in die beachtenswerthen theoretischen Betrachtungen der hier oft genannten Verfasser insbesondere von Arrhenius näher einzutreten. Aber schon mit Rücksicht auf das bereits so grosse Volumen dieser Veröffentlichung unterdrücke ich den Wunsch und spreche nur meine Genugthuung darüber aus, dass die Erforschung des Wesens einer Lösung sich jetzt ernstlich der Electrolyse, des zweifellos ausgiebigsten Mittels auf diesem Gebiete bemächtigt.

Würzburg, Juli 1885.

II. *Ueber die electriche Leitungsfähigkeit der Mischungen von Aethylalkohol mit Aethyläther; von Emanuel W. R. Pfeiffer.*

(Aus dem phys. Laboratorium der techn. Hochschule zu München.)

(Hierzu Taf. III Fig. 1.)

Die vorliegende Abhandlung bildet ein Glied einer schon seit längerer Zeit im Gang befindlichen Experimentaluntersuchung über die electriche Leitungsfähigkeit schlechter flüssiger Leiter und schliesst sich an zwei bereits veröffentlichte Arbeiten des Verfassers an: Ueber die electriche Leitungsfähigkeit der Mischungen von Wasser und

Alkohol¹⁾ und Ueber die electrische Leitungsfähigkeit des absoluten Alkohols.²⁾

Betreffs der Beobachtungsmethoden, Instrumente und Versuchsanordnung verweise ich auf die erste obiger Abhandlungen und ergreife die Gelegenheit, eine Correctur in derselben anzubringen, die auch für die vorliegende Untersuchung massgebend ist. Wegen der Kleinheit der Widerstandscapacität des von mir angewandten Gefässes wurde dieselbe auf einem Umwege mit zwei Gefässen grösserer Capacität ermittelt. Das grössere von beiden wurde mit Normallösungen von Zinkvitriol und Bittersalz bestimmt zu:

$$k = 0,001\,114 \quad \text{und} \quad k = 0,001\,106.$$

In letzter Zeit erschien nun eine Berichtigung von Hrn. Prof. F. Kohlrausch, in der er die in seinen Abhandlungen angegebene Leitungsfähigkeit der Bittersalzlösung statt zu 456 zu 460 angibt. Damit erhöht sich auch die zweite der obigen Zahlen auf 0,001 116; die beiden Aichungen ergeben nun für die Capacität des grössten Gefässes in weit besserer Uebereinstimmung die Werthe:

$$k = 0,001\,114 \quad \text{und}$$

$$k = 0,001\,116$$

$$\text{im Mittel } k = 0,001\,115.$$

Dementsprechend wird dann die Capacität des zweiten Gefässes:

$$k_1 = 0,000\,016\,10$$

und die des weiter benutzten Widerstandsgefässes:

$$k_2 = 0,000\,000\,331\,7;$$

also 0,5 Proc. höher, als früher. Demgemäss sind auch die früheren Leitungsfähigkeiten um diesen Betrag zu hoch; was jedoch für die citirten Arbeiten nicht weiter in Betracht kommt, da die absoluten Werthe ohnedies durch Zufälligkeiten stark beeinflusst werden, und es nur auf die relativen Verhältnisse ankam.

Die beiden Flüssigkeiten wurden als reiner, absoluter

1) Pfeiffer, Sitzungsber. d. k. bair. Acad. d. Wiss. 15. p. 93. 1885 und Wied. Ann. 25. p. 232. 1885.

2) Pfeiffer, Sitzungsber. d. k. bair. Acad. d. Wiss. 15. p. 227. 1885 und Wied. Ann. 26. p. 31. 1885.

Alkohol und reiner absoluter Aether aus der hiesigen chemischen Fabrik von Perutz bezogen und ersterer mit gebranntem Kalk, letzterer mit getrocknetem Chlorcalcium lange Zeit behandelt, dann mit Rückflusskühler gekocht und schliesslich unter sorgfältigem Abschluss der atmosphärischen Feuchtigkeit destillirt und weiter aufbewahrt. Diese Behandlung wurde solange mit beiden wiederholt, bis der absolute Alkohol, mit der Leitungsfähigkeit bei jeder Destillation tiefer sinkend, die Leitungsfähigkeit $\lambda = 0,1876$ (wieder als Leitungsfähigkeit für Quecksilber bei $0^\circ: 10^{10}$ angenommen) und einen negativen Temperaturcoefficienten:

$$\frac{\Delta\lambda}{\Delta t} = -0,00704$$

erlangt hatte.

Noch grössere Reinheit zu erreichen, war nicht mehr wünschenswerth, da es sich um möglichste Constanz der Lösung während der eine lange Reihe von Tagen in Anspruch nehmenden Versuchsreihe handelte, und die Gefahr der Aenderung der Leitungsfähigkeit mit wachsender Reinheit zunimmt. Der ganz analog behandelte Aether zeigte eine unmessbare kleine Leitungsfähigkeit, jedenfalls lag sie weit unter der untersten noch messbaren Grenze 0,003.

Die Herstellung beliebiger Mischungsverhältnisse geschah durch Ueberführung beider Flüssigkeiten aus den grossen Flaschen, in denen sie aufbewahrt wurden, in ein eigenes Mischgefäss; die procentische Zusammensetzung jeder Mischung wurde durch Wägung bestimmt. Um die atmosphärische Luft beim Mischen fern zu halten, wurden die Flüssigkeiten durch ganz trocken gehaltene Glasröhrenleitungen, die mit Korkstöpseln in die zu verbindenden Gefässe luftdicht eingesetzt werden konnten, mittelst einer Wasserluftpumpe eingesaugt.

Um Temperaturcoefficienten zu bestimmen, wurden zwei grosse Wasserbäder in Anwendung gebracht, eines wurde durch einen Thermostaten auf 29° und das andere durch Einleiten von Brunnenwasser auf ca. 15° erhalten. Die Resultate einer einzigen ganzen Versuchsreihe sind in den

folgenden Tabellen zusammengestellt. Die Beobachtungen wurden in möglichst rascher Folge angestellt, um ungefähre Constanz der beiden constituirenden Flüssigkeiten während der Versuchsdauer annehmen zu können.

In der ersten Verticalreihe steht der Aethergehalt jeder Mischung in Gewichtsprocenten. Die zweite Reihe enthält unter ω die direct abgelesenen Widerstände in Siemenseinheiten, unter t und t_1 sind die tiefen und hohen Temperaturen verstanden. Die zwei folgenden Columnen enthalten Tag und Stunde der Ablesung. Sodann folgen die Leitungsfähigkeiten λ der Lösungen. Die Zahlen $\Delta_h(t)$ und $\Delta_h(t_1)$ geben das Ansteigen der Leitungsfähigkeiten pro Stunde, wenn die Lösungen bei constanter Temperatur t oder t_1 sich selbst überlassen sind. Inwiefern diese beiden letzten Grössen zur Berechnung der nun folgenden dienen, ist in der bereits citirten Abhandlung¹⁾ ausgeführt. Δ_t ist ferner die Zunahme der Leitungsfähigkeit beim Anwachsen der Temperatur um 1° . λ_{18} ist die hieraus berechnete Leitungsfähigkeit bei 18° ; der Temperaturcoefficient ist in der letzten Columnne Δ_t/λ_{18} angegeben.

Tabelle I.

| Proc. | ω | t | t_1 | Zeit der Ablesung | | λ | $\Delta_h(t)$ | $\Delta_h(t_1)$ | $10^6 \Delta_t$ | λ_{18} | $10^6 \frac{\Delta_t}{\lambda_{18}}$ |
|-------|----------|-------|-------|-------------------|--------------------|-----------|---------------|-----------------|-----------------|----------------|--------------------------------------|
| | | | | Tag | Stunde | | | | | | |
| 0 | 17680 | 14,74 | — | 5. Juli | 9 ^h 10' | 0,1876 | 0,0013 | | | | |
| " | 17570 | 14,84 | — | " | 10 7 | 0,1888 | | | | | |
| " | 19180 | — | 28,92 | " | 11 28 | 0,1729 | | 0,0024 | —1300 | 0,1847 | —704 |
| " | 19010 | — | 29,02 | " | 12 10 | 0,1745 | — | | —1110 | 0,1918 | —577 |
| " | 16990 | 14,88 | — | " | 3 25 | 0,1952 | | | | | |
| " | 16960 | 15,08 | — | " | 4 15 | 0,1956 | 0,0009 | | | | |
| 23,24 | 19780 | 15,28 | — | 6. Juli | 9 ^h 1' | 0,1677 | 0,0035 | | | | |
| " | 19540 | 15,08 | — | " | 9 36 | 0,1698 | | | —388 | 0,1687 | —230 |
| " | 19570 | — | 28,97 | " | 11 7 | 0,1695 | — | 0,0034 | —263 | 0,1791 | —147 |
| " | 19290 | — | 29,01 | " | 11 51 | 0,1720 | | | | | |
| " | 18450 | 15,28 | — | " | 1 56 | 0,1798 | | | | | |
| " | 18380 | 14,70 | — | " | 2 52 | 0,1805 | 0,0005 | | | | |
| 23,45 | 22250 | 13,81 | — | 6. Juli | 4 ^h 15' | 0,1491 | 0,0010 | | | | |
| " | 22110 | 13,75 | — | " | 5 9 | 0,1500 | | | —197 | 0,1492 | —132 |
| " | 22320 | — | 26,91 | " | 6 37 | 0,1486 | — | 0,0012 | | | |
| " | 20170 | — | 28,92 | 7. Juli | 7 22 | 0,1644 | | | + 14 | 0,1650 | + 8 |
| " | 20100 | 14,98 | — | " | 8 48 | 0,1650 | | | | | |
| " | 20120 | 15,02 | — | " | 9 33 | 0,1649 | 0,0000 | | | | |

1) Pfeiffer, Sitzungsber. d. k. bair. Acad. d. Wiss. 15. p. 230. 1885.

| Proc. | ω | t | t_1 | Zeit der Ableseung | | λ | $\Delta_h(t)$ | $\Delta_h(t_1)$ | $10^5 \Delta_t$ | λ_{18} | $10^5 \frac{\Delta_t}{\lambda_{18}}$ |
|-------|----------|-------|-------|--------------------|---------------------|-----------|---------------|-----------------|-----------------|----------------|--------------------------------------|
| | | | | Tag | Stunde | | | | | | |
| 29,12 | 20150 | 15,34 | — | 7. Juli | 10 ^h 18' | 0,1646 | | | | | |
| " | 20430 | 15,34 | — | " | 10 27 | 0,1624 | | | | | |
| " | 20980 | 15,18 | — | " | 10 59 | 0,1581 | | | | | |
| " | 21600 | 15,12 | — | " | 11 50 | 0,1536 | | | | | |
| " | 21880 | 15,18 | — | " | 12 32 | 0,1516 | | | | | |
| " | 22210 | 15,12 | — | " | 2 2 | 0,1493 | | | | | |
| " | 22350 | 14,30 | — | " | 2 53 | 0,1484 | | | | | |
| " | 22620 | 13,87 | — | " | 3 55 | 0,1466 | | | | | |
| " | 22680 | 13,92 | — | " | 4 32 | 0,1463 | | | | | |
| " | 22730 | 14,20 | — | " | 5 6 | 0,1459 | | | | | |
| " | 22810 | 13,90 | — | " | 5 42 | 0,1454 | | | | | |
| " | 22930 | 13,62 | — | " | 6 24 | 0,1447 | | | | | |
| " | 22960 | 14,30 | — | " | 7 38 | 0,1445 | | | | | |
| " | 23200 | 14,72 | — | 8. Juli | 5 53 | 0,1430 | 0,0003 | | | | |
| " | 23160 | 14,80 | — | " | 6 28 | 0,1432 | | | 647 | 0,1453 | 443 |
| " | 21670 | — | 28,97 | " | 7 46 | 0,1531 | — | 0,0007 | | | |
| " | 21560 | — | 28,97 | " | 8 57 | 0,1539 | | | 649 | 0,1476 | 440 |
| " | 22860 | 14,20 | — | " | 11 3 | 0,1451 | 0,0000 | | | | |
| " | 22860 | 14,27 | — | " | 12 13 | 0,1451 | | | | | |
| 34,62 | 22200 | 14,25 | — | " | 3 ^h 4' | 0,1494 | | | | | |
| " | 23230 | 14,06 | — | " | 3 37 | 0,1428 | | | | | |
| " | 24210 | 14,10 | — | " | 4 26 | 0,1370 | | | | | |
| " | 24960 | 14,00 | — | " | 5 9 | 0,1329 | | | | | |
| " | 25950 | 13,88 | — | " | 6 13 | 0,1278 | | | | | |
| " | 27650 | 13,92 | — | " | 8 28 | 0,1200 | | | | | |
| " | 30030 | 14,30 | — | 9. Juli | 6 28 | 0,1104 | | | | | |
| " | 30050 | 14,35 | — | " | 7 2 | 0,1103 | 0,0005 | | | | |
| " | 29920 | 14,22 | — | " | 8 8 | 0,1109 | | | | | |
| " | 25700 | — | 28,80 | " | 9 18 | 0,1291 | — | 0,0012 | 1170 | 0,1155 | 101 |
| " | 25050 | — | 28,92 | " | 11 58 | 0,1324 | | | 940 | 0,1238 | 760 |
| " | 27530 | 14,53 | — | " | 2 4 | 0,1205 | 0,0004 | | | | |
| " | 27420 | 14,10 | — | " | 4 13 | 0,1210 | | | | | |
| 50,02 | 32800 | 14,40 | — | " | 5 ^h 26' | 0,1011 | | | | | |
| " | 33780 | 14,00 | — | " | 5 47 | 0,0979 | | | | | |
| " | 35500 | 13,52 | — | " | 6 33 | 0,0935 | | | | | |
| " | 36540 | 13,80 | — | " | 7 40 | 0,0908 | | | | | |
| " | 38130 | 14,20 | — | 10. Juli | 6 28 | 0,0870 | | | | | |
| " | 38680 | 13,84 | — | " | 7 48 | 0,0857 | 0,0010 | | | | |
| " | 37400 | 14,12 | — | " | 10 27 | 0,0887 | | | 866 | 0,0921 | 940 |
| " | 32280 | — | 29,04 | " | 12 — | 0,1028 | — | 0,0011 | | | |
| " | 31410 | — | 28,90 | " | 2 29 | 0,1056 | | | 673 | 0,0993 | 680 |
| " | 34400 | 13,62 | — | " | 4 17 | 0,0964 | 0,0002 | | | | |
| " | 33930 | 14,57 | — | " | 7 29 | 0,0975 | | | | | |
| 59,09 | 48200 | 15,21 | — | 11. Juli | 7 ^h 28' | 0,0688 | | | | | |
| " | 49900 | 14,78 | — | " | 8 3 | 0,0664 | | | | | |
| " | 53300 | 15,20 | — | " | 9 28 | 0,0623 | | | | | |
| " | 53900 | 14,98 | — | " | 12 5 | 0,0616 | | | | | |
| " | 54000 | 15,00 | — | " | 2 31 | 0,0614 | —0,0001 | | | | |
| " | 54400 | 15,00 | — | " | 6 4 | 0,0610 | | | 187 | 0,0616 | 300 |
| " | 51500 | — | 28,93 | " | 8 27 | 0,0644 | | 0,0006 | | | |
| " | 46700 | — | 28,98 | 12. Juli | 7 37 | 0,0710 | | | | | |

| Proc. | ω | t | t_1 | Zeit der Ablesung | | λ | $\Delta_h(t)$ | $\Delta_h(t_1)$ | $10^6 \Delta_t$ | λ_{18} | $10^6 \frac{\Delta_t}{\lambda_{18}}$ |
|--------|-----------|-------|-------|-------------------|--------------------|-----------|---------------|-----------------|-----------------|----------------|--------------------------------------|
| | | | | Tag | Stunde | | | | | | |
| 72,54 | 180 000 | 15,86 | — | 12. Juli | 8 ^h 46' | 0,0184 | | | | | |
| " | 186 700 | 15,60 | — | " | 9 39 | 0,0177 | | | | | |
| " | 194 100 | 15,42 | — | " | 10 45 | 0,0171 | | | | | |
| " | 198 100 | 15,70 | — | " | 11 47 | 0,0168 | | | | | |
| " | 203 900 | 15,55 | — | " | 3 41 | 0,0163 | 0,0000 | | | | |
| " | 204 000 | 15,88 | — | " | 6 47 | 0,0163 | | | -153 | 0,0160 | -960 |
| " | 228 000 | — | 29,02 | " | 9 6 | 0,0145 | | 0,0002 | | | |
| " | 187 000 | — | 28,88 | 13. Juli | 3 53 | 0,0177 | | | | | |
| 82,53 | 1000 000 | 15,6 | — | 14. Juli | — | 0,003 | | | | | |
| 100,00 | unmessbar | | | | | | | | | | |
| 0 | 16 330 | 15,55 | — | 21. Juli | 3 ^h 53' | 0,2031 | 0,0035 | | | | |
| " | 16 000 | 15,53 | — | " | 5 5 | 0,2073 | | | 1440 | 0,2109 | 683 |
| " | 14 170 | — | 29,08 | " | 6 36 | 0,2341 | | 0,0061 | | | |
| " | 10 720 | — | 28,85 | 22. Juli | 6 58 | 0,3094 | | | | | |

Aus dieser Tabelle ist zunächst der Verlauf der auf gemeinsame Temperatur (18° C.) reducirten Leitungsfähigkeiten λ_{18} der verschiedenen Procentgehalte ersichtlich. In der Figurentafel ist die betreffende Curve dargestellt und zeigt, dass die Leitungsfähigkeit mit steigendem Aethergehalt stetig fällt. Die Werthe λ_{18} sind allerdings nicht direkt miteinander vergleichbar, da die ersten Zahlen bald nach der Herstellung der Lösung erzielt wurden, während bei den späteren Concentrationsgraden aus weiter unten zu erörternden Gründen oft lange, bis zu 20 Stunden mit der Bestimmung gewartet werden musste, sodass also die auch den vorliegenden Lösungen eigenthümliche Erscheinung, bei ruhigem Stehenbleiben mit der Leitungsfähigkeit zu steigen, die betreffenden Zahlen zu gross erscheinen lassen musste. Nichtsdestoweniger gibt die Curve ein nahe richtiges Bild des Verlaufes der Erscheinung. Bei etwa 70 Proc. zeigt die Curve einen Wendepunkt, und sodann erfolgt die Annäherung an die Abscissenaxe immer langsamer. Wenn auch eine Verlängerung der Curve über 82 Proc. hinaus nicht entscheiden lässt, ob bis 100 Proc. die Abscissenaxe erreicht wird oder nicht, so könnte man doch infolge der immer langsameren Annäherung an die Abscissenaxe auf die Vermuthung kommen, dass auch der reine

Aether noch eine wenn auch nach meiner Anordnung unmessbar kleine Leitungsfähigkeit besitzt. Später wird noch ein gewichtigerer Anhaltspunkt für die Leitungsfähigkeit des Aethers besprochen werden.

Was den Einfluss der Zeit auf die Lösungen anbelangt, so erkennt man aus Tabelle I, dass bei den dem absoluten Alkohol naheliegenden Mischungen ganz ähnliche Verhältnisse vorliegen, wie bei diesem selbst. Vom Moment der Einfüllung an steigen die Leitungsfähigkeiten stetig, wie es bei reinem Wasser und reinem Alkohol auch der Fall ist. Die unter $\Delta_h(t)$ und $\Delta_h(t_1)$ verzeichneten Incremente der Leitungsfähigkeiten sind bei der tiefen Temperatur t im allgemeinen beträchtlich kleiner als bei der hohen t .

Bei der 29 procentigen Lösung ändern sich diese Verhältnisse, indem von hier bis zu den höchsten Aethergehalten eine merkwürdige Erscheinung eintritt. Es sinken vom Moment der Mischung an die Leitungsfähigkeiten der Lösungen bei constanter Temperatur langsam immer tiefer, erreichen nach verschiedenen Zeiten ein Minimum und fangen von da an, ähnlich wie die alkoholreicheren Lösungen, wieder stetig in die Höhe zu gehen: Mit Hilfe der Zahlen der Tabelle I ist in der Curventafel der Verlauf der Leitungsfähigkeit in seiner Abhängigkeit von der Zeit für 3 Procentgehalte dargestellt. Die Curven fallen anfangs rasch ab, nähern sich dann immer langsamer der Abscissenaxe, haben ein flaches Minimum und steigen dann langsam wieder an. Dieses Steigen entspricht dem gewöhnlichen Anwachsen der Leitungsfähigkeit mit der Zeit. Um einen genaueren Ueberblick über diesen Vorgang zu gewähren, ist Tabelle II zusammengestellt.

In der ersten Reihe steht der Procentgehalt, in der zweiten unter T die Zeit in Stunden, die von der ersten Ablesung bis zum Eintritt des Minimums verstrich. λ_0 und λ_1 sind die Anfangs- und Endwerthe für die Leitungsfähigkeiten. Sodann wurden aus beiden die Differenzen $\lambda_0 - \lambda_1$ gebildet und als Maass für das Sinken der Leitungsfähigkeiten die Werthe $(\lambda_0 - \lambda_1)/\lambda_0$ und $(\lambda_0 - \lambda_1)/\lambda_1$ berechnet.

Tabelle II.

| Proc. | T | λ_0 | λ_1 | $\lambda_0 - \lambda_1$ | $\frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_0}$ | $\frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_1}$ |
|-------|------|-------------|-------------|-------------------------|---|---|
| 29,12 | 15 * | 0,1646 | 0,1430 | 0,0216 | 0,131 | 0,151 |
| 34,62 | 16 | 0,1494 | 0,1103 | 0,0391 | 0,262 | 0,354 |
| 50,02 | 14,4 | 0,1011 | 0,0857 | 0,0154 | 0,152 | 0,180 |
| 59,09 | 10,6 | 0,0688 | 0,0610 | 0,0078 | 0,114 | 0,128 |
| 72,54 | 6,9 | 0,0184 | 0,0163 | 0,0021 | 0,114 | 0,128 |

* Hier fiel das Minimum in der Nacht und wurde dann das Mittel aus der letzten Beobachtung des vorhergehenden und der ersten des folgenden Tages genommen.

Die Grössen λ_0 wurden so rasch als möglich bestimmt; allein da von der Mischung an durch die Wägung und das Einfüllen in das Widerstandsgefäss eine gewisse Zeit verstrich, so sind die Zahlen λ_0 zu klein, da gerade in diese Periode (s. die vorhin erwähnten Curven) das rascheste Sinken der Leitungsfähigkeiten fällt. Immerhin lassen sich die Zahlen direct vergleichen, da bei allen Lösungen zwischen Mischung und erster Widerstandsbestimmung ungefähr die gleiche Zeit verstrich.

Die beiden Reihen $(\lambda_0 - \lambda_1)/\lambda_0$ und $(\lambda_0 - \lambda_1)/\lambda_1$, die ein Maass für die Veränderung bilden, haben etwa bei 35 Proc. ein Maximum, nach oben nehmen sie langsam, nach unten dagegen sehr rasch ab, sodass zwischen 23,4 Proc. und 29,1 Proc. bereits Null erreicht ist. Nach oben lässt sich der Verlauf nicht völlig verfolgen wegen der Unmessbarkeit der Leitungsfähigkeiten. Betrachtet man die Reihe T , welche die zur Veränderung der Lösung nöthige Zeit enthält, so erkennt man, dass auch hier ein Maximum an derselben Stelle eintritt, sodass also der Satz aufgestellt werden kann: Die durch die Grössen $(\lambda_0 - \lambda_1)/\lambda_0$ und $(\lambda_0 - \lambda_1)/\lambda_1$ gemessene Umwandlung der Lösung bei constanter Temperatur verläuft analog mit der hierzu nothwendigen Zeit.

Fragt man nun nach den thatsächlichen Vorgängen, die obigen Erscheinungen zu Grunde liegen, so könnte man zwei Annahmen machen: Erstens, dass bei Beginn der Widerstandsmessungen die gleichförmige Mengung der Bestand-

theile noch nicht erfolgt sei und sich erst im Verlauf obiger Zeiten T vollziehe; zweitens könnte etwa der Durchgang der electrischen Ströme bei den häufigen Messungen irgend einen Einfluss haben.

Was den ersten Grund anlangt, so ist er schon dadurch widerlegt, dass die Gemische nach ihrer Vereinigung im Mischgefäss etwa eine Minute lang heftig geschüttelt wurden, und dass ferner eine mechanische Mengung so leicht mischbarer Flüssigkeiten, wie Alkohol und Aether, unmöglich bis zu sechzehn Stunden Zeit in Anspruch nehmen kann. Zur gleichzeitigen Beseitigung beider Einwände führe ich folgenden Versuch an, der schon vor den definitiven Resultaten der Tabelle I mit weniger reinen Lösungen, was für unseren Zweck nichts ausmacht, angestellt worden war. Es wurde eine grössere Menge einer 41,3 procent. Lösung hergestellt, ein Theil gleich nach der Mischung in das Widerstandsgefäss eingefüllt und das Sinken der Leitungsfähigkeit beobachtet. Von Zeit zu Zeit wurde die Lösung ausgegossen und durch neue aus dem Mischgefäss ersetzt, das auf derselben Temperatur sich befand wie das Widerstandsgefäss. (Tabelle III.)

Tabelle III.

| Nr. der Füllung | ω | t | Zeit der Ablesung | | λ |
|-----------------|----------|-------|-------------------|---------------------|-----------|
| | | | Tag | Stunde | |
| 1 | 14860 | 14,46 | 7. Juni | 12 ^h 18' | 0,2231 |
| — | 16770 | 14,80 | „ | 2 6 | 0,1969 |
| 2 | 17760 | 13,20 | „ | 2 49 | 0,1860 |
| — | 18810 | 13,40 | „ | 3 34 | 0,1804 |
| — | 19470 | 14,25 | „ | 5 5 | 0,1696 |
| — | 20120 | 14,20 | „ | 6 5 | 0,1642 |
| — | 20790 | 14,12 | 8. Juni | 8 18 | 0,1595 |
| 3 | 21310 | 14,10 | „ | 9 22 | 0,1557 |
| — | 21320 | 14,10 | „ | 10 22 | 0,1556 |

Man sieht, dass die Vorgänge im Innern des Mischgefässes dieselben sind, wie in dem häufig von Strömen durchsetzten Widerstandsgefäss, da sich für die drei verschiedenen Füllungen die Grössen ω und λ ebenso in eine stetige Reihe einordnen lassen, als wenn eine einzige Füllung untersucht worden wäre. Es muss also schon vor dem Herausnehmen der ersten Portion die Mengung der Bestandtheile völlig er-

folgt sein, und können die electricischen Ströme keinen merkbaren Einfluss auf die Aenderung der Leitungsfähigkeit ausgeübt haben.

Es bleibt also keine andere Annahme, als dass innerhalb der völlig homogenen Mischung beider Bestandtheile moleculare Umlagerungen eintreten, die gleich nach der Vereinigung beginnen und je nach der procentischen Zusammensetzung verschieden lange Zeit in Anspruch nehmen.

Diese Umlagerungen könnten zu denken sein:

1) als chemische Einwirkung der Verunreinigungen beider Bestandtheile auf einander, etwa beispielsweise in der Art, dass der eine basische, der andere saure Beimengungen enthält, die in ungebundenem Zustand ein verhältnismässig gutes Leitungsvermögen bedingen, dass aber dann mit wachsender Neutralisation und dementsprechendem Zunehmen der im allgemeinen schlechter leitenden Salze die Leitungsfähigkeit abnimmt. In Anbetracht der grossen Reinheit der Lösungen wäre allerdings die riesige Veränderung des Widerstands, welche bis zu 50 Proc. des ursprünglichen Widerstands beträgt, erstaunlich, allein gerade die grosse Reinheit bedingt auch die grosse Empfindlichkeit gegen kleine Veränderungen. Es würden sich unter obiger Voraussetzung vielleicht in Zukunft für Messung von Geschwindigkeiten der Reaction verschiedener Körper aufeinander solche Lösungen anwenden lassen, da die Herstellung in der von mir erzielten Reinheit nicht schwierig ist.

2) Als zweiter Grund der Umlagerung könnte man an die Wirkung der Beimengungen des einen Bestandtheiles auf das Lösungsmittel des anderen denken, was wohl wenig wahrscheinlich ist.

3) bleibt dann noch übrig die Wirkung der beiden Lösungsmittel Alkohol und Aether aufeinander, was allerdings den bisherigen Vorstellungen der Chemie total entgegensteht, die mit vollendeter mechanischer Mengung zweier indifferenter Flüssigkeiten einen völlig stationären Zustand annimmt. Einen solchen stationären Zustand nahm man eben bis jetzt als selbstverständlich an, nachdem mit

den bisherigen Untersuchungsmethoden keine Aenderung mehr nachgewiesen werden konnte. Da wir nunmehr ein neues Hilfsmittel zur Untersuchung einer Flüssigkeit in der Bestimmung der Leitungsfähigkeit besitzen, das auch dann noch Aenderungen in der Mischung nachweist, so muss eben unsere Anschauung entsprechend modificirt werden. Es gewinnt dieses neue Kriterium immer höhere Bedeutung und wird voraussichtlich in Zukunft namentlich in der Chemie eine hervorragende Rolle spielen.

Indem ich die zweite Erklärung als unwahrscheinlich ausser Acht lasse, hoffe ich durch eine neue Untersuchung die Frage demnächst entscheiden zu können, ob die erste oder dritte Erklärungsweise die richtige ist.

Ich unterlasse also die weitere Discussion dieses wichtigen Punktes und wende mich zur Besprechung der Temperaturcoefficienten. Dieselben wurden genau so bestimmt, wie in der öfter citirten Abhandlung über die Leitungsfähigkeit des absoluten Alkohols ausgeführt ist. Bei denjenigen Lösungen, in denen die Leitungsfähigkeit anfangs sank, wurde der Eintritt der Minimums vorher abgewartet. Der Uebersichtlichkeit wegen stelle ich die Temperaturcoefficienten in einer eigenen Tabelle IV zusammen.

Tabelle IV.

| Proc. | $10^5 \Delta t / \lambda_{18}$ | T | Proc. | $10^5 \Delta t / \lambda_{18}$ | T |
|-------|--------------------------------|------|-------|--------------------------------|------|
| 0 | -704 | 0 | 84,62 | +1013 | 16,0 |
| 13,24 | -230 | 0 | 50,02 | + 940 | 14,4 |
| 24,45 | -132 | 0 | 59,09 | + 300 | 10,6 |
| 29,12 | +443 | 15,0 | 72,54 | - 960 | 6,9 |

Die negativen Vorzeichen bedeuten, dass der Einfluss der Temperatur der gleiche ist, wie bei den Metallen, dass also die Leitungsfähigkeit mit wachsender Temperatur sinkt. Ich will wieder diese Art der Leitungsfähigkeit wie früher metallische, im Gegensatz zu der electrolytischen nennen. Die negativen Coefficienten werden kleiner, gehen durch Null und erreichen ein positives Maximum, um bei der ätherreichsten Verbindung wieder negativ zu werden. In

der letzten Columnne ist unter T wieder die Zeit in Stunden angegeben, die nöthig war, um den stationären Zustand zu erreichen, und es fällt auf, dass das positive Maximum mit dem Maximum der Zeit coincidirt, die die Lösungen stehen mussten. In der Abhandlung über den absoluten Alkohol ist ausführlich gezeigt, wie durch blosses Stehen desselben die negativen durch Null hindurch in positive Coëfficienten übergehen und als solche immer fort steigen. Bei den vorliegenden Mischungen ist das gleiche der Fall, wie bei der 13,2 und 24,4 procentigen Lösung in Tabelle I ersichtlich ist. Da also der grösste positive Temperaturcoëfficient da auftritt, wo die Lösung am längsten gestanden war, so liegt die Annahme sehr nahe, dass das Auftreten der positiven Coëfficienten nur in dem langen Stehenbleiben zu suchen ist, und dass, wenn eine sofortige Bestimmung unmittelbar nach der Mischung möglich wäre, alle Coëfficienten negativ wären. Ganz abgesehen von der Unwahrscheinlichkeit, die der in der Tabelle angegebene Verlauf der Temperaturcoëfficienten hätte, spricht aber noch eine bedeutsame Thatsache für diese Behauptung: die ätherische Mischung hat wieder einen negativen, und zwar bedeutenden Coëfficienten, 0,0096, da sie nur sieben Stunden stehen musste, obwohl zu dieser Zeit der zur Mischung verwendete Alkohol seine metallische Leitungsfähigkeit vielleicht schon verloren hatte. Obige Bestimmung wurde nämlich am 12. Juli gemacht, der Temperaturcoëfficient des hierzu benutzten und in einer grossen Flasche aufbewahrten Alkohols war am 5. Juli $-0,00704$ und am 21. Juli $+0,00683$. (Siehe Tabelle I.)

Sogar zu noch späterer Zeit wurden zu wiederholten Malen für stark ätherhaltige Mischungen negative Coëfficienten gefunden, wo der absolute Alkohol schon längst einen ausgesprochenen positiven Temperaturcoëfficienten besass. Daraus kann man wohl ziemlich sicher den Schluss ziehen, dass die metallische Leitungsfähigkeit bis zum reinen Aether erhalten bleibt und für denselben noch ausgesprochener ist, als für Alkohol. Wir bekommen dann den Satz, dass sowohl reiner Alkohol und reiner Aether, als auch beliebige Mischungen aus beiden Flüssigkeiten in sehr

grosser Reinheit metallische Leitungsfähigkeiten zeigen.

Weiter kann gefolgert werden, dass wenn der reine Aether einen Temperaturcoefficienten besitzt, er auch Leitungsfähigkeit überhaupt zeigen muss, dass also auch der reine Aether ein wenn auch sehr schlechter Leiter der Electricität ist.

Zum Schlusse möchte ich noch eines Punktes gedenken, nämlich der Abhängigkeit der Dauer der oben beschriebenen molecularen Umsetzungen von der herrschenden Temperatur. Die Geschwindigkeit dieser Umsetzungen ist eine Function der Temperatur, und zwar zeigt sich, dass die Umwandlung in um so kürzerer Zeit vollendet wird, je höher die Temperatur der Flüssigkeit ist.

Um dies nachzuweisen, diene der nachstehend beschriebene Versuch: In dem Mischgefäss wurde eine solche Quantität einer 35,7procentigen Aetherlösung hergestellt, dass sie zu zweimaliger Füllung des Widerstandsgefässes hinreichte.

Tabelle V.

| Nr. der Füllung | ω | t | t_1 | Zeit der Ablesung | | λ |
|-----------------|----------|-------|---------------|-------------------|--------------------|-----------|
| | | | | Tag | Stunde | |
| 1 | 13200 | — | 22 (steigt) | 27. Juli | 8 ^h 14' | 0,2513 |
| — | 14180 | — | 28,5 (steigt) | " | 8 39 | 0,2339 |
| — | 15100 | — | 28,98 | " | 9 16 | 0,2197 |
| — | 15420 | — | 28,98 | " | 9 38 | 0,2151 |
| — | 15650 | — | 28,98 | " | 10 6 | 0,2119 |
| — | 15740 | — | 28,96 | " | 11 12 | 0,2107 |
| — | 15660 | — | 28,96 | " | 11 38 | 0,2118 |
| — | 17620 | 14,40 | — | " | 11 57 | 0,1883 |
| 2 | 21300 | 14,50 | — | " | 12 6 | 0,1557 |
| — | 21740 | 14,42 | — | " | 12 23 | 0,1526 |
| — | 22220 | 14,67 | — | " | 2 16 | 0,1493 |
| — | 22320 | 13,70 | — | " | 2 58 | 0,1486 |
| — | 22220 | 13,25 | — | " | 4 24 | 0,1493 |

Das erste Quantum wurde direct nach dem Einfüllen in das Bad mit der hohen Temperatur t_1 eingesetzt und der Eintritt des Minimums bei constanter Temperatur t_1 abgewartet. War dieses erfolgt, und hatte das Steigen der Leitungsfähigkeit begonnen, so wurde das Widerstandsgefäss in das Bad mit der tiefen Temperatur t gebracht und, nach-

dem es diese angenommen, noch eine Widerstandsbestimmung gemacht. Hierauf wurde die Flüssigkeit ausgegossen, und erfolgte die zweite Füllung aus dem Mischgefäß, das unterdessen im Bade t sich befunden hatte. Diese Portion wurde dann bei der Temperatur t weiter untersucht. Die Resultate zeigt die vorhergehende Tabelle V, in der die Ueberschriften der Verticalreihen dieselbe Bedeutung haben, wie früher in Tabelle I.

Um acht Uhr morgens wurden die Flüssigkeiten gemischt. Bei der ersten Füllung zeigt sich sofort und auch, nachdem die stationäre Temperatur t_1 erreicht ist, ein Sinken der Leitungsfähigkeit, das Minimum tritt etwa um 11^h12, ein; in etwas mehr als drei Stunden ist also die Umlagerung erfolgt. Sodann wurde die Füllung Nr. 1 auf t^0 abgekühlt, um einen Vergleich mit der Füllung Nr. 2 zuzulassen. Bei letzterer, die sich während der ganzen Zeit auf der Temperatur t befunden hatte, ist natürlich λ entsprechend kleiner. Aus den Zahlen der zweiten Füllung sieht man, dass hier die Werthe für die Leitungsfähigkeit auch jetzt noch sinken und etwa um drei Uhr ihr Minimum erreichen. Während also bei 29° die Erreichung des stationären Zustandes drei Stunden in Anspruch nahm, dauert sie bei ca. 14° ungefähr sieben Stunden. Eine Temperaturerhöhung von 15° beschleunigt also die Umsetzung um mehr als das Doppelte.

III. *Ueber eine veränderte Form der Wheatstone'schen Brücke und Methoden zur Messung kleiner Widerstände*¹⁾; von G. Carey Foster.

(Hierzu Taf. III Fig. 2–4.)

Die Einrichtung der Wheatstone'schen Brücke ergibt sich aus Fig. 2 Taf. III. $E A B C D F$ ist ein dicker Kupfer-

1) Diese Abhandlung ist bereits im Jahre 1872 in dem Journ. of the Soc. of Telegr. Engineers erschienen. Da dieselbe wenig bekannt geworden ist, und in Folge dessen einzelne der darin beschriebenen Methoden später in ähnlicher Form, ohne Bezugnahme darauf, angewendet worden sind, dürfte ein Auszug aus derselben mit Zusätzen des Hrn. Verfassers von Interesse sein.

G. W.

streifen, welcher bei A, B, C, D unterbrochen ist, und zwischen dessen Enden E und F ein 1,5 bis 2 mm dicker, 1 m langer Neusilberdraht gelöthet ist, auf welchem sich der Metallblock d an einer Mikrometerscala verschiebt. An jeder Seite der Unterbrechungsstellen befinden sich Klemmschrauben. Gewöhnlich werden die Batteriedrähte mit den Klemmschrauben a und b auf den Kupferstreifen AB und CD , die Galvanometerdrähte mit der Schraube c auf BC und dem Contact d verbunden. Die zu vergleichenden Widerstände werden bei B und C eingeschaltet. Sind sie klein, so werden die Unterbrechungsstellen A und D durch dicke Kupferbügel, sind sie bedeutend, durch Drähte von Widerständen, welche auf den von EF bezogen sind, geschlossen, welche somit Verlängerungen des Drahtes EF darstellen. Steht die Galvanometernadel auf Null, so verhalten sich die zu vergleichenden Widerstände in B und C sehr annähernd wie der Widerstand in $A + Ed$ zu dem Widerstand in $D + dF$. Die hierbei gemachten Fehler sind um so grösser, je kleiner die zu vergleichenden Widerstände sind. Dieselben werden völlig vermieden bei der folgenden

I. Methode zur Messung kleiner Widerstände durch Vergleichung mit einem graduirten Normaldraht. Zur Bestimmung des Widerstandes eines Drahtes, welcher kleiner ist als der Widerstand von EF , wird derselbe bei A eingeschaltet, D durch einen Leiter von verschwindendem Widerstande geschlossen, und bei B und C werden zwei passende Widerstände eingefügt, deren Verhältniss nicht mehr von der Einheit differirt, als das des zu messenden Widerstandes und des Widerstandes von EF . Der Contact wird auf einen Theilstrich m verschoben, bis die Nadel des Galvanometers auf Null steht. Ist dann der Widerstand von EF gleich L , der Widerstand von 1 mm desselben Drahtes gleich k , der Widerstand der bei A und D eingeschalteten Körper A und D , der des Kupferstreifens zwischen a und E und b und F gleich e und f , sind B und C die totalen Widerstände zwischen a und c und c und b , so ist:

$$B : C = A + e + mk : L - mk + D + f.$$

Wird darauf der zu untersuchende Widerstand bei D eingeschaltet, A durch einen verschwindenden Widerstand geschlossen, und steht bei der Nullstellung der Galvanometer-nadel der Contact auf dem Theilstrich m' , so ist:

$$B : C = D + e + m'k : L - m'k + A + f.$$

woraus folgt:

$$A - D = (m' - m)k.$$

Ist der zuerst bei D eingeschaltete Widerstand $D = 0$, so wird:

$$A = (m' - m)k.$$

Besser ist es, den Widerstand D zu bestimmen.

Sollen die Messungen auf bestimmte Einheiten bezogen werden, so drückt man erst den Widerstand eines Drahtes von einem etwas kleineren Widerstand R als den von EF in Theilen von EF aus. Er sei $R = pk$.

Dann wird eine Normalwiderstandseinheit S zu dem Widerstand R parallel geschaltet und die Messung wiederholt, wobei an Stelle des Werthes p der Werth q tritt, und somit $kq = RS/(R + S)$ ist. Aus beiden Resultaten folgt:

$$k = S \frac{p - q}{pq}.$$

Auch kann man den Normalwiderstand S bei A , einen Widerstand R_1 , der nicht ganz um den Widerstand von EF kleiner ist als S , bei D einschalten und darauf die Einschaltung umkehren, wobei d die Differenz der Einstellungen des Contactes bei der jedesmaligen Nullstellung des Galvanometers sei. Darauf vergleiche man einen weiteren Widerstand R_2 , der etwa um den Widerstand von EF kleiner ist, als R_1 , mit R_1 , wobei obige Differenz d_1 sei, u. s. f., bis man zu einem Widerstand R_n gelangt ist, welcher kleiner als der von EF ist, und welchem endlich ein verschwindender Widerstand gegenüber gestellt wird. Dann wird:

$$\begin{aligned} dk &= S - R; & d_1 k &= R_1 - R_2; \\ d_{n-1} k &= R_{n-1} - R_n; & d_n k &= R_n \end{aligned}$$

woraus folgt:

$$k = S \frac{1}{d + d_1 + \cdots + d_{n-1} + d_n}.$$

II. Methode zur Calibrirung des Messdrahtes.
Neben der Brücke wird ein zweiter getheilter „Compensa-

tions“-Draht $E'F'$ (Fig. 3) mit einem auf einer Scala verschiebbaren Contact n auf einem Brette ausgespannt. Die Pole der Batterie werden durch einen Schlüssel mit den Klemmschrauben a und b , die Enden des Galvanometerdrahtes mit den beiden Contactschiebern m und n verbunden. Die Enden des Compensationsdrahtes stehen mit den äusseren Klemmschrauben der Unterbrechungsstellen C und B in Verbindung. Die Unterbrechungen A und D sind durch einen dicken Kupferdraht k von verschwindendem Widerstand und einem kurzen Neusilberdraht G geschlossen, dessen Widerstand dem einer beliebigen Länge des Messdrahtes EF entspricht, welche man als Einheit beim Calibrieren wählen will.

Meist kann derselbe 70 mm des Messdrahtes entsprechen. Der Contact m wird nahe dem Ende F von EF gebracht und der Contact n verschoben, bis die Galvanometernadel auf Null steht. Dann werden der Calibrirungsdraht G und der dicke Kupferdraht k ausgewechselt und Schieber m verschoben, bis dieselbe Einstellung erreicht ist. Der Widerstand der von m zurückgelegten Strecke auf dem Messdraht ist gleich der Differenz des Widerstandes des Calibrirungsdrahtes G und des dicken Kupferdrahtes k . Darauf werden G und k wieder in ihre erste Lage gebracht und n wird bis zur Nullstellung des Galvanometers verschoben; G und k werden ausgewechselt und m verschoben u. s. f.¹⁾

Die vom Contact n jeweilen zurückgelegten Strecken auf $E'F'$ haben ebenfalls gleiche Widerstände: sie verhalten sich zu denen der von m überfahrenen Strecken von EF wie die Widerstände der Strecken $aBE'F'Cb$ und $aAEFDd$. Stellt man die Contacte so, dass das Galvanometer auf Null steht, während G bei D , k bei A eingeschaltet ist, sind die Widerstände von EF und $E'F'$ gleich L und L' , die der permanenten Verbindungen zwischen a und E und a und E' gleich e und e' , die permanenten Widerstände

1) Vgl. eine ähnliche Methode von G. Wiedemann bei der „Bestimmung des Ohms“, Abh. d. k. Academie der Wissenschaften zu Berlin 1884.

zwischen b und F und b und F' gleich f und f' , endlich die Widerstände Em und $E'n$ gleich r und r' , so ist:

$$k + e + r : G + f + L - r = e' + r' : f' + L' - r'$$

und bei Vertauschung von G und k :

$$G + e + r : G + f + L - r = e' + r_1' : f' + L' - r_1',$$

wo r_1' der Widerstand zwischen E' und der neuen Stellung von n , also $r_1' - r$ den Widerstand des von n überfahrenen Theiles von $E'F'$ ist. Daraus folgt:

$$r_1' - r' = (G - k) \frac{e' + f' + L'}{G + k + e + f + L}.$$

Bei demselben Apparat geht also bei jeder Verschiebung des beweglichen Contacts auf dem compensirenden Drahte derselbe über einen constanten Widerstand von obigem Werthe hinweg.

Da der von m auf den Messdraht jedesmal überfahrene Widerstand $G - k = r_1 - r$ ist, so ergibt sich:

$$\frac{e' + f' + L'}{G + C + e + f + L} = \frac{r_1' - r'}{r_1 - r} = M.$$

So können sehr kleine Widerstände, wie z. B. k , leicht gemessen werden, wenn sie so eingeschaltet werden, dass sie einen Theil der Hauptschliessung bilden. Hierzu muss man zuweilen die Batteriedrähte von den Klemmschrauben a und b auf E' und F' übertragen, und nun den Factor M bestimmen, da jetzt die Widerstände e' und f' dem Hauptzweige des Kreises, statt dem compensirenden Kreise, angehören. Der Galvanometerdraht wird von dem Contact m losgelöst und an einem Ende des Widerstandes k (oder eines anderen dafür gesetzten) angebracht und die Nadel des Galvanometers durch den Schieber n auf Null gebracht. Darauf wird der Galvanometerdraht am anderen Ende von k angebracht und wieder ebenso die Nullstellung erzielt. Ist Q der Widerstand der von n überfahrenen Strecke, so ist:

$$k = Q/M.$$

So ergab sich z. B. der Widerstand eines dicken kurzen Kupferdrahtes gleich dem von 0,6 mm des Messdrahtes oder 0,00008 B.-A.-U.

Die Werthe der Widerstände der einzelnen Theile des

Messdrahtes lassen sich leicht zu einer Tabelle zusammenstellen.

III. Bestimmung der totalen Länge des Messdrahtes. Bei der gewöhnlichen Art der Vergleichung eines unbekannten Widerstandes R mit einem Normalwiderstand S mittelst des p. 240 beschriebenen Apparates wird R bei B und S bei C Fig. 2 eingeschaltet, A und D werden durch passende Widerstände geschlossen. Der Contact wird bis zur Nullstellung des Galvanometers auf den einen Theilstrich m der Scala verschoben. Dann werden die Widerstände vertauscht und dieselbe Stellung durch Einstellung des Contactes auf den Punkt n erzielt. Ist L in Einheiten des graduirten Messdrahtes der ganze Widerstand zwischen den Klemmschrauben a und b , mit allen Widerständen bei A und B und dem Messdrahte, so ist:

$$\frac{R}{S} = \frac{L - (n - m)}{L + (n - m)}.$$

Hier ist der Werth L zu bestimmen. Dies geschieht nach Herstellung der Verbindungen wie in der Fig. 4, indem man den Contact m auf Draht EF nacheinander bei E etwa 5, 10, 15, 20 mm davon entfernt, ebenso bei F auf 975, 980, 985, 990 stellt und die entsprechenden Einstellungen von n auf dem Compensationsdraht $E'F'$, n_5 , n_{10} , n_{15} , n_{975} , n_{980} , n_{985} , n_{990} macht. Dann wird der Galvanometerdraht von m gelöst und nacheinander an den Klemmschrauben a und b angebracht, wobei die Einstellungen von n , n_a und n_b seien. Abgesehen von zufälligen Irrthümern sind die Differenzen $n_{975} - n_5$, $n_{980} - n_{10}$ u. s. f. constant. Ist der mittlere Werth derselben d , so ist:

$$L = (n_b - n_a) \frac{970}{d}.$$

IV. Methode, um Irrthümer bei Bestimmung von specifischen Widerständen infolge der Widerstände an den Contactstellen zu vermeiden. Am sichersten ersetzt man den Draht EF Fig. 5 durch den zu untersuchenden Draht und bestimmt nach der p. 243 angegebenen Methode den Widerstand der Längeneinheit des

selben. Diese Bestimmung ist auch unabhängig von der Berührungsstelle des Contactes m mit dem Draht.

Die Genauigkeit dieser Bestimmungen hängt von der Möglichkeit ab, die bei A und D eingeschalteten Leiter, ohne dass eine merkliche Aenderung des Widerstandes der Verbindungen eintritt, wiederholt einzufügen und zu vertauschen. Amalgamirte Kupferstäbe, welche mit ihren flachen Enden auf amalgamirten Kupferplatten ruhen, die den Boden von Quecksilbernäpfen bilden, entsprechen diesem Zweck.

IV. Ueber eine der Resonanz ähnliche Erscheinung bei electrischen Schwingungen; von A. Oberbeck.

Erhält ein Punktsystem, welches fähig ist, Schwingungen von bestimmter Dauer um seine Gleichgewichtslage auszuführen, in regelmässigen Intervallen gleiche Anstösse, so geräth dasselbe in periodische Bewegung. Die Abweichungen von der Gleichgewichtslage hängen dabei wesentlich von der Anzahl jener Stösse in der Zeiteinheit ab und erreichen ein Maximum, wenn diese Zahl mit der Schwingungszahl des Systems (bei Nichtberücksichtigung der Reibung)¹⁾ übereinstimmt. Diese Erscheinung bezeichnet man bekanntlich, entsprechend ihrer Bedeutung für die Akustik, als Resonanz.

Es seien nun die beiden Belegungen eines Condensators durch eine Drahtrolle leitend verbunden. Wird in derselben ein electrischer Strom inducirt, so bringt derselbe in der Leitung durch abwechselnde Ladung und Entladung des Condensators und dem entsprechende Inductionsvorgänge electrische Schwingungen von bestimmter Dauer, aber mit schnellabnehmender Amplitude, hervor.²⁾ Die periodischen

1) Vgl. die Behandlung der Schwingungen eines Punktes durch Hrn. v. Helmholtz, s. Lehre von den Tonempfindungen. Beilage VIII.

2) H. v. Helmholtz, Verhandl. des naturh. med. Vereins zu Heidelberg 1869. Gesamm. Abh. 1. p. 531.

Verschiebungen der beiden Electricitäten gegen einander, welche gleichzeitig in der ganzen Strombahn erfolgen, sind durchaus vergleichbar mit den Schwingungen eines Punktes oder eines Punktsystems. Wenn daher die Inductionsstösse in kurzen Zwischenräumen auf einander folgen, so muss man erwarten, dass bei einer bestimmten Anzahl derselben in der Zeiteinheit die Amplitude der electricischen Schwingungen ein Maximum erreicht, nämlich dann, wenn die dem Stromkreis eigenthümliche Schwingungszahl mit der Anzahl der von aussen kommenden Stromstösse übereinstimmt. Man würde diese Erscheinung als Resonanz electricischer Schwingungen bezeichnen können.

Bei Gelegenheit einer in dem hiesigen Universitätslaboratorium von Hrn. stud. J. Bergmann angestellten Untersuchung über einen verwandten Gegenstand veranlasste ich denselben, nach meinen Angaben einige Versuchsreihen zur Prüfung der oben angestellten Betrachtungen auszuführen.

Es schien zunächst nicht leicht, die fragliche Erscheinung vollständig zu studiren, insbesondere das Maximum der Schwingungsamplituden der Stromstärke deutlich hervortreten zu lassen, weil die hierbei zu erreichende Schwingungszahl gewöhnlich eine sehr grosse ist. Die Schwingungsdauer wird annähernd durch die Formel:

$$T = 2\pi \sqrt{pc}$$

ausgedrückt, worin c die Capacität des Condensators, p das Inductionspotential des Stromkreises auf sich selbst bedeuten. Bei früheren Untersuchungen von v. Helmholtz und Schiller betrug dieselbe höchstens einige Zehntausendstel einer Secunde. Durch Vergrösserung des Condensators und durch Verstärkung der Selbstinduction kann man dieselbe erheblich verlängern. Es wurde als Condensator ein Mikrofaraad benutzt und diesem bei einigen Reihen noch ein Condensator von Paraffinpapier hinzugefügt, dessen Capacität 0,3213 Mikrofaraad betrug. Als Stromquelle diente ein Inductorium von ziemlich kleiner Windungszahl. Zur Verstärkung der Selbstinduction wurden bei einigen Versuchsreihen noch weitere enggewundene Drahtrollen eingeschaltet.

Vor allem handelte es sich aber darum, Wechselströme

zu benutzen, deren Schwingungszahl innerhalb weiter Grenzen verändert und möglichst gross gemacht werden konnte. Hierzu bediente ich mich eines für physiologische Untersuchungen von J. Bernstein¹⁾ construirten Stromunterbrechers, der von demselben als „akustischer Stromunterbrecher bezeichnet wurde. Bei demselben wird durch einen Electromagnet eine dünne Stahllamelle in Schwingungen versetzt. Dieselbe ist in einer geeigneten Vorrichtung festgeklemmet und trägt an dem einen Ende eine feine Platinspitze, welche in Quecksilber taucht und die Stromunterbrechung bewirkt. Die Lamelle und die sie tragende Säule sind gegeneinander verschiebbar, sodass man beliebig lange und genau abzumessende Theile der Lamelle in Schwingungen versetzen kann.

Der ganze Apparat ist recht zweckmässig construiert und fungirt bei sorgfältiger Einstellung und Behandlung (besonders des Quecksilbers) in zufriedenstellender Weise.

Um die Intensität der Wechselströme zu bestimmen, wurde in die Strombahn ein Siemens'sches Electrodynamometer so eingeschaltet, dass die feste und bewegliche Rolle hintereinander von dem Strom durchflossen wurden. Da die Ablenkung hierbei viel zu gross geworden wäre, so war vor die bewegliche Rolle eine Zweigleitung gelegt, deren Widerstand nach Bedürfniss vergrössert oder verkleinert werden konnte. In allen Fällen ging aber nur ein kleiner Bruchtheil des Stromes durch die bewegliche Rolle. Die Zuleitung zu derselben enthielt noch einen Commutator, sodass die Ausschläge nach beiden Seiten genommen werden konnten. Dem akustischen Stromunterbrecher waren vier Lamellen beigegeben, von welchen die beiden dicksten: Lamelle I (0,8 mm) und Lamelle II (0,6 mm) benutzt wurden. Dieselben konnten bis zu einer Länge von 100 mm verwandt werden. Nach Beobachtung der Ausschläge wurde um 10 mm verkürzt und abermals beobachtet u. s. w. Die Beobachtungen wurden dann bei zunehmender Länge wiederholt und die Mittel genommen.

1) J. Bernstein, Untersuchungen über den Erregungsvorgang im Nerven- und Muskelsystem. Heidelberg 1871.

Um die Erscheinung unter den verschiedensten Verhältnissen festzustellen, wurden bei einigen Versuchsreihen noch Rollen mit vielen Windungen eingeschaltet. Hierbei wurde eine Galvanometerrolle von achthundert Windungen benutzt, deren Theile als Rollen a und b bezeichnet werden mögen. Durch Vergrößerung des Zweigwiderstandes konnten trotz des grossen hierbei eingeführten Widerstandes die Ausschläge leicht wieder auf eine passende Grösse gebracht werden. In der folgenden Zusammenstellung der Resultate bedeutet: l die Länge der Stahllamelle, α die beobachteten Ausschläge.

Tabelle I.

Reihe 1. Lam. I. Condensator 1 Mikrof.

| l | 100 | 90 | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 |
|----------|-----|----|----|----|-------|-----|----|
| α | 58 | 68 | 85 | 97 | 104,5 | 103 | 56 |

Reihe 2. Lam. I. Cond. 1 Mikrof. Rolle a.

| l | 100 | 90 | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 |
|----------|-----|----|-----|-------|-----|----|----|
| α | 71 | 90 | 100 | 108,5 | 100 | 81 | 36 |

Reihe 3. Lam. I. Cond. 1 Mikrof. Rolle a und b.

| l | 100 | 90 | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 |
|----------|-----|----|----|----|----|----|----|
| α | 74 | 78 | 78 | 70 | 43 | 26 | 9 |

Reihe 4. Lam. II. Cond. 1 Mikrof.

| l | 100 | 90 | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 | 30 |
|----------|-----|----|------|----|----|----|----|----|
| α | 41 | 55 | 58,5 | 74 | 85 | 95 | 77 | 36 |

Reihe 5. Lam. II. Cond. 1 Mikrof. Rolle a.

| l | 100 | 90 | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 | 30 |
|----------|------|----|----|----|----|----|----|----|
| α | 37,5 | 43 | 49 | 57 | 61 | 52 | 35 | 12 |

Reihe 6. Lam. II. Cond. 1 Mikrof. Rolle a und b.

| | | | | | | | | |
|----------|-----|----|----|----|----|------|----|-----|
| <i>l</i> | 100 | 90 | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 | 30 |
| <i>a</i> | 69 | 79 | 83 | 84 | 66 | 38,5 | 20 | 5,5 |

Reihe 7. Lam. II. Cond. 4,3213 Mikrof.

| | | | | | | | | |
|----------|-----|----|----|----|----|----|----|----|
| <i>l</i> | 100 | 90 | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 | 30 |
| <i>a</i> | 48 | 57 | 65 | 79 | 97 | 95 | 72 | 34 |

Reihe 8. Lam. II. Cond. 1,3213 Mikrof. Rolle a.

| | | | | | | | | |
|----------|-----|----|-----|-----|-----|-----|----|----|
| <i>l</i> | 100 | 90 | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 | 30 |
| <i>a</i> | 82 | 98 | 113 | 129 | 115 | 101 | 65 | 27 |

Reihe 9. Lam. II. Cond. 1,3213 Mikrof. Rolle a und b.

| | | | | | | | | |
|----------|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|
| <i>l</i> | 100 | 90 | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 | 30 |
| <i>a</i> | 95 | 101 | 110 | 97 | 75 | 43 | 22 | 7 |

Die mitgetheilten Beobachtungsreihen bestätigen durchweg die im Eingang angestellten Betrachtungen. In jeder Reihe zeigen die Ablenkungen mit wachsender Schwingungszahl ein wohlcharakterisirtes Maximum. Die Lage desselben hängt von der Beschaffenheit der Strombahn und von der Capacität des Condensators ab. Durch Vergrößerung der letzteren (Reihen 7, 8, 9 im Vergleich zu 4, 5, 6) wird das Maximum nach der Seite der kleineren Schwingungszahl verschoben. Die gleiche Verschiebung findet statt, wenn bei gleichbleibendem Condensator die Selbstinduction durch Einführung von Rollen vermehrt wird. Die Vergrößerung des Widerstandes übt dabei keinen wesentlichen Einfluss aus.

Man kann ferner die den einzelnen Lamellenlängen entsprechenden Schwingungen berechnen. Die Elasticitätstheorie liefert hierfür die Formel:

$$N = \frac{(1,875)^2}{4\pi\sqrt{3}} \frac{d}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

In derselben bedeuten d und l Dicke und Länge der Lamelle. Ferner ist:

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Stahl. Für dieselbe kann nach neueren Versuchen von Mercadier¹⁾: 5 134 000 mm angenommen werden.

Hiernach ergeben sich die Schwingungszahlen der Lamellen für die kleinsten noch benutzten Längen (40 mm bei I und 30 mm bei II) zu 414 und 552. Denselben entsprechen also 828 und 1104 Stromwechsel in der Secunde. Wie die folgende, einfache Theorie der behandelten Erscheinung zeigt, ist es von Interesse, die Grösse:

$$\lambda = 2\pi N$$

zu kennen. Ich habe dieselbe für die einzelnen Lamellenlängen ausgerechnet und dann durch eine einfache Interpolationsrechnung diejenigen Werthe von λ ermittelt, welche bei jeder Beobachtungsreihe dem Maximalwerth des Ausschlags entsprechen. Die gefundenen Werthe sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt, in welcher ausserdem noch abgekürzt die Beschaffenheit der Strombahn wiedergegeben ist. Es bedeuten M und P Mikrofarad und Paraffincondensator, ferner a und b die hinzugefügten Rollen.

Tabelle II.

| Nr. | λ | Nr. | λ |
|------------|-----------|--------------|-----------|
| 1 M | 1251 | 4 M , | 1229 |
| 2 M, a | 868 | 5 M, a | 836 |
| 3 $M, a+b$ | 578 | 6 $M, a+b$ | 562 |
| | | 7 $M+P$. | 1033 |
| | | 8 $M+P, a$ | 656 |
| | | 9 $M+P, a+b$ | 484 |

Die Werthe λ der Reihen 1, 2, 3 und 4, 5, 6 sollten einander gleich sein. Bei der Unsicherheit in der Berechnung der Schwingungszahl aus den vorliegenden Beobachtungen ist die Uebereinstimmung als genügend anzusehen.

1) Mercadier, Compt. rend. 98. p. 911—913. 1884. Beibl. 9. p. 81—82. 1885.

Eine weitere Prüfung der Zahlen wird sich am besten auf Grund der einfachen Theorie der Erscheinung ausführen lassen. Es mag bezeichnet werden: mit J die Stromstärke zur Zeit t in der Strombahn, welche die Belegungen des Condensators verbindet, mit w der Widerstand mit p der Inductionscoëfficient derselben, mit c die Capacität des Condensators, mit V der Potentialunterschied der Belegungen desselben. Endlich mag angenommen werden, dass durch das Spiel des Unterbrechers Wechselströme inducirt werden, welche nach dem einfachen Gesetz einer trigonometrischen Function verlaufen.

Ist N die Schwingungszahl der Lamelle, so soll, wie oben, gesetzt werden:

$$\lambda = 2\pi N.$$

Dann sind die Gleichungen für den Stromverlauf:

$$p \frac{di}{dt} + wi + V = E \cdot \cos \lambda t, \quad i = c \frac{dV}{dt}.$$

Die Lösung dieser Gleichungen gibt:

$$V = \frac{E \cdot \cos(\lambda t - \delta)}{c\lambda \sqrt{\left(\frac{1}{c\lambda} - p\lambda\right)^2 + w^2}}, \quad i = - \frac{E \cdot \sin(\lambda t - \delta)}{\sqrt{\left(\frac{1}{c\lambda} - p\lambda\right)^2 + w^2}},$$

wo: $\operatorname{tg} \delta = \frac{w}{\frac{1}{c\lambda} - p\lambda}$ ist.

Die Ablenkung, welche diese Ströme bei dem Electrodynamometer bewirken, ist proportional mit:

$$\alpha = \frac{E^2}{\left(\frac{1}{c\lambda} - p\lambda\right)^2 + w^2}.$$

Man übersieht, dass dieselbe ein Maximum wird, wenn:

$$\lambda^2 = \frac{1}{pc}, \quad T = 2\pi \sqrt{pc}.$$

In diesem Fall ist: $\delta = \pi/2$, d. h. der Phasenunterschied der erregenden, electromotorischen Kraft und des Potentialunterschieds der Condensatorbelegungen ist für den Fall der stärksten Wirkung $\pi/2$. Alle diese Beziehungen finden sich in gleicher Weise bei den electrischen Schwingungen, wie bei allen übrigen Resonanzerscheinungen.

Eine Vergleichung der Versuche mit den eben mitgetheilten theoretischen Betrachtungen kann man in der Weise ausführen, dass man die Quotienten entsprechender Werthe von λ aus Tabelle II bildet, wobei die Werthe von λ , entsprechend den einzelnen Versuchsreihen, durch Indices unterschieden werden mögen. Es ist:

- 1) $\lambda_1/\lambda_2 = 1,441$, $\lambda_1/\lambda_5 = 1,470$, $\lambda_7/\lambda_8 = 1,575$.
- 2) $\lambda_1/\lambda_3 = 2,164$, $\lambda_4/\lambda_6 = 2,187$, $\lambda_7/\lambda_9 = 2,134$.
- 3) $\lambda_4/\lambda_7 = 1,190$, $\lambda_5/\lambda_8 = 1,274$, $\lambda_6/\lambda_9 = 1,161$.

Die Zahlen einer jeden Horizontalreihe sollten untereinander, diejenigen der letzten ausserdem dem Verhältniss der Quadratwurzeln aus den Capacitäten der beiden angewandten Condensatoren, nämlich 1,1495 gleich sein. Die Uebereinstimmung ist eine befriedigende mit Ausnahme derjenigen beiden Zahlen, bei welchen die Reihe (8) betheilig ist. Das entsprechende α scheint hier zu klein gefunden zu sein. Eine grössere Genauigkeit war überhaupt nicht zu erwarten, da die erregten electromotorischen Kräfte nicht genau dem einfachen Sinusgesetz folgen, wie oben angenommen wurde.

Mit der hier beschriebenen Erscheinung stehen Versuche in nahem Zusammenhang, welche F. Kohlrausch¹⁾ angestellt hat. Bei denselben wurden ebenfalls Wechselströme von verschiedener Schwingungszahl benutzt. Auch wurde die Ablenkung eines Electrodynamometers als Function der Schwingungszahl festgestellt. Doch war der Stromkreis nicht durch einen Condensator unterbrochen.

Es war vielmehr eine Polarisationszelle eingeschaltet, welche allerdings in vieler Beziehung ähnlich wirkt, wie ein Condensator von grosser Capacität. Dass bei diesen Versuchen ein Maximum des Ausschlags bei einer bestimmten Schwingungszahl nicht oder wenigstens nicht sehr auffallend²⁾ hervortritt, liegt daran, dass als periodische Electricitäts-

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 148. p. 143—154. 1873. Jubelbd. p. 290—301. 1874.

2) Vgl. die Reihen Pogg. Ann. Jubelbd. p. 301. 1874.

quelle der Sinusinductor benutzt wurde, bei welchem die electromotorische Kraft der Schwingungszahl proportional wächst.

Infolge dessen fällt die Formel für die Schwingungszahl im Maximum anders aus als bei meinen Versuchen. Dieselbe ist vom Widerstande der Strombahn abhängig, während dies bei der hier mitgetheilten Untersuchung — übereinstimmend mit den allgemeinen Principien der Resonanz — nicht der Fall ist.

Halle a. S., Juli 1885.

V. Ueber die Diffusion der strahlenden Wärme von ebenen Flächen; von Knut Ångström.

(Für die Annalen bearbeitet vom Hrn. Verf.)

(Hierzu Taf. III Fig. 5–16.)

1. Einleitung.

Die Aufgabe der vorliegenden Abhandlung ist, einige Lücken in unserer Kenntniss der Diffusion und Absorption der Wärme auszufüllen. Die betreffenden Untersuchungen sind in dem physikalischen Institut in Strassburg ausgeführt worden. Ich ergreife hier die Gelegenheit, dem Director desselben, Hrn. Prof. Kundt, für die freundliche Unterstützung, die er mir während meiner Arbeit zu Theil werden liess, meinen innigsten Dank auszusprechen.

Nach der Entdeckung der Diffusion der Wärme durch Melloni haben mehrere Forscher dieselbe näher zu studiren versucht. Durch die Untersuchungen von Knoblauch, de la Provostaye und Desains u. a. sind mehrere interessante Verhältnisse entdeckt worden, so z. B. die auswählende Diffusion der matten Oberflächen und deren Verhältniss zur polarisirten Wärme u. s. w. Unsere Kenntniss über die Vertheilung der Diffusion in verschiedenen Richtungen von einer beleuchteten Oberfläche ist indess noch sehr mangelhaft; zuverlässige, numerische Bestimmungen fehlen hier-

von fast vollständig. Die Schwierigkeiten bei dieser Untersuchung sind auch sehr gross. Wenn man das Phänomen rein, frei von der Ausstrahlung der Oberfläche durch Erwärmung studiren will, muss die ganze Bestimmung in einer sehr kurzen Zeit ausgeführt werden. Um die Grösse der Diffusion in einer bestimmten Richtung beobachten zu können, müssen die diffundirende Fläche und die wärmeabsorbirende Fläche des Messapparates klein sein in Beziehung auf die Entfernung zwischen diesen Flächen. Weil die einfallende Wärme bei der Diffusion in allen Richtungen zerstreut wird, hat man nur sehr schwache Wärmestrahlungen zu beobachten. So werden die Anforderungen an die Apparate sehr gross, denn das Messinstrument muss schnelle Angaben liefern, die Wärme absorbirende Fläche muss klein und das Instrument von grösster Empfindlichkeit sein. Deshalb ist das Problem trotz seiner Wichtigkeit nicht durch die älteren Methoden gelöst worden.

Die wichtigsten Resultate in diesem Gebiet sind von de la Provostaye und Desains gewonnen worden und lassen sich in folgenden Sätzen zusammenfassen¹⁾:

„Wenn Wärme senkrecht auf eine sehr matte Fläche fällt, so ist der durch Diffusion zurückgesandte Antheil symmetrisch um den Einfallspunkt vertheilt und nimmt bei der Entfernung von dieser Richtung ab. Füllen die Strahlen schief auf eine derartige Fläche, so ist die Vertheilung der diffusen Wärme weder um die Normale, noch um die Richtung des Maximums symmetrisch. Wenn sich die Axe der Thermosäule in der Einfallsebene von dieser letzteren Richtung entfernt, um sich dem einfallenden Strahl zu nähern, so variirt die Intensität der Rückstrahlung ausserordentlich langsam; schneller nimmt sie ab, wenn man sich der Fläche nähert. In allen Fällen erhielt man das Maximum der Wirkung in der Reflexionsebene.“

Da die Verfasser der schwachen Intensität der diffusen Wärme wegen nur mit einem Trichter an der Thermosäule arbeiten konnten, konnten sie die exacte Richtung der Strahlung nicht genau bestimmen.

1) Desains, Pogg. Ann. 74. p. 147. 1848.

In einer folgenden Abhandlung¹⁾ modificiren die Verfasser ihre vorigen Meinungen und finden für die Diffusion des Bleiweisses, dass es nur bei sehr grossen Neigungen Spuren regelmässiger Reflexion erlangt, und bis zu dieser Grenze die diffus reflectirte Wärme immer in der Richtung der Normale im Maximum ist. Dieselbe scheint sich nicht mit dem Einfallswinkel zu ändern und die Vertheilung der Wärme hängt von dem Einfallswinkel nicht ab, solange er unter 30° bleibt. Beim Wachsen des Diffusionswinkels (des Winkels der Senkrechten mit dem reflectirten Strahl) nimmt die Diffusion beinahe dem Cosinus dieses Winkels proportional ab. Die Diffusion würde also in diesem Falle demselben Gesetz, wie eine ausstrahlende Fläche folgen (dem Cosinusetz).

Von optischer Seite ist die Aufgabe nicht weiter bearbeitet. Indess haben wegen der Wichtigkeit dieses Problems für den photometrischen Calcul Lambert²⁾ und Bouguer³⁾ den Versuch einer mathematischen Theorie gemacht. Einige Messungen des letzteren scheinen nur schlecht mit der Theorie zu stimmen, und Zöllner⁴⁾ kommt bei einer Kritik der Arbeiten von Lambert und Bouguer zu dem Schluss: „dass die Helligkeitsveränderungen, welche eine zerstreut reflectirende Oberfläche bei verschiedenen Incidenz- und Emanationswinkeln des ein- und ausstrahlenden Lichtes zeigt, ganz charakteristisch für die Natur und physikalische Beschaffenheit jener Oberflächen sein müssen.“

Danach erheben sich verschiedene Fragen; wie gestaltet sich z. B. die Diffusion von vollständig matten, aus pulverförmigen oder körnigen Körpern gebildeten Oberflächen? Welche Rolle hat bei der Diffusion die mechanische, physikalische und chemische Natur der Oberfläche? Zuverlässige Antworten auf diese Fragen kann man nur nach einer ex-

1) Provostaye u. Desains, Ann. de chim. et de phys. (3) 34. p. 192.

2) Lambert u. Bouguer, Photometria, 1760.

3) Traité d'Optique, ouvrage posthume de M. Bouguer, publié par M. l'Abbé de la Caille 1760.

4) Zöllner, Photometrische Untersuchungen. 1865. p. 28.

perimentellen Untersuchung des Phänomens geben. Ich habe versucht, hierzu einen Beitrag zu liefern.

2. Das galvanische Differentialthermometer.

Um für die folgenden relativen Bestimmungen sehr kleiner Strahlungsintensitäten ein Messinstrument von möglichst grosser Empfindlichkeit herzustellen, habe ich statt der Thermosäule ein Differentialthermometer nach dem Vorschlage von A. F. Svanberg benutzt¹⁾ und dabei unter Verwerthung der Erfahrungen von Langley²⁾, Baur³⁾ und Schnebeli⁴⁾ selbst einige Verbesserungen angebracht. Man hat wohl gegen das galvanische Differentialthermometer bemerkt, dass dasselbe für störende Einflüsse, Luftströmungen u. s. w. empfindlicher wäre, als die Thermosäule, indes hängt dies eben mit der grossen Empfindlichkeit des Instruments zusammen.

Das galvanische Differentialthermometer beruht auf der Veränderung des electrischen Leitungsvermögens mit der Temperatur und der Messung dieser Veränderung mittels der Wheatstone'schen Brücke. Der Strom von zwei Daniell'schen Elementen (*S*) (Fig. 5) wird in (*U*) getheilt, geht einerseits durch die für die Wärmeaufnahme bestimmten Gitter (*A*) und (*B*), andererseits durch die Widerstandsrollen (*R*) und (*R*_„), die dicken Kupferdrähte (*R*,*O*) und (*R*_„,*P*) und den Eisendraht (*OP*). In (*V*) werden die beiden Zweige wieder vereinigt. In die Brücke zwischen den Gittern und dem Eisendraht ist das Galvanometer (*G*) eingeschaltet. Die beiden Gitter wurden nach den Anweisungen Baur's gleichzeitig aus mit Platinchlorid geschwärztem Stanniol geschnitten. Jedes derselben besteht (Fig. 6) aus 23 Streifen, welche über kreisförmigen, 20 mm weiten Löchern in einem Ebonitrahmen durch Schellacklösung befestigt und, um das Ab-

1) A. F. Svanberg. Pogg. Ann. 84. p. 411. 1851.

2) Langley, Amer. Journ. of Science a. Arts. 21. p. 187. 1881. (Referate in den meisten Zeitschriften.)

3) Baur, Lieb. Ann. 19. p. 13. 1883. Baur vertheidigt in dieser Abhandlung das Prioritätsrecht Svanberg's.

4) Schnebeli, Wied. Ann. 22. p. 430. 1884.

sorptionsvermögen zu vermehren, mit in Alkohol angerührtem Rus bestrichen sind. In die Ebonitrahmen sind drei Löcher für die mit Muttern versehenen Schrauben (*C*), (*D*) und (*E*) gebohrt. Einerseits drücken die Köpfe dieser Schrauben auf die wohl gereinigten Endflächen der Gitter, andererseits liegen zwischen den Muttern und der Ebonitplatte dünne Messingringe, an welche Kupferdrähte angelöthet sind. Die Ebonitplatte ist in einem Holzrahmen (*GG*) Fig. 7 befestigt, welcher in einem doppelwandigen Behälter (*LMN*) von Zinklech eingeschoben werden kann. Er hat an der Vorderseite Klemmschrauben, die mit den von den Gittern kommenden Kupferdrähten in Verbindung stehen. Die Vorderseite hat weiter vor dem oberen Gitter eine kreisförmige Oeffnung von 11,5 mm Radius. Die Schirme (*F*) und (*F*₁), welche das untere Gitter vor der Wärmestrahlung schützen, haben entsprechende Oeffnungen von 9,5 und 10,5 mm Radius.

Hinter dem unteren Gitter und unter dem kleinen Schirm (*H*) steht zum Trocknen ein kleines Glasgefäß (*J*) voll Chlorcalcium. Dieser Messapparat ist durch die Klemmschrauben (*C*) und (*D*) in die Leitung zwischen *E* und *D* (siehe die schematische Fig. 5) eingeschaltet. Das Galvanometer ist einerseits mit dem Mittelpunkt der Gitter verbunden und steht andererseits durch einen verschiebbaren Quecksilbercontact (*K*) mit dem Eisendraht (*OP*) in Verbindung. Der Quecksilbercontact ist an einem Holzarme befestigt, welchen der Beobachter von seinem Platze vor dem Fernrohre einstellen kann, wodurch also die Galvanometernadel in ihre Nulllage zu bringen ist. Der Theil des Eisendrahts, der nicht für die Contactvorrichtung gebraucht wird, und die zwei Kupferdrähte (*OR*) und (*PR*₁) sind durch Baumwolle und Papphülsen geschützt; die bifilar gewickelten Widerstandsrollen (*R*) und (*R*₁) von isolirtem Neusilberdraht sind in ein Glasrohr eingesetzt und mit einem Wasserbade umgeben. Der Behälter (*LMN*) wird während der Versuche aus einem grösseren Behälter mit Wasser gefüllt. Durch diese Anordnungen wurden äussere Temperatureinflüsse auf die Zuleitungen soviel wie möglich vermeiden.

Das Galvanometer von E. Hartmann in Würzburg nach F. Kohlrausch ist von einem Hohlcyylinder von weichem Eisen umgeben, hat einen an einem kurzen Coconfaden hängenden magnetischen Stahlspiegel und vier verschiedene Windungen von zwei dickeren und zwei dünneren Drähten. Wenn man jene nebeneinander, diese hintereinander schaltet, so hat das Galvanometer einen Widerstand von ungefähr 12 Ohm. Da beide Gitter und die beiden Widerstandsrollen (R_1) und (R_2) je ganz gleiche Widerstände von ungefähr 14 Ohm haben, sind die Bedingungen für die grösste Empfindlichkeit genügend erfüllt worden.

Für die folgenden Versuche war der Messapparat (M) am Rande eines Holzstatifs (Fig. 8) angeschraubt. Um eine Axe (A), die durch den Mittelpunkt desselben geht, ist ein Holzarm (RR) drehbar. Dieser trägt einerseits die Wärmequelle (W), eine von einem Schirme (BB) von Zinklech umgebene Argand'sche Gaslampe, andererseits den kleinen Theodolit (T) mit horizontaler und verticaler Axe. Die verticale Axe desselben befindet sich gerade über der Axe (A). Die horizontale Axe (HH), die auf zwei kleinen verticalen Pfeilern ruht, ist ein Eisendraht von ungefähr 1 mm Dicke, an welchem die Beobachtungsobjecte befestigt werden können.

Durch diese Anordnung kann man den Winkel zwischen der Lampe, dem Theodolit und dem Messinstrument an beiden Seiten des letzteren von 20° bis 180° beliebig ändern, und einer an der Horizontalaxe des Theodolites befestigten Platte jede gewünschte Einstellung gegen die Wärmestrahlung geben. Die Einstellung der Lampe wird auf einem in ganze Grade getheilten, an der oberen Platte des Statifs befestigten Kreise von 180 mm Radius abgelesen. Der Theodolit hat zwei in ganze Grade getheilte Theilkreise von 64 mm Radius. Alle oberen Theile des Theodolits, wie auch alle inneren Theile des Apparates sind geschwärzt. Der die Lampe auf drei Seiten umgebende Schirm (BB) hat an der Vorderseite doppelte Wände, welche in der Höhe der Oeffnung des Messapparates (M) von einem kreisförmigen Loch von 26 mm Radius durchbohrt sind. Vor

denselben kann eine Linse (L) mit ihrem Focus in der Oeffnung angebracht werden. Zwischen den beiden Schirmen befindet sich ein kleinerer beweglicher Doppelschirm, der die Oeffnungen schliesst und durch eine über einen Glas- haken laufende Schnur schnell in die Höhe gezogen werden kann, wobei die Wärmestrahlung auf das an der Horizontalaxe des Theodolits befestigte Beobachtungsobject fällt. Die Entfernung desselben vom Gitter des Messapparates ist 238 mm.

3. Die Eigenschaften des Apparates.

Kurze Zeit vor dem Gebrauche des Apparates wird der electrische Strom geschlossen und bleibt so während der ganzen Beobachtungsdauer. Die Galvanometernadel nimmt nämlich nicht augenblicklich bei Schliessung des Stromes ihre bestimmte Ruhelage an, sondern hat eine fortdauernde einseitige Bewegung, welche erst nach ungefähr zehn Minuten vollständig aufhört. Diese Bewegung ist auch früher von Baur bemerkt worden.¹⁾

Die Ursache hiervon ist nicht in Thermoströmen u. s. w. zu suchen, sondern überwiegend in der durch den Strom hervorgebrachten Erwärmung der die beiden Gitter umgebenden Luft. Da dieselben niemals in ganz gleiche Verhältnisse gebracht werden können, wird die Luft um das eine mehr erwärmt als um das andere, und es dauert eine gewisse Zeit, bis das Temperaturngleichgewicht erreicht worden ist. Besteht der Behälter aus einem schlechten Wärmeleiter²⁾, so dauert es lange, bis die nach aussen abgegebene Wärme der gewonnenen gleich ist. Nach dem Aufhören der ersten Bewegung der Galvanometernadel beobachtet man nur zufällige Perturbationen von 1 bis 2 Scalentheilen infolge von Luftströmungen. Durch eine dünne Steinsalzplatte oder ein Glimmerblättchen vor der Oeffnung des Apparates kann man dieselbe beinahe vollständig vermeiden. So oft dies der Kleinheit der Ablenkungen wegen nicht ganz nothwendig war, habe ich diese Platten nicht gebraucht, um nicht wärme-

1) Baur, Wied. Ann. 19. p. 15. 1883.

2) Derselbe ist in Baur's Apparat von Pappe und Holz.

absorbirende Mittel zwischen die Gitter des Apparates und die Beobachtungsobjecte einzuführen.

Vor der Anwendung des Apparates habe ich eine besondere Untersuchung über die Beziehung zwischen den Angaben des Apparates und der Intensität der Wärmestrahlung und weiter über die Empfindlichkeit des Apparates vorgenommen. Für den ersten Zweck wurde vor der Oeffnung des Lampenschirmes ein kleinerer Schirm mit vier Löchern befestigt. Jedes Loch hat seinen besonderen Deckel, sodass man also einerseits die Wärmestrahlung für jedes Loch für sich, andererseits auch für zwei, drei und vier bestimmen kann. Für normale Incidenz ergab sich für Loch:

| | | | |
|-------|-------------|-------|-------------|
| Nr. 1 | 35,3 S.-Th. | Nr. 3 | 35,5 S.-Th. |
| „ 2 | 26,9 „ | „ 4 | 27,9 „ |

und für:

| | | | |
|---------------------------|----------------|--------------------------|---------|
| Nr. 1 u. Nr. 2 | : 62,6 S.-Th.; | Summa nach vorig. Best.: | 62,2 |
| „ 1 „ „ 2 u. Nr. 3 | : 96,7 „ | „ „ „ „ | : 97,7 |
| „ 1 „ „ 2 „ „ 3 u. Nr. 4: | 127,0 „ | „ „ „ „ | : 125,6 |

Es ist hiermit gezeigt, dass die Ablenkungen der Galvanometernadel der Intensität der Wärmestrahlung proportional sind.

Da sich die Strahlung der Lampe, die Empfindlichkeit des Galvanometers und die Stromstärke von Tag zu Tag ändern, so habe ich die Empfindlichkeit des Apparates vor und nach jeder Versuchsreihe, während welcher die Stromstärke u. s. w. als constant zu betrachten sind, bestimmt, indem ich jedesmal den Ausschlag für die Wärmestrahlung der Lampe durch ein Loch von 8 mm Radius beobachtete. Derselbe variierte von 400 bis 530 S.-Th. nach der Beschaffenheit der Elemente. Die in den folgenden Tabellen angeführten Beobachtungen sind auf diese Weise auf dieselbe Empfindlichkeit des Apparates reducirt, nämlich auf die, für welche man unter den oben näher bestimmten Verhältnissen einen Galvanometerausschlag von 500 S.-Th. bekommen würde.

Um zu bestimmen, wie gross die so erlangte Empfindlichkeit des Apparates eigentlich ist, habe ich ein Differentialpyrheliometer verwendet, welches ich speciell für absolute

Bestimmungen der Wärmestrahlung construirt hatte.¹⁾ Der Apparat besteht aus zwei ganz ähnlichen versilberten, kreisförmigen Kupferplatten, an denen Thermosäulen angebracht sind, welche mit einem empfindlichen Galvanometer verbunden sind. Die der Wärmestrahlung zugewendeten Seiten der Platten sind mit Platinchlorid galvanisch geschwärzt und darauf mit einer dünnen Schicht Stearinkerzenruss überzogen. Die Platten, welche hier die Calorimeter repräsentiren und für welche der Wasserwerth (D) vorher zu bestimmen ist, werden abwechselnd der Wärmestrahlung (Q) ausgesetzt, und man beobachtet die Zeit (t), welche zwischen zwei gleichen Temperaturdifferenzen (k) vergeht. Dann ist:

$$Qas = 2 \frac{kD}{t},$$

wo (a) das Absorptionsvermögen, (s) der Flächeninhalt der wärmeabsorbirenden Fläche ist.

Mit diesem Apparat habe ich die Empfindlichkeit des galvanischen Differentialthermometers durch vergleichende Beobachtungen bei derselben Wärmestrahlung bestimmt und gefunden, dass ein Scalentheil bei der vorher als normal bezeichneten Empfindlichkeit des Apparates einer Wärmezufuhr von 0,000 033 36 g Calorien per Minute und Quadratcentimeter entspricht. Die Zeit für eine Bestimmung bei dieser grossen Empfindlichkeit ist ungefähr 5 Secunden.

4. Die Diffusion von ebenen Flächen.

Die für die Untersuchung bestimmten Körper werden an einer kreisförmigen Kupferscheibe von 15 mm Radius mit schief abgedrehtem Rande befestigt, dieselbe wird dann an dem Mittelpunkt der Horizontalaxe des Theodolits befestigt und die Scheibe, die Lampe und der Messapparat in die gewünschten Stellungen gebracht. Ist die Galvanometernadel beruhigt, so wird der kleine Schirm vor der Wärme-

1) Die Theorie dieses Instrumentes ist in der schwedischen Originalabhandlung gegeben. Der Verfasser hat das Princip auch benutzt, um ein selbstregistrirendes Instrument für Bestimmungen der Intensität der Sonnenstrahlung herzustellen.

quelle hinauf gezogen und der erste Ausschlag der Nadel, sowie die endliche Ruhelage beobachtet. Dann lässt man den Schirm wieder nieder und beobachtet nun den ersten Ausschlag von dieser neuen Ruhelage. Beide Ausschläge sind einander gleich, wenn die Nadel vollständig frei von einer einseitigen Bewegung ist. Sonst kann man durch die beiden Beobachtungen den Einfluss dieser Bewegung eliminieren.

Bei der kurzen Dauer der Beobachtung und da die zur Untersuchung bestimmten Körper auf einer gut wärmeleitenden Platte befestigt werden, kann man die Ausstrahlung der Fläche durch die Erwärmung während der Beobachtungsdauer vollständig vernachlässigen. Diese Erwärmung ist nämlich für die am stärksten absorbirenden Flächen, wie Russ, nur ungefähr $0,1^{\circ}\text{C}$.

Um bei den Untersuchungen über die Diffusion einer Oberfläche die Reflexionen von der unterliegenden Platte zu vermeiden, wurde dieselbe erst mit einem sehr dünnen dunkelschwarzen Papierblatte bekleidet. Danach wurden auf dieser Unterlage die für die Untersuchung bestimmten Körper befestigt. Um Magnesiumoxyd und Zinkoxyd darauf zu bringen, hält man nach einem Vorschlage von Hrn. Prof. Kundt die Scheibe in den Rauch der brennenden Metalle. Wird das Papier durch eine Mischung von Wachs und Colophonium an der Platte befestigt, so kann dieselbe, ohne dass die dunkelschwarze Oberfläche beschädigt wird, im Wasser eingetaucht werden, wobei Pulver, welche in der Flüssigkeit aufgerührt wurden, sich an der Platte absetzen können. Wird die Platte danach herausgenommen und langsam getrocknet, so hat die Oberfläche in den meisten Fällen für die Versuche hinreichende Festigkeit.¹⁾ So wurden Platten mit Bariumsulfat, Bleichromat und Zinnober bedeckt. Wird das Papier der Platte ein wenig angefeuchtet, danach mit Pulver von Alaun oder Steinsalz ungefähr 2 mm dick belegt,

1) Bei dieser Operation ist es vortheilhaft, die kleine Platte in eine grössere zu fassen, sodass die Oberflächen der beiden Platten in einer Ebene liegen. Sonst wird der Niederschlag, wenn man die Platte heraushebt, gewöhnlich nicht ganz gleichmässig vertheilt.

so bleiben diese Pulver auch nach dem Trocknen fest genug. So kann man auch Platten mit Schwefelblumen u. s. w. bereiten.

In den folgenden Tabellen sind die wichtigsten Resultate der Beobachtungen zusammengestellt. Der Einfallswinkel der Strahlen sei (i), die Intensität der einfallenden Wärme (S). Der Winkel zwischen dem diffundirten Strahl und der Normale, den Emanationswinkel, bezeichnen wir mit (w), die Intensität der diffusen Wärme für den Einfallswinkel (i) und Emanationswinkel (w) mit (S_{iw}). Wenn der diffuse Strahl in der Einfallsebene und auf derselben Seite der Normale wie der einfallende Strahl liegt, rechnen wir (w) negativ, anderenfalls positiv. Schliesslich wollen wir eine graphische Construction ähnlich derjenigen, welche zuerst von Bouguer angewendet worden ist, benutzen. Von dem diffundirenden Flächenelemente tragen wir in der Richtung eines jeden Strahles seine relative Intensität auf; die Endpunkte dieser Linien bilden zusammen eine Fläche, die wir Diffusionsfläche nennen wollen.

Die Beobachtungen sind, mit wenigen Ausnahmen, nur in zwei Ebenen ausgeführt, in der Einfallsebene und in der dagegen senkrechten Ebene, in welcher sich die Normale befindet, und welche wir der Kürze wegen zweite Hauptebene nennen wollen. Für Papier habe ich ausserdem einige Beobachtungen in der gegen die Einfallsebene senkrechten Ebene angestellt, welche den reflectirten Strahl enthält (Reflexionsebene). Bei diesen Beobachtungen bedeutet (w) den Winkel zwischen dem reflectirten und dem diffundirten Strahl.

Jede in den Tabellen vorkommende Bestimmung ist das Mittel von wenigstens vier (oft mehreren) Beobachtungen. Wie erwähnt sind die Galvanometerablenkungen auf gleiche Empfindlichkeiten reducirt.

Da die Beobachtungen bei sehr geringen Wärmeintensitäten ausgeführt worden sind, müssen zufällige Störungen durch Luftströmungen u. s. w. von grösserem Einfluss als gewöhnlich gewesen sein. Die bedeutendste Fehlerquelle ist indess in der Lichtquelle zu suchen, deren Aenderungen 2—3 Proc. der ganzen Wärmestrahlung betragen. Der mitt-

lere Fehler jeder Bestimmung ist ungefähr 0,35 S.-Th. Die Aufstellung der Tabelle ist leicht zu verstehen.

Tabelle I. Magnesiumoxyd.

| | Einfallswinkel = i | Diffusionswinkel = ω = | | | | | | | | |
|---------------|----------------------|-------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | | 0° | 10° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° |
| Einfallsebene | 0° | — | — | 49,0 | 43,8 | 37,4 | 29,8 | 23,1 | 14,5 | 7,0 |
| | 30° ω pos. | 42,3 | 39,6 | 38,8 | 34,5 | 31,5 | 26,5 | 19,9 | 15,0 | 6,7 |
| | 30° ω neg. | — | 41,2 | — | — | — | 28,4 | 20,7 | 14,3 | 7,0 |
| | 60° ω pos. | 20,0 | 19,6 | 18,4 | 18,5 | 16,4 | — | 13,8 | 10,6 | 6,0 |
| | 60° ω neg. | — | 19,4 | 18,0 | 17,1 | 15,6 | — | — | — | 5,6 |
| 2. Hauptebene | ω ° | — | 48,1 | 43,0 | 34,0 | 26,7 | 19,5 | 18,6 | 10,2 | 19,6 |
| | 30° | 40,7 | — | 38,0 | — | 32,0 | — | 21,3 | 13,3 | — |
| | 60° | 21,0 | — | 19,0 | — | 17,5 | — | 12,8 | — | — |

Tabelle II. Zinkoxyd.¹⁾

| | | | | | | | | | | |
|---------------|-------------------|------|------|------|------|------|------|------|-----|-----|
| Einfallsebene | 0° | — | — | 21,3 | — | 18,1 | — | 11,7 | — | 3,8 |
| | 30° ω pos. | — | 19,5 | — | 16,7 | — | 13,2 | — | 7,9 | — |
| | 30° ω neg. | — | 20,5 | — | — | — | 14,4 | — | 7,8 | — |
| | 60° ω pos. | 10,0 | — | 10,1 | — | 10,0 | — | 9,5 | 8,3 | 4,9 |
| | 60° ω neg. | — | — | 10,8 | — | 10,6 | — | — | — | — |
| 2. Hauptebene | 60° | 10,0 | — | 9,7 | — | 9,0 | — | 7,4 | — | — |

Tabelle III. Kreide.

| | | | | | | | | | | |
|---------------|-------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Einfallsebene | 0° | — | — | 54,8 | — | 41,0 | — | 24,4 | — | 6,7 |
| | 30° ω pos. | — | 44,1 | — | 37,4 | — | 27,1 | — | 14,5 | — |
| | 30° ω neg. | — | 46,3 | — | — | — | 28,4 | — | 14,7 | — |
| | 60° ω pos. | 20,8 | — | 20,2 | — | 16,9 | 15,5 | 13,4 | 10,7 | — |
| | 60° ω neg. | — | — | 20,4 | — | 17,2 | — | — | — | — |
| | 80° ω pos. | 5,1 | — | — | 5,0 | — | — | 3,2 | — | 9,8 |
| | 80° ω neg. | — | — | — | 4,8 | — | — | 3,5 | — | — |
| | ω ° | — | 53,8 | 45,0 | 38,0 | 29,4 | 20,9 | 14,0 | 10,4 | 11,7 |

Tabelle IV. Kohlensaure Magnesia.

| | | | | | | | | | | |
|---------------|-------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| Einfallsebene | 0° | — | — | 43,2 | — | 33,2 | — | 20,0 | — | 5,6 |
| | 30° ω pos. | — | 37,6 | — | 33,0 | — | 24,6 | — | 12,0 | — |
| | 30° ω neg. | — | 38,1 | — | — | — | 22,9 | — | 11,0 | — |
| | 60° ω pos. | 18,5 | — | 19,1 | — | 17,3 | — | 14,3 | — | — |
| | 60° ω neg. | — | — | 18,0 | — | 14,8 | — | — | — | — |

1) Dicke der Schicht 0,07 mm.

Tabelle V. Gyps, gegossener.

| | Einfalls- winkel = i | Diffusionswinkel = ω = | | | | | | | | |
|--------------------|---------------------------|-------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| | | 0° | 10° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° |
| Einfalls- ebene | 0° | — | — | 46,4 | — | 35,5 | — | 20,0 | — | — |
| | 30° ω pos. | — | 42,5 | — | 41,1 | — | 29,1 | — | 13,6 | — |
| | 30° ω neg. | — | 40,7 | — | — | — | 23,7 | — | 11,0 | — |
| | 60° ω pos. | 20,3 | — | 20,7 | — | 20,8 | — | 27,6 | — | — |
| | 60° ω neg. | — | — | 18,8 | — | 15,3 | — | — | — | — |

Tabelle VI. Gyps, geschliffener.

| | | | | | | | | | | |
|--------------------|-------------------|---|---|------|---|------|------|------|---|---|
| Einfalls- ebene | 0° | — | — | 42,0 | — | 32,2 | — | 19,7 | — | — |
| | 30° ω pos. | — | — | — | — | — | 23,9 | — | — | — |
| | 30° ω neg. | — | — | — | — | — | 23,5 | — | — | — |
| | 60° ω pos. | — | — | — | — | 17,5 | — | — | — | — |
| | 60° ω neg. | — | — | — | — | 15,8 | — | — | — | — |

Tabelle VII. Alaunpulver.

| | | | | | | | | | | |
|--------------------|-------------------|------|------|------|------|------|------|------|-----|-----|
| Einfalls- ebene | 0° | — | — | 26,5 | — | 20,2 | — | 13,6 | — | 4,1 |
| | 30° ω pos. | — | 22,4 | — | 21,2 | — | 15,1 | — | 8,9 | — |
| | 30° ω neg. | — | 21,3 | — | — | — | 14,7 | — | 8,6 | — |
| | 60° ω pos. | 11,7 | — | 11,6 | — | 10,8 | — | 10,6 | — | 5,8 |
| | 60° ω neg. | — | — | 11,4 | — | 10,1 | — | — | — | 4,9 |
| 2. Haupt- ebene | 30° | 22,4 | — | 21,0 | — | 18,3 | — | 11,4 | — | — |
| | 60° | 11,2 | — | 11,2 | — | 10,3 | — | 8,0 | — | — |

Tabelle VIII. Steinsalzpulver.

| | | | | | | | | | | |
|--------------------|-------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| Einfalls- ebene | 0° | — | — | 50,8 | — | 38,9 | — | 24,5 | — | 8,3 |
| | 30° ω pos. | — | 42,5 | — | 36,9 | — | 28,0 | — | 15,0 | — |
| | 30° ω neg. | — | 42,0 | — | — | — | 28,1 | — | 15,2 | — |
| | 60° ω pos. | 22,8 | — | 21,0 | — | 18,5 | — | 13,6 | — | 7,0 |
| | 60° ω neg. | — | — | 21,5 | — | 19,1 | — | — | — | 6,2 |
| | 80° ω pos. | 7,7 | — | 7,0 | — | 7,2 | — | 7,0 | — | 9,1 |
| | 80° ω neg. | — | — | 8,2 | — | 7,5 | — | 7,2 | — | — |
| 2. Haupt- ebene | 30° | 43,2 | — | 41,6 | — | 32,6 | — | 27,0 | — | — |
| | 60° | 21,3 | — | 21,1 | — | 18,1 | — | 13,5 | — | — |

Tabelle IX. Zinnober.

| | | | | | | | | | | |
|--------------------|-------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Einfalls- ebene | 0° | — | — | 52,0 | — | 38,4 | — | 24,1 | — | 8,2 |
| | 30° ω pos. | — | 41,9 | — | 36,0 | — | 27,5 | — | 13,5 | — |
| | 30° ω neg. | — | 44,9 | — | — | — | 31,4 | — | 14,8 | — |
| | 60° ω pos. | 21,6 | — | 20,6 | 18,2 | 17,6 | — | 12,0 | — | 6,6 |
| | 60° ω neg. | — | — | 21,2 | — | 20,6 | — | — | — | — |
| | 80° | — | 54,7 | — | 37,2 | — | — | 12,4 | 13,1 | 23,1 |
| 2. Haupt- ebene | 30° | 42,5 | — | 39,0 | — | 29,8 | — | 19,1 | — | — |
| | 60° | 22,0 | — | 21,5 | — | 18,0 | — | 11,2 | — | — |

1) Diese Beobachtung stimmt mit den übrigen nicht überein. Die Ursache ist wahrscheinlich eine fehlerhafte Einstellung der Platte.

Tabelle X. Schwefelblumen.

| | Einfallswinkel = i | Diffusionswinkel = ω = | | | | | | | |
|---------------|----------------------|-------------------------------|------|------|-----|------|-----|------|---------|
| | | 0° | 10° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° 80° |
| Einfallsebene | 0° | — | — | 51,8 | — | — | — | 26,4 | — — |
| | 60° { ω pos. | 20,6 | — | — | — | 17,1 | — | — | — |
| | 60° { ω neg. | — | — | — | — | 18,4 | — | — | — |
| | ω^0 | — | 54,0 | — | — | — | — | 11,9 | 7,8 4,0 |

Tabelle XI. Bleichromat.

| | | | | | | | | | | |
|---------------|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Einfallsebene | 0° | — | — | 50,3 | — | 37,2 | — | 21,0 | — | 5,5 |
| | 30° { ω pos. | — | 41,9 | — | 38,0 | — | 26,9 | — | 12,0 | — |
| | 30° { ω neg. | — | 43,0 | — | — | — | 25,2 | — | 12,8 | — |
| | 60° { ω pos. | 18,9 | 17,8 | — | — | 17,0 | — | 28,5 | — | 11,0 |
| | 60° { ω neg. | — | 19,0 | — | — | 17,0 | — | — | — | — |
| | ω^0 | — | 47,0 | 41,8 | — | 29,4 | 24,9 | 26,9 | 47,8 | 67,2 |

Tabelle XII. Bariumsulfat.

| | | | | | | | | | | |
|---------------|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Einfallsebene | 0° | — | — | 42,7 | — | 32,5 | — | 19,5 | — | 4,6 |
| | 30° { ω pos. | — | 35,5 | — | 32,0 | — | 22,0 | — | 10,2 | — |
| | 30° { ω neg. | — | 38,0 | — | — | — | 24,1 | — | 12,4 | — |
| | 60° { ω pos. | 17,2 | — | 16,1 | — | 13,8 | — | 24,1 | — | 3,3 |
| | 60° { ω neg. | — | — | 17,9 | — | 16,0 | — | — | — | — |
| | ω^0 | — | 42,0 | 36,7 | 30,9 | 25,1 | 20,7 | 23,7 | 43,8 | 90,0 |

Tabelle XIII. Briefpapier.

| | | | | | | | | | | |
|------------------|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Einfallsebene | 0° | — | — | 35,9 | — | 24,5 | — | 15,7 | — | 4,2 |
| | 30° { ω pos. | — | 32,0 | — | 32,5 | — | 25,5 | — | 12,7 | — |
| | 30° { ω neg. | — | 29,6 | — | — | — | 19,5 | — | 8,9 | — |
| | 45° { ω pos. | — | 23,4 | — | 25,8 | — | 25,9 | — | 15,3 | — |
| | 45° { ω neg. | — | 21,2 | — | 18,8 | — | — | — | 7,2 | — |
| 2. Hauptebene | 60° { ω pos. | 14,3 | — | 16,0 | — | 19,1 | — | 24,0 | — | 10,8 |
| | 60° { ω neg. | — | — | 12,9 | — | 11,4 | — | — | — | — |
| Reflexions-ebene | 30° | 30,1 | — | 28,0 | — | 22,3 | — | 14,1 | — | — |
| | 60° | 14,3 | — | 13,5 | — | 12,2 | — | 7,9 | — | — |
| | 60° ¹⁾ | 31,0 | — | 27,7 | — | 19,5 | — | 12,0 | — | — |
| | 60° ¹⁾ | 23,9 | — | 15,2 | — | 8,6 | — | 3,8 | — | — |

Tabelle XIV. Geschliffenes Kupfer.

| | | | | | | | | | | |
|---------------|---------------------|------|-------|------|-------|------|-------|-----|---|---|
| Einfallsebene | 0° | — | — | 43,7 | — | 12,1 | — | 4,6 | — | — |
| | 80° { ω pos. | 26,9 | — | — | — | — | 41,7 | — | — | — |
| | 80° { ω neg. | — | — | — | — | — | 3,8 | — | — | — |
| | ω^0 | — | 345,8 | — | 323,0 | — | 275,0 | — | — | — |

Tabelle XV. Geschliffenes Eisen.

| | | | | | | | | | | |
|---------------|---------------------|-----|-------|------|-------|------|-------|-----|---|---|
| Einfallsebene | 0° | — | — | 22,0 | — | 6,4 | — | 2,2 | — | — |
| | 60° { ω pos. | 3,1 | — | — | — | 19,1 | — | — | — | — |
| | 60° { ω neg. | — | — | — | — | 1,3 | — | — | — | — |
| | ω^0 | — | 171,0 | — | 176,0 | — | 185,0 | — | — | — |

1) ω wird hier von dem reflectirten Strahl, nicht vom senkrechten, gerechnet.

Taf. II enthält die nach diesen Beobachtungen construirten Diffusionscurven in der Einfallsebene und in dem zweiten Hauptschnitt. Fig. 9 ist die Diffusionscurve in der Einfallsebene für Magnesiumoxyd bei Einfallswinkeln $= 0^\circ$, 30° und 60° . Fig. 10 ist die entsprechende Curve der zweiten Hauptebe; die kleinen kreisförmigen Zeichen geben die Beobachtungen nach der untenstehenden Scala an. Die äusserste Curve ist ein Kreis, um die Form der übrigen leichter beurtheilen zu können. Fig. 11 giebt die Diffusionscurven in der Einfallsebene für Steinsalz, $i = 0^\circ$, 30° , 60° und 80° , Fig. 12, die entsprechenden Curven für die zweite Hauptebe, $i = 0^\circ$, 30° und 60° , Fig. 13 giebt für Papier die Curven der Einfallsebene für $i = 0^\circ$, 30° , 45° und 60° ; Fig. 14 links für die zweite Hauptebe, $i = 0^\circ$, 30° und 60° , rechts für die Reflexionsebene $i = 30^\circ$ und 60° .

Die Tabellen und die graphischen Constructionen zeigten, dass gewisse Platten sogar für ganz grosse Einfallswinkel fast keine regelmässigen Reflexionen zeigen. Bei diesen, welche wir im Folgenden vollständig matte nennen wollen, und welche hauptsächlich Gegenstand der Untersuchung gewesen sind, findet man keine grössere Diffusion in der Richtung des regelmässig reflectirten Strahles; die Diffusionscurven laufen alle symmetrisch um die Normale und sind Ellipsen; die Diffusionsfläche ist ein Rotationsellipsoid mit der Rotationsaxe längs der Normale. Papier und gegossener Gyps zeigen schon deutliche Spuren der regelmässigen Reflexion und bilden also den Uebergang zu den Flächen mit Reflexion. Ueber die Verhältnisse bei diesen letzten hat der Verfasser nur einige Bestimmungen an geschliffenen Eisen und Kupfer gemacht. Bei denselben können die Diffusionsflächen je nach der mechanischen Behandlung der diffundirenden Flächen beinahe jede gewünschte Form erhalten.

Bei den vollständig matten Flächen ist die Diffusionsfläche, wie bereits erwähnt, ein Rotationsellipsoid. Kleinere Abweichungen hiervon treten öfter ein; so scheint bei einigen Platten die negative Seite der Diffusion in der Einfallsebene stärker zu sein als die positive (beim Bariumsulfat $= B$). Bei senkrechter Incidenz ist die Rotationsaxe die grösste

des Ellipsoids; je grösser der Einfallswinkel wird, desto mehr wird das Ellipsoid zusammengedrückt, wird eine Kugel und schliesslich ein abgeplattetes Ellipsoid. Durch die graphischen Constructionen kann man leicht das Verhältniss (μ) zwischen der Rotationsaxe (unseren Bezeichnungen gemäss S_{10}), und der anderen Axe finden, wie in folgender Tabelle angegeben ist.

Tabelle XVI.

| | μ | | |
|--------------------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| | für $i = 0^\circ$ | für $i = 30^\circ$ | für $i = 60^\circ$ |
| Magnesiumoxyd | 1,09 | 1,00 | 0,89 |
| Kreide | 1,15 | 1,05 | 0,88 |
| Kohlensaure Magnesia | 1,10 | 1,03 | 0,80 |
| Alaunpulver | 1,04 | 0,97 | 0,75 |
| Steinsalzpulver | 1,07 | 0,98 | 0,91 |
| Zinnober | 1,14 | 1,00 | 0,77 |
| Bleichromat | 1,15 | 1,00 | 0,71 |
| Bariumsulfat | 1,11 | 1,02 | 0,83 |

Das Zusammendrücken des Ellipsoides scheint bei einigen Platten schneller als bei anderen vor sich zu gehen; der Verlauf des Phänomens ist aber überall ein ähnlicher, und die Abweichungen sind klein.

Wenn auch die Diffusionscurven uns einen klaren Ueberblick von der Vertheilung der Diffusion für eine gewisse Incidenz der einfallenden Wärme geben, so lässt sich doch nicht unmittelbar mit derselben Leichtigkeit auf das Grössenverhältniss der Diffusionsflächen für verschiedene Einfallswinkel schliessen. Die Intensität der auf die Flächeneinheit fallenden Wärme nimmt mit dem Cosinus des Einfallswinkels ab; dass die Diffusion überhaupt nicht demselben Gesetz folgt, ergibt sich schon daraus, dass die Diffusionsflächen für verschiedene Einfallswinkel nicht gleichförmig sind. Um aber vollständig den Verlauf bei der Diffusion zu kennen, ist es nöthig, nicht nur die Form der Diffusionsflächen für jeden Einfallswinkel, sondern auch das Gesetz, nach welchem die Diffusion in einer gewissen Richtung sich mit dem Einfallswinkel ändert, kennen zu lernen. Mit diesen zwei Werthen ist nicht nur die Form, sondern auch die relative Grösse der Fläche gegeben. Da die Diffusionsflächen der oben erwähnten matten

Oberflächen Rotationsellipsoide sind, so scheint es am besten, das Gesetz, nach dem die Axe dieser Ellipsoide sich ändert, anzugeben, oder mit anderen Worten die Aenderungen der senkrechten Diffusion bei denen des Einfallswinkels (also S_{i0}) zu suchen. Nun können wir freilich nicht direct die Diffusion in senkrechter Richtung bei senkrechter Incidenz, d. i. die Verhältnisse in der Richtung des Strahles finden. Wir können aber die Reflexion an unseren Platten bis zu einem Einfallswinkel von 10° studiren und daraus jene Verhältnisse folgern. Die hierauf bezüglichen Resultate sind in obigen Tabellen ($i = 0$ für Magnesiumoxyd, Kreide, Zinnober, Schwefel, Bleichromat und Bariumsulfat) enthalten. Hier zeigt sich im allgemeinen keine Spur einer verstärkten Diffusion in der Richtung der regelmässigen Reflexion, nur für sehr grosse Einfallswinkel $60-80^\circ$ tritt eine solche hervor. Bei kleineren Einfallswinkeln ist der Verlauf des Phänomens für die verschiedenen Oberflächen vollkommen derselbe, und durch eine einfache graphische Construction ist die wahrscheinliche Reflexion von $i = 0$ leicht zu finden. Wir können auch die senkrechte Diffusion für verschiedene Incidenz bestimmen und so dieselbe Grösse für $i = 0$ annähernd finden. Da die vorigen Tabellen zu wenige Bestimmungen über die senkrechte Diffusion liefern, als dass man sich da einen klaren Begriff von der Aenderung dieser Quantität bilden könnte, habe ich zu diesem Zwecke einige der matten Oberflächen einer besondere Untersuchung unterzogen. Die folgende Tabelle enthält das dabei erhaltene Resultat.

Tabelle XVII. Die senkrechte Diffusion.

| | Einfallswinkel $= i =$ | | | | | | | |
|-----------------------|------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | 0° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° |
| Magnesiumoxyd . . . | (53,0) | 48,0 | 42,2 | 36,0 | 29,0 | 20,0 | 12,8 | 5,9 |
| Alaunpulver | (29,5) | 27,6 | — | 20,5 | — | 11,6 | — | 3,5 |
| Steinsalzpulver . . . | (55,0) | 49,9 | — | 38,7 | — | 22,8 | — | 7,2 |
| Zinnober | (58,0) | 52,3 | — | 37,0 | — | 20,5 | — | 6,4 |

Wäre die Grösse der senkrechten Diffusion constant, so müsste dieselbe bei einer constanten Wärmequelle, wie in den oben erwähnten Versuchen, mit dem Cosinus des Einfallswinkels abnehmen. Bediente man sich also einer ähn-

lichen graphischen Construction wie vorher und verzeichnete die Grösse der senkrechten Diffusion in der Richtung des einfallenden Strahles, so würde man bei Verbindung der Endpunkte dieser Radien einen Kreis erhalten. Indess ist die so erhaltene Curve eine Ellipse, deren längere Axe mit der Senkrechten zusammenfällt, und folglich nimmt die senkrechte Diffusion schneller als der Cosinus des Einfallswinkels ab. In der That zeigt diese Curve einen mit der Diffusionscurve bei senkrechter Incidenz analogen Verlauf, die senkrechte Diffusion bei verschiedener Incidenz zeigt also dieselben Abweichungen vom Cosinusetz, wie die Diffusion bei senkrechter Incidenz.

Nicht nur für die vollkommen matten Oberflächen, sondern auch für die, welche regelmässige Reflexion zeigen, scheint dieses Gesetz Gültigkeit zu haben. Papier z. B. befolgt ganz dasselbe Gesetz, wie ein Blick auf die Tabelle auch unmittelbar zeigt. Es scheint auch eine viel weitere Gültigkeit zu haben und kann mit Anwendung unserer Bezeichnungsart kurz durch $S_{i\omega} = S_{\omega i}$ ausgedrückt werden, wo (i) und (ω) nicht nur Winkel, sondern bestimmte Richtungen bezeichnen. Wenn also Beobachter und Wärmequelle in Beziehung auf ein Flächenelement ihre Plätze vertauschen, so bleibt das Resultat für den Beobachter dasselbe. Kleine Abweichungen hiervon scheinen jedoch vorhanden zu sein.

Wir können hiernach die folgenden mehr oder weniger annähernd gültigen Sätze über den Verlauf der Diffusion von vollkommen matten Oberflächen aufstellen:

1) Bei senkrechter Incidenz ist die Diffusion symmetrisch um die Senkrechte herum vertheilt, und die Diffusionsfläche ist ein verlängertes Rotationsellipsoid mit der Rotationsaxe längs der Senkrechten.

2) Bei zunehmenden Einfallswinkeln behält die Diffusionsfläche ihre symmetrische Form um die Senkrechte, das Ellipsoid wird aber mehr und mehr abgeplattet, geht bei einem Einfallswinkel von ungefähr 30° in eine Kugel und danach in ein abgeplattetes Rotationsellipsoid über.

3) Hierbei nimmt das senkrechte Diffusionsvermögen (S_{i0}/S) mit wachsenden Einfallswinkeln (i) ab.

4) Bei grösseren Einfallswinkeln tritt eine regelmässige Reflexion ein, die folglich die Symmetrie um die Senkrechte stört. Diese Symmetrie scheint indess, so weit die Beobachtungen reichen (bis zu $i = 80^\circ$), vorhanden zu sein. Oft stellt sich die besondere Reflexion erst bei einem Einfallswinkel von 70° bis 80° ein.

Man kann ohne Schwierigkeit diese Sätze in einige empirische Formeln zusammenfassen.

Es sei unserer Bezeichnungen gemäss (S_{i0}) die Diffusion in der Richtung der Senkrechten und in einem Abstände Eins von einem Flächenelemente, wenn die Wärme unter einem Einfallswinkel (i) auffällt. Ist die Diffusionsfläche ein Rotationsellipsoid, so ist (S_{i0}) die ganze Rotationsaxe, und wenn (μ_i) das Verhältniss zwischen dieser und der anderen Axe bezeichnet, so ist die Diffusion ($S_{i\omega}$), die den Winkel (ω) mit der Senkrechten bildet:

$$(1) \quad S_{i\omega} = S_{i0} \frac{\cos \omega}{1 + (\mu_i^2 - 1) \sin^2 \omega}.$$

Beschreiben wir mit dem Flächenelemente als Mittelpunkt eine Kugel mit dem Radius Eins, so können wir dieselbe in Ringe abtheilen, welche um die Senkrechte concentrisch sind, und deren jeder eine diffundirte Wärmemenge:

$$dD = 2\pi S_{i0} \frac{\cos \omega \sin \omega}{1 + (\mu_i^2 - 1) \sin^2 \omega} d\omega,$$

empfangt. Die gesammte diffundirte Wärmemenge ist folglich:

$$(2) \quad D = 2\pi S_{i0} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \omega \sin \omega}{1 + (\mu_i^2 - 1) \sin^2 \omega} d\omega = D = 2\pi S_{i0} \frac{1}{\mu_i^2 - 1} \log \mu_i,$$

oder, wenn $\mu_i = 1$:

$$(3) \quad D = \pi S_{i0}.$$

Durch die Formel (1) ist die Diffusion in jeder Richtung und für jeden Einfallswinkel bestimmt, sobald bekannt ist, wie die senkrechte Diffusion (S_{i0}) und das Verhältniss (μ_i) sich mit den Einfallswinkeln ändern.

Die senkrechte Diffusion nimmt, wie schon bemerkt, mit dem Einfallswinkel nach demselben Gesetze ab, wie die

Diffusion bei senkrechter Incidenz mit dem Diffusionswinkel abnimmt. Die beiden Erscheinungen können folglich durch dieselbe Formel ausgedrückt werden, und der Formel (1) analog erhalten wir also hier:

$$(4) \quad S_{io} = S_{oo} \frac{\cos i}{1 + \epsilon \sin^2 i}.$$

Da die senkrechte Diffusion bei allen hier untersuchten Oberflächen einen ganz analogen Verlauf zeigt, kann man bei Berechnungen von (S_{io}) sich desselben Werthes der Constanten (ϵ) , nämlich $(\epsilon) = 0,2$ bedienen.

Das Verhältniss zwischen den Axen haben wir schon in der Tabelle XVI angegeben. Wenn auch die hierüber gemachten Bestimmungen zu wenig zahlreich sind, um die Veränderung dieses Verhältnisses mit dem Einfallswinkel sicher festzustellen, habe ich doch versucht, das Resultat in eine allgemeine Formel zusammenzufassen. Diese ist:

$$(5) \quad \mu_i = 1,1 - \frac{i^2}{p},$$

wo die Constante (p) sich ein wenig mit der Beschaffenheit der Substanzen zu ändern scheint.

Das Vorhergehende gilt für die vollkommen matten Oberflächen, die keine Spur von regelmässiger Reflexion zeigen. Bei den Oberflächen, wo diese noch nicht sehr stark hervortritt, wie z. B. bei Papier und gegossenem Gips, können die Diffusionsflächen jedoch mit vollem Recht als Ellipsoide betrachtet werden (siehe Fig. 9 Taf. II), allein die Symmetrie um die Senkrechte ist gestört, die positive Seite der Einfallsebene tritt mehr hervor als die negative, und die Maximaldiffusion liegt in der Richtung der regelmässigen Reflexion oder zwischen dieser und der Senkrechten. Bei Oberflächen mit bestimmt hervortretender Reflexion werden die Verhältnisse complicirter, und eine nähere Untersuchung hiervon würde wohl aus den schon angegebenen Gründen nicht sehr erfolgreich sein.

Mittelst der Formeln (2) (4) und (5) können wir die ganze Diffusion einer vollkommen matten Oberfläche berechnen. Daraus ergibt sich, dass diese Quantität, ungeachtet der Veränderungen, welche die Diffusionsfläche erleidet,

für eine constante Wärmequelle beinahe vollständig dem Cosinus des Einfallswinkels proportional abnimmt, oder also bei constanter Bestrahlung der Flächeneinheit selbst constant ist, und zwar bis auf eine Incidenz von ungefähr 60°. Hiernach nimmt die ganze Diffusion meist infolge der eintretenden regelmässigen Reflexion rasch zu. Weil die Berechnung der ganzen Diffusion, der auswählenden Absorption der Oberflächen wegen, nur für eine gewisse bestimmte Wärmequelle (hier die mit Linsenglas versehene Argand'sche Lampe) gelten und dann von nur geringem Werth sein würde, führe ich dieselbe hier nicht an.

Um zu sehen, ob bei der Diffusion die Strahlen in verschiedenen Richtungen einer verschiedenen auswählenden Absorption unterworfen werden, wurden vor der Oeffnung des galvanischen Differentialthermometers Platten von verschiedenem Absorptionsvermögen befestigt, so eine etwa 0,5 mm dicke Ebonitplatte, die hauptsächlich die dunklen Wärmestrahlen durchlässt, eine Alaunplatte, die eigentlich nur dieselben absorbirt, und schliesslich rothes und blaues Glas.

Soviel man aus diesen Messungen schliessen kann, existirt keine verschiedene Vertheilung der verschiedenen Wärmearten, solange nicht die regelmässige Reflexion eingetreten ist. Das Verhältniss zwischen der gesammten diffundirten Wärmemenge zu einer gewissen Wärmefarbe ergibt sich in allen Richtungen der diffundirenden Oberfläche constant, und die diffuse Wärme ist folglich in verschiedenen Richtungen keiner verschiedenen auswählenden Absorption unterworfen. Die Diffusionsflächen müssen für verschiedene Wärmearten gleichartig sein. Wenn die regelmässige Reflexion eintritt, scheint jedoch der reflectirte Strahl reicher an den Wärmearten, welche die Oberfläche selbst hauptsächlich absorbirt, als an den übrigen diffundirten Strahlen zu sein. Mit Sicherheit kann dies indess nicht nach den Beobachtungen behauptet werden.

5. Anwendung auf die Absorption der Oberflächen.

Die in Beziehung auf die ganze Diffusion der Oberflächen gewonnenen Resultate können wir unmittelbar auf

ihre Absorption anwenden, da sie dem Unterschied zwischen der einfallenden und der diffundirten Wärme gleich ist. Das Absorptionsvermögen der vollkommen dunklen Oberflächen ist also bis zu einem Einfallswinkel von 60° constant, wonach es rasch abnimmt.

Von besonderem Interesse ist das Absorptionsvermögen des Russes. Gewöhnlich nimmt man bei allen derartigen Untersuchungen an, dass der Russ die gesamte einfallende Wärmemenge absorbire, obgleich dies nicht ganz richtig ist. Die Bestimmungen über das Absorptionsvermögen einer berussten Oberfläche weichen bedeutend voneinander ab. De la Provostaye und Desains sagen in einer zu einer oben erwähnten Abhandlung beigefügten Note¹⁾: „was den Kienruss in hinlänglich dicker Schicht betrifft, so glauben wir behaupten zu können, dass die Gesamtheit, welche er zurücksendet, nicht ein $\frac{1}{160}$ der einfallenden Wärme übersteige.“ Infolge der Erwärmung der Platte und der Langsamkeit und Unempfindlichkeit der Methode waren indess exacte Bestimmungen unmöglich. Christiansen giebt in einer Arbeit über Absorption das Absorptionsvermögen einer berussten Oberfläche zu 90 Procent an.²⁾ Wenn auch verschiedene Arten von Russ sehr verschiedenes Absorptionsvermögen besitzen, so ist doch dieser Unterschied zwischen verschiedenen Bestimmungen allzu gross, um aus diesem Umstand erklärt zu werden.

Bei einem ersten Versuche, die Diffusion von Russ einer Terpentinölflamme zu bestimmen, wurde wegen der Kleinheit derselben zur Vermeidung zufälliger Störungen die Oeffnung des Messapparates mit einem dünnen Glimmerblatt bedeckt. Hierdurch gingen freilich 13,7 Proc. der Wärmestrahlung verloren (hauptsächlich durch Reflexion). Die für die Versuche bestimmte, in gewöhnlicher Weise mit dunkelschwarzem Papier präparirte Kupferplatte wurde mit einer dicken Schicht von Russ überzogen; durch wiederholtes Berussen und wiederholte Messungen der Diffusion überzeugte ich mich, dass dieselbe

1) Provostaye u. Desains, Pogg. Ann. 74. p. 147. 1848.

2) Christiansen, Wied. Ann. 19. p. 267. 1883.

constant war, und dass das Resultat die Diffusion des Russes ohne Einwirkung der Diffusion der unterliegenden Fläche ergab. Nun wurde die Diffusion ($S_{0,20}$) (Einfallswinkel = 0° , Diffusionswinkel = 20°), durch 40 Beobachtungen an jeder Seite des Messinstrumentes bestimmt. Als mittleren Werth der Beobachtungen gab das Galvanometer einen Ausschlag von 1,04 S.-Th. oder auf die Empfindlichkeit des Apparates ohne die Glimmerplatte reducirt: 1,21. Hierbei war der mittlere Fehler einer Bestimmung: 0,13 S.-Th. und der wahrscheinliche Fehler des Resultates: 0,01 S.-Th. Am folgenden Tage wurden weitere 20 Bestimmungen nach beiden Seiten des Messapparats mit neuen Elementen in der Leitung gemacht. Bei Reduction auf dieselbe Empfindlichkeit des Messapparats wie vorher (500 S.-Th. für die Strahlung der Lampe durch die kleinere Oeffnung) ergaben sich 1,27 S.-Th. oder ohne Glimmer: 1,47 S.-Th. Der Mittelwerth der zwei Bestimmungen ist dann: 1,34 S.-Th. Da Russ ohne Zweifel zu den vollkommen dunklen Oberflächen, die wir schon früher studirt haben, zu rechnen ist, können wir wohl ohne Gefahr, einen grösseren Fehler zu begehen, die gegebenen Formeln sogleich anwenden, um die gesammte Diffusion zu berechnen. Die folgenden Bestimmungen (jede der Mittelwerth von zehn) stimmen übrigens mit den Verhältnissen, die wir schon für die vollkommen matten Oberflächen gefunden haben, ganz überein:

$$S_{0,40} = 1,11, \quad S_{0,60} = 0,67, \quad S_{10,10} = 1,38.$$

Wird $S_{0,0}$ nach der Formel (1) in der vorigen Abtheilung und auf Grund des Werthes für $S_{0,20}$ berechnet, so finden wir:

$$S_{00} = 1,5.$$

Dieses ist die Intensität der diffusen Wärme in senkrechter Richtung in einem Abstand von 23,8 cm von der berussten kreisförmigen Platte von 1,5 cm Radius.

Wir finden dann nach der Formel (2) in der vorigen Abtheilung die gesammte diffundirende Wärmemenge:

$$D = 2\pi \frac{1,50 \times (23,8)^2}{\pi(1,5)^2} \times \frac{1}{(1,1)^2 - 1} \log 1,1 = 360.$$

Um das Absorptionsvermögen der Fläche zu bestimmen, muss man ausserdem die relative Intensität, mit welcher die Fläche bestrahlt wird, näher kennen. Deshalb wurden in die Zuleitung des Apparates ungefähr 600 Ohm eingeschaltet und dadurch die Empfindlichkeit nur auf 0,0212 von der gewöhnlichen reducirt. Das Gitter des Messapparates wurde jetzt an die Stelle der diffundirenden Fläche gebracht und der Galvanometerausschlag für senkrechte Bestrahlung bestimmt. Derselbe war 319,0 S.-Th., oder der gewöhnlichen Empfindlichkeit entsprechend 14990 S.-Th., was die gesuchte relative Intensität repräsentirt.

Da der Russ, wie man es gewöhnlich auf Grund verschiedener Untersuchungen annimmt, die verschiedenen Wärmearten in gleicher Menge absorbiert (was eine wiederholte Untersuchung verdiente), würde also das Absorptionsvermögen desselben unabhängig von der Beschaffenheit der Wärmequelle $\frac{360}{14990} = 97,6$ Procent betragen.

Um mit verschiedenen Instrumenten für absolute Messungen über strahlende Wärme einander vergleichbare Resultate zu gewinnen, muss man in jedem einzelnen Falle die auf dem Instrumente angebrachte wärmeabsorbirende Oberfläche besonders untersuchen. Verschiedene Arten von Russ besitzen nämlich ein sehr verschiedenes Absorptionsvermögen. Russ von Stearinkerzen besass ungefähr nur die halbe Diffusion von Terpentinölruss. Ist die Russschicht sehr dünn, so kann leicht eine sehr bedeutende Reflexion zurückbleiben. Eine solche reflectirende Oberfläche ist infolge der auswählenden Absorption nicht für Wärmebestimmungen geeignet. Andererseits sind möglichst allzu dicke Schichten von Russ wegen ihres schlechten Wärmeleitungsvermögens zu vermeiden. Die von Crova¹⁾ eingeführte Methode, die metallische Oberfläche zuerst durch einen galvanischen Niederschlag von Platinschwarz so stark absorbirend wie möglich zu machen, um sodann eine dünne Schicht von Russ anzubringen, erscheint darum sehr zweckmässig.

1) Crova, Ann. de chim. et de phys. (5) 11. p. 433. 1877.

6. Ueber den Einfluss der Dicke der diffundirenden Schicht auf die Diffusion von Oberflächen.

Dass die Diffusion nicht nur von der äussersten Oberfläche, sondern auch von einer gewissen Tiefe herrührt, kann man schon aus älteren Versuchen schliessen, wonach sich das Absorptionsvermögen einer Oberfläche mit der Dicke der absorbirenden Schicht ändert. Quincke¹⁾ hat gezeigt, dass sogar die Reflexion metallischer Oberflächen sich von einer gewissen Tiefe herleitet. Wie sich die Diffusion aber mit der Dicke der Schicht ändert, ist noch nicht untersucht worden. Hierbei tritt uns auch die Schwierigkeit entgegen, die Dicke der Schicht zu bestimmen.

Bei Untersuchungen dieser Art hat man sich gewöhnlich entweder der Wägung oder der Messung mittels des Sphärometers bedient. Der Verfasser hat vorgezogen, sich eines guten, mit einer kleinen, an der Mikrometerschraube befestigten Kreistheilung versehenen Mikroskops zu bedienen. Die Platte, die noch nicht mit der für die Untersuchung bestimmten Oberflächenschicht versehen war, wurde unter das Mikroskop auf einen dafür bestimmten beweglichen Tisch gelegt und das Mikroskop so eingestellt, dass man die obersten Theile der immer etwas rauhen Oberfläche scharf und deutlich wahrnehmen konnte. Darauf wurde die Stellung der Mikrometerschraube mit Hülfe der Kreistheilung abgelesen. Nach Bedeckung der Platte mit der Schicht wurde dasselbe Verfahren wiederholt. Aus der Drehung der Mikrometerschraube kann man die Dicke der Schicht berechnen. Bei dem benutzten Mikroskop entsprach ein Theilstrich der Kreistheilung einer Hebung des Mikroskops um 0,004 mm, und die Einstellung konnte ohne Schwierigkeit bis auf 1 bis 2 Theilstriche gemacht werden; die Dicke der Schicht lässt sich also leicht bis auf 0,01 mm bestimmen. Um zufällige Fehlerquellen zu eliminiren, wurde die Bestimmung auf fünf verschiedenen Stellen der Platte gemacht: in der Mitte und an vier näher dem Rande liegenden Stellen.

Für diese Versuche ist Magnesiumoxyd sehr geeignet

1) Quincke, Pogg. Ann. 119. p. 378. 1863.

wegen der Leichtigkeit, womit man Schichten von gleichmässiger Dicke auf die Untersuchungsplatte niederschlagen kann.

Da die Platte zuerst mit Terpentinölruss präparirt war, kann man von dem Einfluss der unter der Magnesiumschicht befindlichen Fläche völlig absehen. Die oberste Horizontalcolumnne der folgenden Tabelle enthält die Dicke (l) der Schicht in mm, die linke Verticalcolumnne den Einfallswinkel (i und ω), und die Tabelle die entsprechende Diffusion beobachtet und berechnet nach einer im Folgenden zu erläuternden Methode.

Tabelle XVIII. Die Diffusion von Magnesiumoxyd durch Schichten verschiedener Dicke.

| | $l = 0,05$ | | $l = 0,10$ | | $l = 0,18$ | | $l = 0,26$ | |
|-----------------------------------|------------|------|------------|------|------------|------|------------|------|
| | Beob. | Ber. | Beob. | Ber. | Beob. | Ber. | Beob. | Ber. |
| $i = 0^\circ, \omega = 20^\circ$ | 21,1 | 21,4 | 35,6 | 33,5 | 44,5 | 42,8 | 49,0 | 46,6 |
| " , $\omega = 60^\circ$ | 12,0 | 12,4 | 17,7 | 17,6 | 22,8 | 20,9 | 22,0 | 21,7 |
| $i = 60^\circ, \omega = 80^\circ$ | 10,8 | 10,1 | 14,4 | 13,5 | 15,1 | 14,9 | 15,2 | 15,1 |
| " , $\omega = 40^\circ$ | 11,1 | 10,7 | 15,5 | 15,0 | 18,2 | 17,2 | 17,4 | 17,6 |
| " , $\omega = 0^\circ$ | 10,7 | 11,3 | 16,2 | 16,0 | 20,3 | 19,0 | 19,9 | 19,7 |
| " , $\omega = 40^\circ$ | 11,0 | — | — | — | — | — | — | — |

Durch eine graphische Darstellung (Fig. 15) habe ich das sich dabei darbietende Phänomen anschaulich gemacht. Rechts in der Figur sind Diffusionscurven für $i = 30^\circ$, links für $i = 60^\circ$; (a) dieselbe für $l = 0,05$, (b) für $l = 0,10$, (c) für $l = 0,18$ und (d) für $l = 0,26$ mm. Die Diffusion nimmt also mit der Dicke der Schicht ab, zugleich verändert sich auch die Diffusionsfläche, sie wird allmählich ausgeplattet, ohne jedoch ihre Symmetrie um die Senkrechte zu verlieren. Da hierbei die senkrechten Diffusionen mit der Zunahme des Einfallswinkels weniger schnell als vorher abnehmen, muss offenbar die gesammte Diffusion bei wachsendem Einfallswinkel schneller für eine dünne als für eine dicke Platte zunehmen.

Mit dem Zunehmen der Dicke der diffundirenden Schicht wächst die Diffusion bis zu einem Maximum, und zwar um so schneller, je grösser die Einfallswinkel sind.

Die Resultate für Magnesiumoxyd bestätigen sich auch

durch die vorigen für Zinkoxyd. Diese Schicht war ausserordentlich dünn, nur 0,07 mm dick; die Diffusionscurve für $i = 60^\circ$ zeigt uns dieselbe abgeplattete Gestalt, wie die des Magnesiumoxyds bei demselben Einfallswinkel.

Von einigen einfachen Annahmen ausgehend, wollen wir versuchen, eine Erklärung dieses Phänomens zu geben. Wir wollen die gewöhnliche nicht völlig bewiesene Annahme machen, dass von einer einfallenden Wärmestrahlung (S) die Wärmemenge (S_i) durch ein Medium von der Dicke (l) nach dem Gesetze:

$$S_i = S e^{-kl},$$

geht, wo k eine Constante ist. Weiter nehmen wir an, dass, wenn wir unsere Oberfläche in dünne parallele Schichten theilen, eine jede von ihnen in eine gewisse Richtung und für eine gewisse Incidenz der einfallenden Wärme denselben Bruchtheil der zu dieser Schicht kommenden Strahlungsintensität zurücksendet. Liegt nur eine Schicht von der Dicke (dl) in einem Abstand (l) von der Grenzoberfläche der Schicht, und trifft die Wärmestrahlung dieselbe unter dem Winkel (i), so kommt zur Schicht (dl) nach unserer ersten Annahme die Wärmemenge:

$$S_i = S e^{-k \frac{l}{\cos i}}, \text{ wovon } R_l = C S_i dl,$$

in der Richtung (ω) zurückgeworfen wird. C ist hier unserer zweiten Annahme nach constant. Die zurückgeworfene Wärmemenge wird nun wieder unserer ersten Annahme nach behandelt, und die in Form diffuser Wärme in der Richtung (ω) von der Platte austretende Wärme ist:

$$d S_{i\omega} = R_l e^{-k \frac{l}{\cos \omega}} = d S_{i\omega} = C S e^{-k \frac{l}{\cos i}} e^{-k \frac{l}{\cos \omega}} dl.$$

Summiren wir von der Grenzoberfläche bis zur Schicht (l) so folgt:

$$S_{i\omega} = C S \int_0^l e^{-k \frac{\cos \omega + \cos i}{\cos \omega \cos i} l} dl,$$

$$S_{i\omega} = C S \frac{1}{k} \frac{\cos i \cos \omega}{\cos i + \cos \omega} \left(1 - e^{-k l \frac{\cos i + \cos \omega}{\cos i \cos \omega}} \right),$$

oder kürzer:
$$S_{i\omega} = S \frac{C}{k f(\omega)} (1 - e^{-k l f(\omega)}).$$

Mit dieser Formel ist in der That das ganze Phänomen, der Diffusion von Schichten ungleicher Dicke erklärt. Mit wachsendem (l) wächst auch $(S_{i,\omega})$ und nähert sich immer mehr einem Maximum. Da $f(\omega)$ stets mit (ω) und (i) zunimmt, ist leicht einzusehen, dass $S_{i,\omega}$ rascher mit zunehmender Dicke der Schicht wächst, je grösser (i) und (ω) sind.

In den oben gegebenen Formeln ist k constant für jedes (i) und (ω) . Kennt man dann den Werth dieser Quantität, so kann $kf(\omega)$ in jedem einzelnen Falle berechnet werden. In Beziehung auf (C) können wir dagegen nicht dieselbe Annahme machen, da wir davon nichts a priori wissen. Wir brauchen also, um Beobachtung mit Berechnung vergleichen zu können, eine Gleichung für (k) , eine andere für jede einzelne Reihe (für jedes i und ω), um (C) zu bestimmen. So haben wir in der oben gegebenen Tabelle $k = 5,5$ und als Werthe von $S(c/kf(\omega))$ die für $l = 0,26$ gewonnenen gesetzt. Die Abweichungen zwischen Beobachtung und Berechnung sind nicht grösser, als dass sie sich aus den Schwierigkeiten bei der exacten Bestimmung der Dicke der Schicht gut erklären lassen.

Bei den oben erwähnten Versuchen wurde die durchgehende Wärme von der unter der diffundirenden Schicht liegenden mattschwarzen Fläche absorbirt; dadurch haben wir das gleiche Resultat erlangt, wie wenn wir eine dünne Schicht der diffundirenden Substanz ohne irgend eine Unterlage benutzt hätten. Die Verhältnisse müssen sich ganz anders erweisen, wenn wir uns einer reflectirenden Substanz als Unterlage bedienen. Dann ist die Erscheinung aus der Diffusion der anfallenden Wärme und der Diffusion der nach Reflexion durchfallenden zusammengesetzt. Um diese Verhältnisse näher kennen zu lernen, habe ich einige Messungen der Diffusion bei durchgehender Wärme ausgeführt. Dünne Platten von den zur Untersuchung bestimmten Substanzen wurden über der kreisförmigen, 30 mm breiten Oeffnung eines geschwärzten Papprahmens, der auf die Axe des Theodolits aufgelegt werden konnte, befestigt. Die Messungen sind den oben erwähnten ganz ähnlich, nur mit dem Unterschiede, dass die Platten diesmal von der entgegengesetzten Seite be-

leuchtet wurden. Die untersuchten Substanzen sind: Magnesiumoxyd auf Glimmer, kohlensaure Magnesia in einer dünnen, etwa 0,2 mm dick geschliffenen Platte, gewöhnliches Schreibpapier. Die folgende Tabelle, welche wie die früheren angeordnet ist, enthält die Resultate für die ersten beiden Stoffe; (i) bezeichnet den Winkel zwischen der durchgehenden Wärme und dem Stoffe auf der Platte, (ω) wie vorher den Diffusionswinkel, den wir hier in der Einfallsebene, wenn der durchgehende und der diffundirende Strahl an derselben Seite des Lothes liegen, positiv, in entgegengesetztem Falle aber negativ rechnen wollen.

Tabelle XIX.

Diffusion bei durchgehender Wärme.

Kohlensaure Magnesia.

| | Einfallswinkel = i | Diffusionswinkel = ω = | | | | | | | |
|---------------|----------------------|-------------------------------|---|-----|-----|-----|-----|-----|---|
| | | 0° | — | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | — |
| Einfallsebene | 0° | 7,8 | — | 6,6 | — | 4,6 | — | 3,1 | — |
| | 30° { ω pos. | 5,6 | — | — | 4,8 | — | 3,6 | — | — |
| | 30° { ω neg. | — | — | — | 4,4 | — | 3,3 | — | — |
| | 60° { ω pos. | 2,3 | — | — | 1,9 | — | — | 1,0 | — |
| | 60° { ω neg. | — | — | — | 1,8 | — | — | 0,8 | — |
| | | | | | | | | | |

Papier.

| | Einfallswinkel = i | Diffusionswinkel = ω = | | | | | | | |
|---------------|----------------------|-------------------------------|------|------|------|------|-----|-----|---|
| | | 0° | 15° | 20° | 30° | 40° | 45° | 60° | — |
| Einfallsebene | 0° | 17,0 | 16,2 | — | 12,9 | — | 9,7 | 5,9 | — |
| | 30° { ω pos. | 15,0 | — | — | 12,0 | — | — | 5,2 | — |
| | 30° { ω neg. | — | — | — | 11,2 | — | — | 4,8 | — |
| | 60° { ω pos. | 5,7 | — | — | 5,5 | — | — | 2,4 | — |
| | 60° { ω neg. | — | — | — | 4,8 | — | — | 2,4 | — |
| | | | | | | | | | |
| 2. Hauptebene | 30° | 15,0 | — | 14,0 | — | 11,3 | — | 5,4 | — |

Fig. 16 ist die Diffusionscurve in der Einfallsebene für Papier nach den schon gegebenen Bestimmungen (jeder Werth ist vorher mit 2 multiplicirt). Danach folgt die Diffusion bei durchgehender Wärme denselben Gesetzen wie bei auffallender, wenn die diffundirende Schicht hinreichend dick ist. Dies ist jedoch nicht der Fall, wenn die Schichten sehr dünn sind. Magnesiumoxyd ist auch hier

sehr geeignet, um den Einfluss der Dicke auf die Diffusion zu studiren, und wir fassen in folgenden Sätzen die Ergebnisse dieser Untersuchung zusammen:

1) Bei einer hinreichend dünnen Schicht liegt die Maximalintensität in der Richtung der durchgehenden Wärme.

2) Mit wachsender Dicke der Schicht nimmt die Intensität in der Richtung der durchgehenden Wärme ab, zugleich wächst aber die Diffusion in den übrigen Richtungen, bis die Platte eine gewisse Dicke erreicht hat.

3) Nachdem sie diese Dicke erreicht hat, nimmt die Diffusion in allen Richtungen ab.

4) Hierbei ist die Diffusionsfläche ein Rotationsellipsoid unabhängig vom Einfallswinkel, und die Maximaldiffusion liegt in der Richtung der Senkrechten der Fläche.

Hiernach ist nun leicht zu schliessen, wie es sich bei der Diffusion einer vollkommen matten äusseren Schicht mit einer unterliegenden reflectirenden Fläche verhält. Ist die Schicht dünn genug, so wird die Diffusion in der Richtung der Reflexion verstärkt, und die Diffusionsfläche verliert ihre symmetrische Form um das Loth. Ist aber die Schicht dick genug, so wird die Diffusionsfläche der durchgehenden reflectirten Wärme von derselben Form wie die der direct auffallenden und verstärkt folglich die letztere, ohne ihre Form besonders zu ändern.

Schliesslich führen wir einige Messungen der Reflexion an metallischen, mit Russ geschwärzten Oberflächen an. Die Tabelle enthält in Scalentheilen ausgedrückt die Reflexion von geschliffenem und berusstem Kupfer und von berusstem Stanniol. Die Versuche werden wie die früheren ausgeführt.

Reflexion von berussten Metallen.

| $i =$ | Kupfer | | Stanniol | |
|-------|-----------|------------------------|------------------------|------------------------|
| | ohne Russ | mit Russ $l = 0,05$ | mit Russ $l = 0,05$ | mit Russ $l = 0,09$ |
| 10° | 346,0 | 8,4 | 28,1 | 1,6 |
| 30 | 323,0 | 4,7 | 11,1 | 0,8 |
| 50 | 275,0 | 2,1 | 3,5 | 0,8 |
| 70 | 198,0 | 1,2 | 1,5 | 0,8 |

Hieraus lässt sich schliessen, dass die Reflexion und also auch die Absorption metallischer, mit Russchichten von gleicher Dicke bedeckten Oberflächen sich sehr auffallend mit der Beschaffenheit der unterliegenden metallischen Oberfläche ändert. Die Reflexion einer solchen Oberfläche nimmt, im Gegensatz zu den gewöhnlichen Verhältnissen bei Reflexion, sehr rasch mit zunehmendem Einfallswinkel ab. Dies lässt sich ähnlich wie die Diffusion ungleich dicker Schichten durch die Absorption der ersten Schicht erklären.

Aus dem oben Mitgetheilten können wir einige Schlussfolgerungen mit besonderer Rücksicht auf einige Abhandlungen von E. Villari¹⁾ und S. G. van Deventer²⁾ ziehen. In diesen Arbeiten wird die „Maximalabsorptionsschicht“ für verschiedene pulverförmige Substanzen als eine vollkommen constante Quantität bestimmt. Deventer überstreut eine Metallplatte, an deren unteren Seite ein Thermoelement befestigt worden ist, mit den verschiedenen pulverförmigen Substanzen in Schichten von ungleicher Dicke, setzt sie von oben einer strahlenden Wärmequelle aus und findet, dass das Absorptionsvermögen zuerst zunimmt und ein Maximum erreicht, um wieder abzunehmen. Die Abweichungen zwischen der Reihe der maximalen Absorptionsvermögen und einer ähnlichen von Tyndall erklärt der Verfasser dadurch, dass Tyndall keine Rücksicht auf die Bedeutung der erwähnten Schicht der Maximalabsorption genommen hat. Dabei hat indess der Verfasser zwei Substanzen gefunden, für welche das Absorptionsvermögen nicht zuerst zunimmt, sondern im Gegentheile allmählich abnimmt und dies dadurch zu erklären versucht, dass die Maximalabsorptionsschicht bei ihnen schon beim ersten Versuche erreicht war. Nach der vorigen Untersuchung kann eine constante „Maximalabsorptionsschicht“ in der hier angegebenen Bedeutung nicht wohl existiren. Denken wir uns eine diffundirende Schicht auf eine vollständig absorbirende Oberfläche gelegt, so muss offenbar das resultirende Absorptionsvermögen der Ober-

1) Villari, Nuov. Cim. (3) 8. p. 6—32. 1878. Beibl. 3. p. 33. 1879.

2) Deventer, Inaug.-Diss. Leiden 1879. Beibl. 4. p. 462. 1880.

fläche continuirlich mit wachsender Schicht abnehmen, weil ja die Diffusion allmählich zunimmt. Ist wiederum dieselbe Schicht auf eine vollständig spiegelnde Oberfläche gelegt, so muss, insofern die Schicht irgend eine Absorptionsfähigkeit besitzt, das Absorptionsvermögen der Oberfläche continuirlich zunehmen. Dass man bei calorimetrischen Versuchen eine Maximalschicht findet, nach welcher die Absorption abnimmt, hängt offenbar von dem mangelnden Leitungsvermögen der Schicht ab, aber ob es solch ein Maximum giebt, und wie dick die Schicht dazu sein muss, hängt auch von der Beschaffenheit der unterliegenden Fläche ab.

7. Ueber die Natur der Diffusion.

Wir haben eine Formel aufgestellt, wodurch der Verlauf der Diffusion von Schichten verschiedener Dicke bei den vollkommen matten Oberflächen eine befriedigende Erklärung erhalten hat. Ist die Schicht so dick, dass die Diffusion derselben ihr Maximum erreicht hat, so vereinfacht sich die Formel zu:

$$S_{i,\omega} = S \frac{C}{k} \frac{\cos i \cos \omega}{\cos i + \cos \omega}.$$

Hier wurde (k) als constant für jedes (i) und (ω) angenommen, was auch wohl erlaubt sein durfte. Die diffundirende Schicht ist nämlich hier als in jeder Richtung gleichartig zu betrachten. Dies darf dagegen in Beziehung auf (C) nicht angenommen werden; diese Quantität scheint im Gegentheil eine Function von (i) und (ω) zu sein. Eine Bestimmung dieser Function würde offenbar zu einer theoretischen Formel über den Verlauf der Diffusion leiten. Es fragt sich dann, ob man die Diffusion als ein selbständiges Phänomen oder mit Bouguer als eine Art von verwickelter Reflexion betrachten soll. Die im Vorigen gefundenen Verhältnisse scheinen der letzteren Auffassung keineswegs entgegenzutreten, ein Umstand lässt sich im Gegentheil schwerlich von einem anderen Gesichtspunkte aus erklären.

Bei einigen unserer Oberflächen ist nämlich die Diffusion in der Einfallsebene für negative Diffusionswinkel stärker als für positive entwickelt. Obgleich dieser Unter-

schied einerseits klein genug war, um in den empirischen Formeln bei einer ersten Annäherung vernachlässigt werden zu können, scheint er andererseits zu gross, um aus Beobachtungsfehlern erklärt werden zu können. Durch die Annahme, dass die Diffusion nichts anderes als eine ein wenig verwickelte Reflexion kleiner spiegelnden Flächenelemente ist, lässt sich dieses Verhältniss erklären. Denken wir uns eine dünne Schicht von spiegelnden Flächenelementen vollständig homogen vertheilt, und sehen wir zunächst nicht nur vom Einfluss der nächsten Schicht auf die Diffusion, sondern auch vom Einfluss, den ein Theilchen auf die Diffusion eines anderen ausüben kann (durch wiederholte Reflexionen, Schatten u. s. w.) ab, so lässt sich die Diffusionsfläche einer solchen Schicht unter den angenommenen Verhältnissen nach den Gesetzen für die Reflexion leicht berechnen. Die Fläche ist offenbar eine Rotationsfläche mit dem einfallenden Strahl als Axe; ist die Substanz ein durchsichtiger Körper, so finden wir nach den von Fresnel für die Reflexion gegebenen Formeln, dass die Radii Vectores in dieser idealen Diffusionsfläche mit dem Zunehmen des zwischen ihnen und dem eintallenden Strahle liegenden Winkels bis zu 40° ein wenig abnehmen, dann wieder bis ungefähr 80° zunehmen, um noch einmal, und zwar sehr schnell, abzunehmen. Gerade in der Richtung des Strahles würde also die Maximaldiffusion liegen. Nun weicht aber diese Diffusionsfläche, wenigstens so lange der obenerwähnte Winkel zwischen dem einfallenden und dem diffundirenden Strahle nicht 60° überschreitet, nur wenig von der Kugelform ab, und in der That strebt die Absorption der Schichten dahin, Symmetrie in die Diffusionsverhältnisse um das Loth hervorzubringen. Nicht nur die Symmetrie der Diffusionsflächen, sondern auch die kleinen Abweichungen hiervon lassen sich also durch die angeführte Auffassung erklären.

(C) in der Formel muss folglich eine Function von dem Winkel zwischen dem einfallenden und dem diffusen Strahle sein, ausserdem aber noch von dem Einfluss, den die Theilchen durch Gruppierung u. s. w. auf einander ausüben können.

Sind die reflectirenden Theilchen homogen gelagert, ist also

(k) constant für jedes (i) und (ω), so ist kein Grund vorhanden, warum nicht (C) für gleiche Winkel zwischen dem einfallenden und dem diffundirenden Strahle auch gleich sei. Der Formel nach folgt in diesem Fall dass: $S_{i,\omega} = S_{\omega,i}$, sobald wir unter (i) und (ω) nicht nur Winkel, sondern ganz bestimmte Richtungen verstehen. Dies Resultat haben wir schon vorher auf rein empirischem Weg gefunden.

Nehmen wir zwei Substanzen, die demselben Reflexionsgesetz folgen, so erweisen sich die oben beschriebenen idealen Diffusionsflächen als beinahe gleichförmig. Dies muss unter den angenommenen Bedingungen auch gelten, wenn die Theilchen in verschiedener Weise, aber in den beiden Substanzen ähnlich gelagert sind, d. i. dass die Verhältnisse in Bezug auf Grösse, Form und Gruppierung der Theilchen gleich sind. Hieraus folgt nun freilich nicht, dass die wirklichen Diffusionsflächen auch gleich seien, indess ist dies doch wahrscheinlich, und in der That sprechen die schon angeführten Versuche für die Richtigkeit dieser Annahme. Bei allen vollständig matten Oberflächen können wir die Theilchen als gleichförmig (homogen) gelagert annehmen; die Diffusionscurven sind auch gleich. Sogar Steinsalz- und Alaunpulver, Körper von ganz verschiedenen Absorptionsverhältnissen, machen davon keine Ausnahme. Die Kupfer- und Eisenplatte wurde in gleicher Weise durch Schleifen mittelst Schmirgels präparirt, die Diffusion der ersteren ist in jeder Richtung ungefähr zweimal so stark wie die der letzteren.

Wir können indessen die Richtigkeit unserer Annahme durch noch einen sehr überzeugenden Versuch prüfen. Können wir eine Substanz mit einer Flüssigkeit durchfeuchten ohne dass die Theilchen der Substanz ihre frühere Lage ändern, so würde unserem Satze gemäss dadurch nicht die Form der Diffusionsfläche geändert werden. Hiervon muss wieder die Diffusion in der Richtung der Reflexion eine Ausnahme machen, da durch die flüssige Schicht eine rein oberflächliche Reflexion entstanden ist. Der Versuch wird leicht mittelst Papier in gewöhnlichem Zustande und mit Oel durchgefeuchtetem ausgeführt. Die Tabelle enthält die in der Einfallsebene angestellten Beobachtungen.

Tabelle XX. Gleichförmige Diffusion.

| | Geöltes Papier S' | Gewöhl. Papier S'' | $\frac{S'}{S''}$ |
|--|---------------------------|----------------------------|------------------|
| $i = 0^\circ, \quad \omega = 20^\circ$ | 16,1 | 31,3 | 0,51 |
| „ $\omega = 40^\circ$ | 11,4 | 21,2 | 0,54 |
| „ $\omega = 60^\circ$ | 6,9 | 13,3 | 0,52 |
| $i = 30^\circ, \quad \omega = -60^\circ$ | 6,0 | 10,7 | 0,56 |
| „ $\omega = -10^\circ$ | 13,0 | 25,0 | 0,52 |
| „ $\omega = 10^\circ$ | 15,6 | 27,8 | 0,56 |
| „ $\omega = 30^\circ$ | 18,1 | 29,0 | 0,62 |

Hiernach dürften wir zu dem Schlusse berechtigt sein, dass die Vertheilung der Diffusion wesentlich von der Reflexions- und Absorptionsfähigkeit der diffundirenden Substanz unabhängig und nur von dem Gesetze, nach dem die Reflexion vor sich geht, und von der Grösse, Form und Gruppierung der diffundirenden Theile abhängig ist. Die Grösse der Diffusion hängt dagegen von allen hier erwähnten Umständen ab.

VI. Ueber die Abhängigkeit der Wärmestrahlung von der Temperatur und das Stefan'sche Gesetz; von August Schleiermacher.

(Hierzu Taf. III Fig. 17–19.)

Hr. Stefan¹⁾ hat im Jahre 1879 das Gesetz aufgestellt, dass die von einem Körper ausgestrahlte Wärmemenge proportional sei der vierten Potenz seiner absoluten Temperatur. Die experimentelle Begründung dieses Gesetzes beruht ausser auf den älteren Arbeiten von Dulong und Petit²⁾, sowie von de la Provostaye und Desains³⁾ wesentlich auf den Versuchen von J. W. Draper.⁴⁾ Wie Hr. Stefan

1) Stefan, Wien. Ber. 79. (II.) p. 391. 1879.

2) Dulong u. Petit, Ann. de chim. et de phys. 7. p. 113 u. 225. 1817.

3) De la Provostaye u. Desains, Ann. de chim. et de phys. (3) 12. p. 129. 1844. 16. p. 337. 1846. 22. p. 358. 1848.

4) J. W. Draper, Phil. Mag. 30. p. 345. 1847.

selbst hervorhebt, sind die Temperaturmessungen Draper's nicht einwandfrei. Von Arbeiten, welche eine directe Prüfung des Stefan'schen Gesetzes auch bei höheren Temperaturen bezwecken, ist wohl nur diejenige des Hrn. Schneebeli¹⁾ hier zu erwähnen. Durch relative Messungen über die Wärmestrahlung der Wand eines Luftthermometers kommt Hr. Schneebeli zu dem Resultat, dass das Stefan'sche Gesetz den Beobachtungen innerhalb der Genauigkeitsgrenzen der Versuche genügt.

Die Arbeit des Hrn. Schneebeli erschien, als ich bereits mit der vorliegenden Untersuchung beschäftigt war; da dieselbe nach einer anderen Methode ausgeführt ist, hielt ich es für wünschenswerth, meine eigenen Versuche fortzusetzen, und erlaube mir, deren Ergebnisse im Folgenden mitzutheilen. Ehe ich hierzu übergehe, möchte ich Hrn. Prof. Braun meinen herzlichsten Dank für seine freundliche Unterstützung und vielfache Anregung auch an dieser Stelle aussprechen.

1. Die von mir benutzte Methode ist kurz die folgende:

In einem möglichst evacuirten Glasgefäß ist ein Draht ausgespannt, durch welchen ein galvanischer Strom geleitet werden kann. Der Draht kommt, wenn der ihn durchfließende Strom constant ist, und wenn die Wand des Gefäßes auf constanter Temperatur erhalten wird, ebenfalls auf constante Temperatur. Es ist alsdann der Ueberschuss der von dem Draht pro Zeiteinheit ausgestrahlten Wärme über die von ihm absorbirte gleich derjenigen Wärmemenge, welche der Strom während der Zeiteinheit in dem Draht erzeugt. Diese Wärmemenge wird dargestellt durch das Product aus dem Quadrat der Stromstärke mit dem Widerstand des Drahtes und ergibt sich in absoluten Arbeitseinheiten, wenn Stromstärke und Widerstand in absolutem, electromagnetischen Maass (cm, g, sec) gemessen sind.

Die Temperatur des Drahtes, welche ausserdem für unseren Zweck ermittelt werden muss, kann aus dem Widerstand des Drahtes gefunden werden, wenn durch eine beson-

1) Schneebeli, Wied. Ann. 22. p. 480. 1884.

dere Versuchsreihe die Aenderung des Widerstandes mit der Temperatur bestimmt wird. Durch Benutzung von Porzellanluftthermometern liess sich die Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur bis zu 1000° C. verfolgen.

Einen grossen Vortheil gewährt unsere Methode dadurch, dass sie gestattet, unter völlig stationären Verhältnissen zu beobachten.

2. Ich will nun auf die Beschreibung der Apparate, sowie der Versuchsanordnung näher eingehen.

Es wurde die Ausstrahlung gemessen an zwei verschiedenen Platindrähten I und II und an einem Platindraht III, welcher mit Kupferoxyd überzogen war. Die Drähte befanden sich in Apparaten aus Glas (I, II und III); Apparat III war auf der Innenfläche mit Russ bekleidet.¹⁾

Der Draht aa' , Fig. 17, dessen Ausstrahlung gemessen werden sollte, und den ich kurz als „Strahlungsdraht“ bezeichnen werde, befand sich in der Axe eines weiten Glasrohrs GG' . Das eine Ende des Drahtes ist an ein Stück Platindraht P von 0,7 mm Dicke, das andere Ende a' an eine Spiralfeder S aus Stahldraht und diese an ein zweites Stück Platindraht P' angelöthet. Innerhalb der Spiralfeder S befindet sich ein Stück dünnen Kupferdrahtes s , welches ebenfalls zur Spirale aufgerollt und einerseits mit dem Strahlungsdraht, andererseits mit dem Platinende P' verlöthet ist. Durch den Kupferdraht ist dem Strom bessere Leitung geboten, ohne die Bewegung der Spiralfeder S zu hindern.

Die beiden Platinenden P, P' sind eingeschmolzen in zwei Glasröhren g, g' , welche beiderseits an die weite Glasröhre GG' angesetzt sind. Die Länge von GG' ist ungefähr gleich der Länge des Strahlungsdrahtes aa' , und die Längen der Ansatzröhren g, g' sind so bemessen, dass die Spiralfeder S mässig ausgespannt ist, wenn die Platinenden P, P' eingeschmolzen sind. Die Feder erhält dann den

1) Einen gleichmässigen Ueberzug von Kupferoxyd auf dem Platindraht III erhielt ich, indem ich den Draht galvanisch verkupferte und das Kupfer durch Glühen an der Luft in Oxyd überführte. Um den Apparat III innen mit Russ zu überziehen, habe ich reinen Lampenruss mit Benzol angerieben und auf der Innenfläche des Apparats aufgetragen.

Strahlungsdraht auch bei starken Erwärmungen desselben gerade und gespannt.

Erwärmt sich der Strahlungsdraht durch den Strom, so ist seine Temperatur nicht auf der ganzen Länge die gleiche, sondern gegen seine Enden hin infolge der Wärmeableitung niedriger, als in dem mittleren Theil. Ein Urtheil über die Temperaturvertheilung längs des Drahtes erhält man, indem man denselben durch den Strom zum Glühen bringt und die Helligkeiten an verschiedenen Stellen vergleicht. Es zeigte sich so, dass die Helligkeit des glühenden Drahtes bis ungefähr 1,5 cm von jedem Ende ab gleichmässig war, und man darf daher die Temperatur längs der mittleren Strecke des Drahtes bis auf 2 cm von jedem Ende als gleichmässig annehmen. Es musste der Widerstand dieses mittleren Theiles gemessen werden, um daraus einerseits seine Temperatur, andererseits seine Ausstrahlung bestimmen zu können.

Zu dem Zweck waren an dem Strahlungsdraht je 3 cm von seinen Enden entfernt noch zwei Electroden e, e' aus 0,09 mm dickem Platindraht angebracht. Anfänglich waren die Electroden in der Weise hergestellt, dass die beiden feinen Platindrähte in ein leichtes und innerhalb des weiten Glasrohrs beweglich aufgehängtes Gestell aus Glasfäden eingeschmolzen waren und den Strahlungsdraht bei passender Neigung des Apparates berührten. Einfacher ist es jedoch, die Electroden an den Strahlungsdraht anzulöthen, indem man sie galvanisch vergoldet, um den Strahlungsdraht einmal herumschlingt und diesen zum Glühen bringt. Die letztere Anordnung ist bei dem Apparat III benutzt. Einen Unterschied der Helligkeit dieser Löthstellen beim Glühen des Drahtes gegenüber der Helligkeit der Drahtmitte habe ich nicht wahrnehmen können und schliesse daraus, dass durch die Wärmeableitung der Electroden an den Löthstellen ein merklicher Fehler nicht entsteht.

Die freien Enden der Electroden waren an etwas dickere Platindrähte gelöthet und letztere in zwei seitlich an das weite Rohr angesetzte Glasröhren eingeschmolzen. Zum Schutz der Platindrähte gegen das Abbrechen sind über sämtliche Einschmelzungen Glasröhren r angeschmolzen,

von welchen die beiden in der Axe des Rohrs GG' befindlichen parallel zu den beiden seitlich angesetzten Röhren umgebogen sind. Diese Glasröhren r wurden mit Quecksilber gefüllt und die Verbindungen durch in dasselbe eingesenkte, amalgamirte Kupferdrähte hergestellt.

An das weite Glasrohr GG' ist endlich noch ein Rohr p angeblasen, welches nach der Luftpumpe führt.

Die Dimensionen der drei Apparate finden sich p. 298 zusammengestellt.

Während der Strahlungsversuche ruhte der Apparat in einem Kasten aus Eisenblech von 4—5 l Inhalt. In demselben befand sich, um die Temperatur der Glashülle constant zu halten, Eiswasser, siedendes Wasser, oder schwer-siedendes Mineralöl, welches durch fünf untergesetzte Brenner auf einer Temperatur von ca. 200° erhalten wurde. In letzterem Falle diente ein Rührer zur Ausgleichung der Temperatur.

3. Zur Evacuirung des Apparates benutzte ich eine Quecksilberluftpumpe nach der von Hrn. Bessel-Hagen¹⁾ angegebenen Einrichtung. Die Pumpe stand mit dem Apparat durch eine Kundt'sche Glasfeder in Verbindung. Zwischen beiden befand sich ausserdem ein Gefäss mit Phosphorsäureanhydrid. Die Verbindungen waren durch Aneinanderschmelzen der betreffenden Glasröhren bewirkt, also mit Fett gedichtete Hähne und Schliffe ganz vermieden.

Das Auspumpen geschah in der Weise, das zum Schluss der Apparat 6—12 Stunden lang auf etwa 270° erhitzt wurde, bis sich kein Gas mehr von den Wänden desselben loslöste. Gleichzeitig brachte man den Strahlungsdraht durch einen hindurchgeleiteten Strom wiederholt zum Glühen, um auch von ihm möglichst alles Gas zu entfernen. Die Hagen'sche Pumpe gestattet bekanntlich, den Druck des Gases im Recipient zu messen; man kann daher, wenn schliesslich so weit ausgepumpt ist, dass eine Fortsetzung des Pumpens ohne Wirkung bleibt, eine obere Grenze für den Druck im Recipienten angeben. Hiernach ergibt sich, dass der Druck

1) Bessel-Hagen, Wied. Ann. 12. p. 425. 1881.

der Luft in den möglichst evacuirten Apparaten höchstens $0,000\,08\text{ mm} = \frac{1}{10}\text{ Mill. Atm.}$ betrug. Dies ist nur ein kleiner Bruchtheil von dem Druck, welchen der durch die Pumpe nicht zu entfernende, gesättigte Quecksilberdampf bei gewöhnlicher Temperatur besitzt. Es beträgt der Druck des gesättigten Quecksilberdampfes bei 20° nach Regnault $0,037\text{ mm}$, nach Hrn. Hertz¹⁾ $0,0013\text{ mm}$.

Es zeigte sich vortheilhaft, die Pumpe auch während der Strahlungsversuche mit dem Apparat in Verbindung zu lassen, um Spuren von Gas, die sich auch bei sorgfältigster Evacuierung gelegentlich noch ablösen, entfernen und so das Vacuum jederzeit auf dem oben bezeichneten Werth erhalten zu können.

4. Der Energieverlust des Drahtes infolge der Strahlung ist pro Zeiteinheit gegeben durch das Product aus dem Widerstand w des Drahtes mit dem Quadrat der Intensität I des ihn durchfliessenden Stromes. Sind w und I in absolutem, electromagnetischem Maass bestimmt, so stellt $I^2 w$ die dem Draht pro Secunde entzogene Wärmemenge in absoluten Arbeitseinheiten dar.

Die Versuchsanordnung für die Messung von Stromstärke und Widerstand ist aus Fig. 18 ersichtlich.

Eine Batterie E von 1—4 grossen Bunsen'schen Elementen lieferte die Ströme, deren Intensität ausser durch die Zahl der Elemente durch einen Rheostaten R passend verändert wurde. Die Drähte des letzteren sind so dick, dass sie sich durch die hier benutzten Ströme nicht merklich erwärmten. Bei gutem Zustand der Batterie waren auch starke Ströme während der kurzen Dauer eines einzelnen Versuches (1—2 Min.) vollständig constant.

Die Stromstärke I wurde bestimmt, indem man den Strom von den Enden eines in die Leitung aufgenommenen Widerstandes W aus dickem Neusilberdraht durch ein Galvanometer von bekanntem Widerstand g verzweigte. Die Ausschläge desselben sind nach bekannter Methode auf Proportionalität mit der Stromstärke zurückzuführen; es ist dann

1) Hertz, Wied. Ann. 17. p. 199. 1882.

die dem corrigirten Ausschlag S entsprechende Stromstärke $I = \varrho \cdot (g/W) \cdot S$, worin ϱ einen constanten Factor bedeutet. Um aus den Ausschlägen die Stromstärken in absolutem Maass zu erhalten, genügt es, die Stromstärke im Hauptstrom einmal in absolutem Maass zu bestimmen und den zugehörigen Anschlag zu beobachten. Zu dem Zweck wurde zeitweilig ein Silbervoltameter in die Leitung eingeschaltet. Man erhält nach den Messungen von Hrn. F. und W. Kohlrausch¹⁾ aus der pro Secunde ausgeschiedenen Silbermenge in Grammen durch Division mit 0,011 183 die Stromstärke in absolutem Maass (cm, g, sec.).

Die Widerstände w des Strahlungsdrahtes wurden ebenfalls durch Abzweigung bestimmt. Durch den mit den Enden des Galvanometers verbundenen Commutator C , eine Pohl'sche Wippe ohne Kreuzdrähte, konnte dasselbe auch in eine Leitung eingefügt werden, welche vermittelt der Electroden e, e' von dem Strahlungsdraht abzweigte und ausserdem den Widerstand r enthielt. Bei dieser Verbindung ergibt sich aus dem Ausschlag s des Galvanometers das Product $Iw = \varrho (g + r) \cdot s$, und mit Rücksicht auf den Ausschlag S für die Stromstärke, der Widerstand des Strahlungsdrahtes $w = (g + r)/g \cdot W \cdot s/S$. Die Widerstände sind in S.-E. gemessen; für die Reduction auf absolutes Maass wurde 1,06 S.-E. (= 1 Ohm) = 10^9 absoluten Widerstandseinheiten gesetzt.

Der in die Zweigleitung aufgenommene Widerstand r betrug zwischen 2000 und 7000 S.-E., war somit gross genug, dass Widerstandsänderungen der Electrodendrähte durch Temperaturerhöhung vernachlässigt werden konnten. Um Thermoströme zu eliminiren, die vielleicht an den Electroden hätten auftreten können, wurde die Stromrichtung im Strahlungsdraht vermittelt des Commutators C' öfters umgekehrt. Uebrigens erwies sich diese Vorsichtsmaassregel als überflüssig.

Für die Temperaturbestimmung muss noch der Widerstand w_0 des Strahlungsdrahtes bei 0° bekannt sein. Die Widerstände w_0 der drei Drähte wurden, gleichfalls durch

1) F. u. W. Kohlrausch, Sitzungsber. d. phys.-med. Ges. zu Würzburg. 1884.

Abzweigung, mit den Widerständen eines Rheostaten, der Zehntel S.-E. enthält, verglichen. Die Apparate lagen dabei in einem Bad von Eiswasser und waren, um die Erwärmung der Drähte durch den Strom zu vermeiden, mit Luft gefüllt.

Das Galvanometer, nach der von Hrn. Braun¹⁾ angegebenen Construction, hat einen fast aperiodisch gedämpften Glockenmagnet und zwei verschiebbare Rollen von je 230 S.-E. Widerstand. Durch Benutzung der beiden Rollen neben- oder hintereinander oder einer einzigen, sowie durch Verschieben liess sich die passende Empfindlichkeit herstellen. Für jede bestimmte Empfindlichkeit wurde das Galvanometer mittelst des Silbervoltameters geeicht. Um diese Aichung für mehrere, zeitlich voneinander getrennte Beobachtungsreihen benutzen zu können, wurde die durch Aenderung der Horizontalintensität des Erdmagnetismus bedingte Veränderung der Empfindlichkeit des Galvanometers auf Vorschlag des Hrn. Prof. Braun dadurch eliminirt, dass bei jeder einzelnen Beobachtungsreihe der Ausschlag für einen Strom von constanter Intensität abgelesen wurde. Diesen constanten Strom lieferte ein Element von L. Clark, welches durch das Galvanometer und einen Widerstand von 10 000—20 000 S.-E. geschlossen wurde.

Man benutzte nur die Ausschläge nach einer Seite und wählte die Empfindlichkeit so, dass die Ausschläge ungefähr zwischen 50 und 400 Scalentheilen betrugen. Da noch $\frac{1}{10}$ Scalentheil geschätzt werden konnte, so darf die Sicherheit der einzelnen Ablesung wohl auf $\frac{1}{2}$ Proc. angenommen werden. Die Aenderung des Widerstandes der Metalle bei Temperaturerhöhung um 1° beträgt ca. 0,3 Proc.; es würde sich also aus den beobachteten Ausschlägen die Temperatur der Drähte bis auf ca. 2° genau ableiten lassen.

Es bedarf kaum der Erwähnung, dass stets mehrere Ablesungen, abwechselnd für Stromstärke und Widerstand bei gleichzeitiger Controle der Ruhelage, gemacht wurden, sobald der Draht auf constante Temperatur (Widerstand) gelangt war.

5. Durch besondere Versuche musste die Aenderung des Widerstandes der Strahlungsdrähte mit der Temperatur

1) Braun, Centralztg. für Opt. u. Mech. 4. p. 133. 1883.

ermittelt werden. Zur Temperaturmessung benutzte ich Luftthermometer aus Porzellan, welche in einer grossen Muffel bis auf 1000° erhitzt werden konnten. Da sich ergab, dass Drähte, die von demselben Stück abgeschnitten waren, merkliche Differenzen in Bezug auf die Widerstandsänderung zeigen können, blieb nichts anderes übrig, als an denselben Drähten, welche zur Strahlungsbestimmung gedient hatten, auch die Aenderung des Widerstandes mit der Temperatur zu bestimmen. Die Drähte wurden daher, nachdem die Strahlungsversuche an ihnen beendet waren, aus den Apparaten herausgenommen und entweder direct auf das Luftthermometergefäss oder auf ein Thonrohr (Stück einer Thonzelle) aufgewunden, und letzteres auf das Luftthermometer geschoben.

Die Vergleichung der Widerstände bei verschiedenen Temperaturen geschah wieder durch Abzweigung. In den Kreis des Hauptstromes war ausser den Drähten ein constanter Widerstand aufgenommen und die Abzweigungen von den Enden der Strahlungsdrähte und den Enden des constanten Widerstandes abwechselnd mit den Enden eines Galvanometers verbunden. Die Ausschläge desselben sind den Widerständen proportional und können mittelst des Ausschlages für den constanten Widerstand auf gleiche Stromintensität bezogen werden. Die an die Enden der Strahlungsdrähte angelegten Abzweigungen bestanden aus dicken Platindrähten, welche an die Strahlungsdrähte angeschmolzen waren. Der Widerstand in der Galvanometerleitung war so gross, dass die Widerstandsänderungen dieser Zuleitungen durch Temperaturänderung vernachlässigt werden konnten. Der Einfluss von Thermoströmen wurde durch einen passend eingeschalteten Commutator eliminirt.

Zwischen den Ablesungen am Galvanometer wurde die Temperatur mittelst des Luftthermometers bestimmt. Bei langsamer Temperaturänderung entspricht das Mittel der beobachteten Ausschläge dem Mittel der Einstellungen am Luftthermometer.

Die Beobachtungen sind angestellt, während die Muffel sich abkühlte. Da diese in einem grossen, gemauerten Ofen

ruht, so erfolgt die Abkühlung sehr langsam und gleichmässig. Um speciell zu prüfen, ob die Drähte und das Luftthermometer während der Abkühlung der Muffel die gleiche Temperatur besitzen, habe ich bei hohen Temperaturen das Feuer auch während der Abkühlung noch schwach unterhalten und immer kurz vor einer Beobachtung neu aufgeschürt. Es steigt dann die Temperatur der Muffel wieder etwas und sinkt erst nach einiger Zeit von neuem. Die Beobachtungen bei steigender und bei sinkender Temperatur ergaben meist gut übereinstimmende Werthe. Daher glaube ich annehmen zu dürfen, dass selbst bei 1000° die Temperatur der Drähte nicht mehr als höchstens 10° von der vom Luftthermometer angegebenen Temperatur abweichen.

Zu diesen Bestimmungen wurden zwei verschiedene Luftthermometer aus Porzellan benutzt und mit jedem 2—3 Beobachtungsreihen ausgeführt. Das eine, aus Meissener Porzellan, hat einen Inhalt von 375 ccm; das andere, aus Berliner Porzellan, fasst 1200 ccm. Bei dem Meissener Thermometer wurde durch Einfüllen von Porzellanscherben in das von dem Thermometergefäss weiterführende Rohr von 5 mm Durchmesser das Verhältniss des Volumens der „Capillare“ zum Volumen des Gefässes auf einen genügend kleinen Werth gebracht. Bei dem Berliner Thermometer wurde dasselbe erreicht durch Einschieben eines hierzu passenden Porzellanstabes in das am Gefäss befindliche Porzellanrohr. In demjenigen Theil des Rohres, welcher sich in der Wand des Ofens befindet, herrscht eine unbestimmbare, von aussen nach innen zunehmende Temperatur. Die sich hieraus ergebende Unsicherheit in den Angaben des Thermometers kann jedoch bei einer Temperatur von 1000° in der Muffel höchstens 2° betragen.

Beide Thermometer wurden mit sorgfältig getrockneter Luft von ungefähr 280 mm Druck bei 0° gefüllt. Dieselben erwiesen sich auch bei 1000° und 500 mm Ueberdruck als luftdicht. — Die weiteren Bestandtheile des Luftthermometers hatten im allgemeinen die von v. Jolly angegebene Einrichtung.

Die Ergebnisse der Versuche wurden graphisch aufge-

tragen. Aus den Curven, welche den Zusammenhang zwischen Temperatur und Widerstand darstellen, kann, da dieselben sich innerhalb je 100° mit genügender Annäherung durch gerade Linien ersetzen lassen, zu einem gegebenen Widerstand leicht die zugehörige Temperatur abgelesen werden.

6. Bei den Messungen der Ausstrahlung umfasst jede einzelne Beobachtungsreihe die Beobachtungen bei verschiedenen Temperaturen des Drahtes, während die Glaswand auf constanter Temperatur erhalten wurde. Innerhalb jeder Beobachtungsreihe ging man einmal von einer grösseren zu einer geringeren Empfindlichkeit des Galvanometers über, damit die Ausschläge eine brauchbare Grösse behielten. Es geschah dies, indem von den beiden zuerst eingeschalteten Rollen des Galvanometers die eine ausgeschaltet wurde; die Stellung der Rollen blieb jedoch ungeändert. Dazwischen erfolgte auch die Bestimmung der Empfindlichkeit durch das L. Clark-Element. Von Zeit zu Zeit wurde die Pumpe in Thätigkeit gesetzt, um zu prüfen, ob das Vacuum sich noch vollständig erhalten hatte. Bei kleineren Stromstärken wird der Widerstand — die Temperatur — des Drahtes erst 1—2 Min. nach Stromschluss constant, bei grösseren in sehr viel kürzerer Zeit.

Als Beispiel führe ich für eine Beobachtungsreihe die Mittelwerthe der beobachteten Ausschläge S und s , aus welchen Stromstärke und Widerstand abgeleitet werden, hier an.

Apparat in Eiswasser. Reihe Nr. 2.

| Nr. d. Beob: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------------|-------|-------|-------|------|-------|-------|
| S (I): | 82,2 | 112,7 | 178,1 | 44,9 | 82,6 | 135,4 |
| s (x): | 143,9 | 225,3 | 437,0 | 57,5 | 138,1 | 276,2 |

Nr. 1 bis 3 sind bei grösserer, Nr. 4 bis 6 bei kleinerer Empfindlichkeit des Galvanometers beobachtet. Nr. 3 und 4 entsprechen bei allen Reihen nahe gleichen Stromstärken und sind in der Folge immer zu Mittelwerthen vereinigt.

Ehe ich nun zur Mittheilung der Beobachtungsergebnisse übergehe, stelle ich noch die Constanten der drei Apparate I. II u. III zusammen.

| | I | II | III |
|-------------------------------|-------------|-------------|---------------------------|
| Ganze Länge des Drahtes . . | 265 mm | 260 mm | 270 mm |
| Abstand zwisch. d. Electroden | 200,6 mm | 179,1 mm | 202,0 mm |
| Dicke des Drahtes | 0,197 mm | 0,287 mm | 0,296 mm (blank 0,285) |
| Oberfläche zw. d. Electroden | 1,239 qcm | 1,613 qcm | 1,881 qcm |
| Widerstand bei 0° | 0,870 S.-E. | 0,429 S.-E. | 0,505 S.-E. |
| Durchmesser der Glasröhre . | 4,5 cm | 4,5 cm | 4,5 cm |
| Oberfläche der Glasröhre . | 370 qcm | 360 qcm | 370 qcm |

In der folgenden Tabelle I finden sich die Ergebnisse sämtlicher Beobachtungen vereinigt. Die Zahlen unter I^2w , welche den Energieverlust des Drahtes pro Secunde in absoluten Arbeitseinheiten (cm, g, sec) angeben, gehen durch Division mit 10^7 in Volt-Ampère über.¹⁾

Tabelle I.

t' Temperatur der Umhüllung } in Celsiusgraden.
 t Temperatur des Drahtes }

I^2w Wärmeverlust des Drahtes pro Secunde, gemessen in absoluten Arbeitseinheiten (cm, g, sec).

Apparat I.

| Nr. 1 $t' = 0^0$ | | Nr. 2 $t' = 0^0$ | | Nr. 3 $t' = 100^0$ | | Nr. 4 $t' = 200^0$ | |
|------------------|--------------------------|------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|
| t | I^2w | t | I^2w | t | I^2w | t | I^2w |
| 130° | 0,0146 · 10 ⁷ | 126° | 0,0137 · 10 ⁷ | 181° | 0,0155 · 10 ⁷ | 270° | 0,0173 · 10 ⁷ |
| 200 | 0,0312 | 194 | 0,0293 | 233 | 0,0315 | 307 | 0,0337 |
| 337 | 0,0942 | 327 | 0,0899 | 353 | 0,0930 | 390 | 0,0920 |
| 581 | 0,4126 | 572 | 0,3976 | 571 | 0,3973 | 593 | 0,3988 |
| 826 | 1,354 | 814 | 1,304 | 809 | 1,303 | 798 | 1,247 |

1) Zu den Beobachtungen an Apparat III, welcher den mit Kupferoxyd überzogenen Platindraht enthielt, ist noch zu bemerken, dass erst in der letzten Reihe zu Temperaturen des Drahtes oberhalb 600° übergegangen wurde. Ich wollte bei den vorhergehenden Reihen die Aenderungen vermeiden, welche das Emissionsvermögen des Kupferoxyds durch Schmelzen oder Dissociation erleiden könnte. Uebrigens schliessen sich die Zahlen dieser letzten Reihe gut an diejenigen der früheren Reihen an. Ob das Kupferoxyd während der letzten Reihe zum Schmelzen gekommen war, konnte ich aus dem Aussehen des Drahtes nicht entscheiden. Durch einen Vorversuch hatte ich mich überzeugt, dass eine Veränderung des Kupferoxyds durch Dissociation bei den hier erreichten Temperaturen noch nicht merklich ist. Vgl. Debray u. Joannis, *Compt. rend.* 99. p. 503. 1884.

Apparat II.

| Nr. 1 $t' = 0^0$ | | Nr. 2 $t' = 0^0$ | | Nr. 3 $t' = 100^0$ | | Nr. 4 $t' = 200^0$ | | Nr. 5 $t' = 195^0$ | |
|------------------|--------------------------|------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|
| t | $I^2 w$ | t | $I^2 w$ | t | $I^2 w$ | t | $I^2 w$ | t | $I^2 w$ |
| 65° | 0,0064 . 10 ⁷ | 61° | 0,0064 . 10 ⁷ | 149° | 0,0076 . 10 ⁷ | 257° | 0,0090 . 10 ⁷ | 235° | 0,0086 . 10 ⁷ |
| 110 | 0,0139 | 120 | 0,0168 | 184 | 0,0185 | 271 | 0,0218 | 263 | 0,0208 |
| 232 | 0,0504 | 228 | 0,0508 | 265 | 0,0530 | 326 | 0,0576 | 317 | 0,0551 |
| 383 | 0,160 | 380 | 0,166 | 398 | 0,162 | 430 | 0,167 | 415 | 0,158 |
| 540 | 0,409 | 538 | 0,418 | 543 | 0,407 | 547 | 0,404 | 550 | 0,414 |
| 740 | 0,995 | 698 | 0,967 | 683 | 0,850 | 715 | 0,935 | 705 | 0,958 |
| 900 | 2,180 | 910 | 2,168 | 865 | 1,934 | 890 | 2,157 | 882 | 2,147 |

Apparat III.

| Nr. 1 $t' = 0^0$ | | Nr. 2 $t' = 0^0$ | | Nr. 3 $t' = 100^0$ | | Nr. 4 $t' = 100^0$ | |
|------------------|--------------------------|------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|
| t | $I^2 w$ | t | $I^2 w$ | t | $I^2 w$ | t | $I^2 w$ |
| 16° | 0,0077 . 10 ⁷ | 11° | 0,0073 . 10 ⁷ | 110° | 0,0087 . 10 ⁷ | 106° | 0,0085 . 10 ⁷ |
| 38 | 0,0203 | 34 | 0,0189 | 121 | 0,0221 | 115 | 0,0214 |
| 94 | 0,0622 | 84 | 0,0531 | 155 | 0,0634 | 148 | 0,0585 |
| 228 | 0,265 | 195 | 0,199 | 259 | 0,273 | 223 | 0,195 |
| 403 | 0,934 | 364 | 0,733 | 441 | 1,097 | 384 | 0,780 |
| 585 | 2,494 | 540 | 2,028 | 590 | 2,530 | 546 | 2,077 |

| Nr. 5 $t' = 200^0$ | | Nr. 6 $t' = 200^0$ | | Nr. 7 $t' = 14^0$ | |
|--------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|-------------------|-------------------------|
| t | $I^2 w$ | t | $I^2 w$ | t | $I^2 w$ |
| 211° | 0,0105 . 10 ⁷ | 210° | 0,0098 . 10 ⁷ | — | — |
| 221 | 0,0255 | 220 | 0,0239 | — | — |
| 242 | 0,0670 | 239 | 0,0630 | 421° | 1,087 . 10 ⁷ |
| 311 | 0,275 | 302 | 0,243 | 559 | 2,333 |
| 450 | 0,999 | 431 | 0,859 | 676 | 4,160 |
| 603 | 2,432 | 585 | 2,252 | 803 | 7,330 |

7. Um zu prüfen, ob sich die beobachteten Werthe der Ausstrahlung dem Stefan'schen Gesetze unterordnen, bieten unsere Versuche zwei Wege dar.

Der Wärmeverlust des Drahtes pro Secunde ist der Ueberschuss der von dem Draht ausgestrahlten Wärme über die von ihm absorbirte. Die absorbirte Wärme besteht aus zwei Antheilen: der eine rührt her von einem Theil derjenigen Strahlen, welche ursprünglich vom Draht ausgehend denselben nochmals treffen durch regelmässige oder diffuse Reflexion an der Umhüllung; der andere rührt her von Strahlen, welche die Umhüllung auf den Draht sendet. Im allgemeinen wird daher der Wärmeverlust $I^2 w$ des Drahtes sowohl von seiner

eigenen Temperatur T , als von der Temperatur T' der Umhüllung abhängen. Stellt man I^2w als Function der absoluten Temperatur T des Drahtes graphisch dar, so erhält man, je nachdem die Umhüllung die Temperatur $T' = 273^\circ$ (0°), $T' = 373^\circ$ (100°), oder $T' = 473^\circ$ (200°) besitzt, drei verschiedene Curven, vgl. Fig. 19. Damit die gleich zu besprechenden Verhältnisse bei dem kleinen Maasstab der Zeichnung besser hervortreten, habe ich statt I^2w und T , $\log I^2w$ und $\log T$ aufgetragen. Die drei Curven verlaufen bei sämtlichen Apparaten je oberhalb einer gewissen Temperatur T_1 in eine einzige. Hieraus muss man schliessen, dass der in den Wärmeverlust des Drahtes eingehende Theil, welcher von der Umhüllung geliefert wird, oberhalb der Temperaturen T_1 verschwindend klein ist gegenüber der vom Draht ausgestrahlten Wärme. Oberhalb der Temperaturen T_1 liefert also die Abhängigkeit, in welcher I^2w steht von T , direct das Gesetz der Wärmestrahlung für die hier untersuchten Körper. Denn für die vom Draht ausgestrahlte Wärme muss sowohl derjenige Theil, welcher von der Umhüllung absorbirt wird, als auch derjenige, welcher von der Umhüllung auf den Draht reflectirt und von diesem absorbirt wird, in Bezug auf die Abhängigkeit von der Temperatur des Drahtes das gleiche Gesetz befolgen. Die Intensität der Strahlen des letztgenannten Antheils wird nämlich bei der Reflexion an der Umhüllung bei verschiedenen Temperaturen derselben stets in merklich gleichem Maasse geschwächt werden.

Da die Curven für $T' = 373^\circ$ und $T' = 273^\circ$ sich schon unterhalb der Temperaturen T_1 vereinigen, so darf man schliessen, dass die Beobachtungszahlen der Reihen für $T' = 373^\circ$ und besonders für $T' = 273^\circ$ auch noch unterhalb der Temperaturen T_1 das Gesetz der Wärmestrahlung unabhängig von der Temperatur der Umhüllung darstellen.

Nach dem Stefan'schen Gesetz ist die von der Oberflächeneinheit ausgestrahlte Wärme gleich $\Sigma \cdot T^4$, wo Σ eine Constante bedeutet; der Quotient I^2w/T^4 müsste also oberhalb T_1 eine Constante liefern. Dies zeigt sich jedoch bei keinem der drei Drähte bestätigt: es steigt bei allen der Werth I^2w/T^4 beträchtlich mit wachsender Temperatur. In

Bezug auf eine Zusammenstellung dieser Werthe verweise ich auf p. 302.

Eine zweite Prüfung des Stefan'schen Gesetzes ergibt sich, wenn man die Beobachtungen mit der auf Grund dieses Gesetzes entwickelten Theorie der Versuche vergleicht. Ich benutze hierzu die von Hrn. Christiansen¹⁾ für seine Versuche entwickelte Gleichung. Es sei L ein Körper von der Oberfläche s ; M ein Körper von der Oberfläche s' , welcher L vollständig einschliesst. Ferner seien a und a' die Absorptionsvermögen der beiden Körper, und die von der Einheit ihrer Oberfläche ausgestrahlten Wärmemengen nach dem Stefan'schen Gesetz $\Sigma \cdot T^4$ und $\Sigma' \cdot T'^4$, wo T und T' die absoluten Temperaturen der beiden Körper bedeuten. Diese Temperaturen seien constant; dann ist die dem Körper L durch Ausstrahlung entzogene, hier mit I^2w bezeichnete Wärmemenge pro Secunde:

$$I^2w = \frac{s \cdot a' \cdot \Sigma}{a' + (1 - a') \cdot a \frac{s}{s'}} \cdot \{T^4 - T'^4\}.$$

Diese Gleichung ist mit Rücksicht auf wiederholte Reflexionen der Strahlen an Umhüllung und Draht entwickelt. Sie beruht auf der Annahme, dass die Absorptionsvermögen a und a' unabhängig sind von der Temperatur. Eine strenge Theorie unserer Versuche hätte noch Rücksicht zu nehmen auf die zwischen den Electroden und den Enden befindlichen Theile des Drahtes, welche sich auf unbestimmbarer Temperatur befinden. Wärmestrahlen, welche von diesen Theilen ausgehen, werden, wenn Draht und Umhüllung nicht genau coaxial sind, den mittleren Theil des Drahtes nur durch diffuse Reflexion an der Umhüllung treffen. Da die an Glas oder Russ diffus reflectirten Strahlen nur eine sehr geringe Intensität im Verhältniss zur Intensität der auffallenden Strahlen besitzen, halte ich es für erlaubt, diese Endtheile des Drahtes ganz ausser Betracht zu lassen.

Gemäss der angeführten Gleichung müsste der Quotient $Q = I^2w / (T^4 - T'^4)$ eine Constante sein.

1) Christiansen, Wied. Ann. 19. p. 270. 1883.

Tabelle II.

 T' absolute Temperatur der Umhüllung. T absolute Temperatur des Drahtes.

$$Q = I^2 w / (T^4 - T'^4).$$

Apparat I.

| Nr. 1 $T' = 273^\circ$ | | Nr. 2 $T' = 273^\circ$ | | Nr. 3 $T' = 373^\circ$ | | Nr. 4 $T' = 473^\circ$ | |
|------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|
| T | Q | T | Q | T | Q | T | Q |
| 403° | $7,02 \cdot 10^{-6}$ | 399° | $6,90 \cdot 10^{-6}$ | 454° | $6,63 \cdot 10^{-6}$ | 543° | $4,68 \cdot 10^{-6}$ |
| 473 | 7,00 | 467 | 6,97 | 506 | 6,79 | 580 | 5,84 |
| 610 | 7,17 | 600 | 7,25 | 626 | 6,92 | 663 | 6,43 |
| 854 | 7,84 | 845 | 7,88 | 844 | 8,14 | 866 | 7,78 |
| 1099 | 9,31 | 1087 | 9,37 | 1082 | 9,64 | 1071 | 9,86 |

Apparat II.

| Nr. 1 $T' = 273^\circ$ | | Nr. 2 $T' = 273^\circ$ | | Nr. 3 $T' = 373^\circ$ | | Nr. 4 $T' = 473^\circ$ | | Nr. 5 $T' = 468^\circ$ | |
|------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|
| T | Q | T | Q | T | Q | T | Q | T | Q |
| 338° | $8,56 \cdot 10^{-6}$ | 334° | $9,32 \cdot 10^{-6}$ | 422° | $6,17 \cdot 10^{-6}$ | 530° | $3,12 \cdot 10^{-6}$ | 508° | $4,61 \cdot 10^{-6}$ |
| 383 | 8,69 | 393 | 9,19 | 457 | 7,64 | 544 | 5,80 | 536 | 6,01 |
| 505 | 8,43 | 501 | 8,88 | 538 | 8,18 | 599 | 7,32 | 590 | 7,52 |
| 656 | 8,88 | 653 | 9,43 | 671 | 8,83 | 703 | 8,59 | 688 | 8,99 |
| 813 | 9,47 | 811 | 9,80 | 816 | 9,60 | 820 | 10,04 | 823 | 10,09 |
| 1013 | 9,50 | 971 | 10,94 | 956 | 10,37 | 988 | 10,36 | 978 | 11,06 |
| 1173 | 12,09 | 1183 | 11,86 | 1138 | 11,67 | 1163 | 11,85 | 1155 | 12,40 |

Apparat III.

| Nr. 1 $T' = 273^\circ$ | | Nr. 2 $T' = 273^\circ$ | | Nr. 3 $T' = 373^\circ$ | | Nr. 4 $T' = 373^\circ$ | |
|------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|
| T | Q | T | Q | T | Q | T | Q |
| 289° | $54,5 \cdot 10^{-6}$ | 284° | $77,0 \cdot 10^{-6}$ | 383° | $40,5 \cdot 10^{-6}$ | 379° | $66,8 \cdot 10^{-6}$ |
| 311 | 53,5 | 307 | 56,6 | 394 | 46,7 | 388 | 64,7 |
| 367 | 49,4 | 357 | 50,2 | 428 | 45,1 | 421 | 48,5 |
| 501 | 46,1 | 468 | 46,9 | 532 | 44,9 | 496 | 47,4 |
| 678 | 46,0 | 637 | 46,1 | 714 | 45,6 | 657 | 46,7 |
| 858 | 46,5 | 813 | 47,0 | 863 | 47,3 | 819 | 48,2 |

| Nr. 5 $T' = 473^\circ$ | | Nr. 6 $T' = 473^\circ$ | | Nr. 7 $T' = 287^\circ$ | |
|------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|
| T | Q | T | Q | T | Q |
| 484° | $21,8 \cdot 10^{-6}$ | 483° | $22,5 \cdot 10^{-6}$ | — | — |
| 494 | 26,8 | 493 | 26,5 | — | — |
| 515 | 33,0 | 512 | 34,3 | 695° | $48,1 \cdot 10^{-6}$ |
| 584 | 41,5 | 575 | 41,1 | 832 | 49,4 |
| 723 | 44,8 | 704 | 43,9 | 949 | 51,7 |
| 873 | 46,9 | 858 | 45,8 | 1076 | 55,0 |

Die Werthe von Q finden sich in der Tab. II a. v. S. mit den zugehörigen Temperaturen T des Drahtes zusammengestellt. Es bietet diese Tabelle zugleich die Belege für die zuerst angeführte, directe Prüfung des Stefan'schen Gesetzes, da es einen hier unwesentlichen Fehler ausmacht, wenn bei höheren Temperaturen I^2w , statt durch T^4 , durch $T^4 - T'^4$ dividirt wird.

Aus der Zusammenstellung ergibt sich, dass der Quotient $I^2w/(T^4 - T'^4)$ durchaus nicht constant ist, sondern bei höheren Temperaturen T mit steigender Temperatur wächst. Bei niederen Temperaturen ändern sich die Werthe in verschiedener Weise mit T , je nachdem die Umhüllung die Temperaturen $T' = 273^\circ$, 373° , oder 473° besitzt. Doch zeigen hier die drei Apparate, abgesehen von einzelnen Abweichungen, die wohl Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden müssen, wesentlich das gleiche Verhalten. Für $T' = 273^\circ$ scheinen die Quotienten anfänglich mit steigender Temperatur T des Drahtes abzunehmen, erreichen ein Minimum und steigen alsdann wieder an. Für $T' = 473^\circ$ dagegen sind die Anfangswerthe sehr klein, und es beginnt sofort eine starke Zunahme mit der Temperatur T . Für $T' = 373^\circ$ findet sich bei den Apparaten I und II gleich anfangs eine Zunahme, doch schwächer, als für $T' = 473^\circ$. Bei Apparat III zeigt sich zuerst eine Abnahme, dann Zunahme. Die Quotienten verändern sich hier also ähnlich, aber in geringerem Grade, als für $T' = 273^\circ$.

8. Es fragt sich nun, ob die Abweichungen von dem Stefan'schen Gesetz, welche unsere Beobachtungszahlen sowohl für höhere, als für niedere Temperaturen der Drähte zeigen, durch Beobachtungsfehler erklärt werden könnten. Solche Beobachtungsfehler müssten jedoch, da die Abweichungen bei den drei Apparaten der Hauptsache nach im selben Sinne verlaufen, aus einer constanten Fehlerquelle entsprungen sein. Ich will daher die hier in Betracht kommenden, constanten Fehlerquellen besprechen.

Es ist zunächst zu erwähnen die Temperaturbestimmung, da dieselbe auf den an den drei Drähten gemeinsam ausgeführten Messungen mit den Luftthermometern beruht. Damit

die Quotienten $I^2 w / (T^4 - T'^4)$, resp. $I^2 w / T^4$ constante Werthe erhalten, müsste man bei den höchsten vorkommenden Temperaturen Fehler von etwa 80° annehmen. So grosse Fehler halte ich, selbst bei 900° C., für durchaus unwahrscheinlich. Bei weniger hohen Temperaturen sind natürlich die anzunehmenden Fehler geringer, aber auch in demselben Maass die Temperaturbestimmungen sicherer.

Eine andere Fehlerquelle könnte darin gesucht werden, dass die innere und die äussere Wand der Apparate nicht die gleiche Temperatur, nämlich die des Bades, besessen haben. Es lässt sich jedoch aus den Dimensionen der Apparate, den durch die Versuche bekannten Wärmemengen, welche der Umhüllung pro Secunde zugeführt werden, und der Wärmeleitungsfähigkeit des Glases leicht berechnen, dass die Temperaturen der inneren und der äusseren Wand der Apparate höchstens $\frac{1}{50}^\circ$ C. voneinander abweichen.¹⁾ Ueberdies kann diese Fehlerquelle nur auf die Beobachtungen bei niedriger Temperatur Einfluss haben.

Schliesslich wäre daran zu denken, dass die Oberfläche des Drahtes, um deren Temperatur es sich bei der Strahlung handelt, eine andere Temperatur hat, als diejenige, welche durch den Widerstand des Drahtes angegeben wird. Einem ähnlichen Einwand ist bei einer anderen Gelegenheit bereits von Hrn. Edlund²⁾ begegnet worden. Nach seiner Berechnungsweise ergibt sich, wenigstens für die blanken Platindrähte, aus den Dimensionen der Drähte, aus den ausgestrahlten Wärmemengen, sowie aus dem Wärmeleitungsvermögen des Platins, dass der Unterschied der Temperatur der Drahtaxe gegen die Temperatur der Oberfläche im ungünstigsten Fall $0,04^\circ$ C. beträgt.

Somit glaube ich aus den vorliegenden Beobachtungen schliessen zu müssen, dass die Wärmestrahlung von Platin und von Kupferoxyd in stärkerem Maass mit der Temperatur wächst, als es das Stefan'sche Gesetz verlangt. Es ist danach zu vermuthen, dass auch andere Körper Abweichungen von dem Stefan'schen Gesetze zeigen werden.

1) Vgl. Lehnebach, Pogg. Ann. 151. p. 100. 1874.

2) Edlund, Pogg. Ann. 158. p. 153. 1876.

9. Wenn man in dem von Hrn. Christiansen entwickelten Ausdruck:

$$I^2 w = \frac{s \cdot a' \cdot \Sigma}{a' + (1 - a') \cdot a \frac{s}{s'}} \cdot \{T^4 - T'^4\}$$

Zähler und Nenner mit a' dividirt und beachtet, dass bei unseren Versuchen s/s' kleiner als 0,005; $1 - a'$ ebenfalls ein (ziemlich kleiner) echter Bruch ist, so kann man mit genügender Annäherung setzen:

$$I^2 w = s \cdot \Sigma \cdot \{T^4 - T'^4\}.$$

Der Quotient $I^2 w / s \{T^4 - T'^4\}$ würde die „Strahlungsconstante“ des Stefan'schen Gesetzes darstellen. Die Werthe für Σ ergeben sich aus den in Tabelle II angeführten Werthen für $I^2 w / (T^4 - T'^4)$ durch Division mit s , dem Oberflächeninhalt des Drahtes. Ich will nur diejenigen Werthe von Σ hier angeben, welche unabhängig von dem Einfluss der Umhüllung ermittelt werden können, nämlich diejenigen Werthe, welche die Beobachtungen bei den höchsten Temperaturen liefern. Zur Vergleichung mit den von anderen Beobachtern angegebenen Strahlungsconstanten sind dieselben nicht auf absolute Arbeitseinheiten, sondern auf Grammc calorien bezogen, indem 1 Volt-Ampère gleich 0,24 g Cal. pro Secunde gesetzt wurde.¹⁾

Platindraht I für $T = 1085^\circ$ $\Sigma = 0,185 \cdot 10^{-12}$ (g cal/qcm sec)

Platindraht II „ $T = 1150^\circ$ $\Sigma = 0,177 \cdot 10^{-12}$ „

Kupferoxyd „ $T = 850^\circ$ $\Sigma = 0,600 \cdot 10^{-12}$ „

Kupferoxyd „ $T = 1080^\circ$ $\Sigma = 0,701 \cdot 10^{-12}$ „

Hr. Grätz²⁾ findet die Strahlungsconstante des Glases für $T = 400^\circ$ $\Sigma = 1,0846 \cdot 10^{-12}$. Nach Hrn. Christiansen³⁾ ist die Strahlungsconstante eines absolut schwarzen Körpers (für $T = 300^\circ$) $\sigma = 1,21 \cdot 10^{-12}$.

Hieraus geht hervor, dass Platin und Kupferoxyd weniger Wärme ausstrahlen, als Glas bei niedriger Temperatur. Dass die Strahlungsconstante für den Platindraht II kleiner

1) Es ist das mechanische Wärmeäquivalent gleich 425 Meterkilogramm angenommen.

2) Grätz, Wied. Ann. 11. p. 927. 1880.

3) Christiansen, l. c. p. 279.

ist, als für den Platindraht I, dürfte darin seinen Grund haben, dass die Oberfläche des ersteren Drahtes dem Anschein nach besser polirt war.

10. Zum Schluss erlaube ich mir noch einige Bemerkungen anzufügen, welche die Theorie der Strahlung betreffen.

Es findet sich öfters die Behauptung ausgesprochen, dass wenn ein Körper bei irgend einer Temperatur Strahlen einer gewissen Gattung absorbiert, er die gleichen Strahlen bei derselben Temperatur nach dem Kirchhoff'schen Satze auch emittiren müsse.¹⁾ Aus der von Hrn. Kirchhoff²⁾ entwickelten Beziehung zwischen dem Emissions- und Absorptionsvermögen scheint mir jedoch nur das Folgende hervorzugehen.

Besitzt der Körper für die betrachteten Strahlen von der Wellenlänge λ und bei der Temperatur T das Absorptionsvermögen $A_{\lambda,T}$, so ist sein zugehöriges Emissionsvermögen $E_{\lambda,T} = A_{\lambda,T} \cdot e_{\lambda,T}$, wenn $e_{\lambda,T}$ das Emissionsvermögen eines absolut schwarzen Körpers für dieselben Strahlen und Temperatur bedeutet. Wäre nun aber $e_{\lambda,T}$ bei der betrachteten Temperatur $= 0$, so würde auch der betreffende Körper kein Emissionsvermögen für die Strahlen von der Wellenlänge λ besitzen, trotzdem er dieselben absorbiren kann.

Dieselbe Behauptung würde demgemäss für einen absolut schwarzen Körper fordern, dass dieser bei jeder Temperatur Strahlen aller Wellenlängen aussendet. Hr. Kirchhoff weist jedoch gerade darauf hin, dass über das Emissionsspectrum eines schwarzen Körpers vorläufig nichts bekannt ist, und erwähnt, dass dieses Spectrum sich mit wachsender Temperatur des strahlenden Körpers auszudehnen scheine, indem bei höherer Temperatur Strahlen von Wellenlängen erscheinen, welche letztere bei niedriger Temperatur nicht vertreten sind.

Die in der oben angeführten Behauptung enthaltene Ansicht, dass die von einem Körper bei verschiedenen Temperaturen ausgestrahlte Wärme sich nur durch die Inten-

1) Lecher, Wied. Ann. 17. p. 495. 1882. H. Kayser, Lehrb. der Spectralanalyse p. 153.

2) Kirchhoff, Pogg. Ann. 109. p. 275. 1860.

sität, nicht durch die Gattung der in ihr enthaltenen Strahlen unterscheidet, ist neuerdings mehrfach ausgesprochen worden. Wenn insbesondere das Intensitätsverhältniss zweier Strahlen von verschiedener Wellenlänge bei allen Temperaturen das gleiche wäre, so würde sich hieraus eine wesentliche Vereinfachung für die Theorie der Strahlung ergeben.

Es scheint mir darum wichtig, hervorzuheben, dass ein Beweis für diese Ansicht bis jetzt nicht vorliegt. So kann z. B. der von Hrn. Christiansen¹⁾ auf Grund des Stefan'schen Gesetzes gegebene Beweis nicht als stichhaltig anerkannt werden. Hr. Christiansen stellt die bei der absoluten Temperatur T von dem Oberflächenelement ds eines Körpers ausgestrahlte Wärme dW durch die Gleichung dar $dW = \pi \cdot ds \int_0^\infty h d\lambda$; worin h eine Function der Wellenlänge λ und der absoluten Temperatur T bedeutet (entsprechend dem von Hrn. Kirchhoff definirten Emissionsvermögen). Dann heisst es: „Nach Stefan sind die ausgestrahlten Wärmemengen prop. T^4 “, „es muss dasselbe von h gelten“, also wird $h = T^4 f(\lambda)$ und $dW = \pi ds T^4 \int_0^\infty f(\lambda) d\lambda$. — Daraus folgt, dass die bei jeder Temperatur ausgestrahlte Wärme von derselben Natur ist.“ — Es wird jedoch nicht allgemein zugegeben werden können, dass, wenn dW proportional T^4 ist, dann auch h prop. T^4 sein muss, da sich Functionen $\varphi(\lambda, T)$ bilden lassen, welche von 0 bis ∞ nach λ integrirt den Werth Const. T^4 liefern, ohne dass $\varphi(\lambda, T)$ prop. T^4 ist.

Wenn wir trotzdem einmal annehmen, dass nicht nur die gesammte ausgestrahlte Wärme, sondern auch die Wärme jeder einzelnen Strahlengattung dem Stefan'schen Gesetze folgt, womit zugleich die Annahme verbunden ist, dass die spectrale Vertheilung der Energie bei allen Temperaturen dieselbe bleibt, so gelangen wir hierdurch zu der folgenden Bedingung. Nach dem Kirchhoff'schen Satze ist $E_{\lambda,T}/A_{\lambda,T} = e_{\lambda,T}$; es soll nach dem Stefan'schen Gesetz sein $E_{\lambda,T} = \Sigma_\lambda \cdot T^4$; $e_{\lambda,T} = \sigma_\lambda \cdot T^4$, wo Σ_λ und σ_λ die von der Temperatur unabhängigen Strahlungsconstanten für die betrachtete

1) Christiansen, l. c. p. 268.

Strahlengattung bedeuten. Hieraus folgt $A_{\lambda,T} = \Sigma_{\lambda}/\sigma_{\lambda}$ und für eine andere Temperatur T' : $A'_{\lambda} = \Sigma_{\lambda}/\sigma_{\lambda} = A_{\lambda}$; d. h. dem Stefan'schen Gesetz, wenn es sowohl für die Gesamtstrahlung, als auch für die einzelnen Strahlengattungen gilt, folgen nur diejenigen Körper, welche ein von der Temperatur unabhängiges Absorptionsvermögen besitzen.

Möglicherweise liegt in diesem Satze der Grund, warum die Wärmestrahlung von Platin und Kupferoxyd von dem Stefan'schen Gesetze abweicht. Für Platin gibt Hr. Nichols¹⁾ das Absorptionsvermögen bei gewöhnlicher Temperatur = 0,323, bei 1650° C. = 0,7597 an. Ebenso wachsen die aus den vorliegenden Beobachtungen auf Grund des Stefan'schen Gesetzes berechneten Strahlungsconstanten Σ für Platin und für Kupferoxyd beträchtlich mit der Temperatur (und, wie es scheint, bei höheren Temperaturen stärker, als bei niederen). Es könnte daher immerhin die Bedingung erfüllt sein, dass $\Sigma_{\lambda} \cdot T^4 / A_{\lambda} = \sigma_{\lambda} \cdot T^4$ ist, worin alsdann σ_{λ} , die Strahlungsconstante eines absolut schwarzen Körpers, thatsächlich eine Constante wäre, Σ_{λ} jedoch in gleichem Maass wie A_{λ} mit der Temperatur wachsen müsste.

Diese Betrachtungen sind also damit vereinbar, dass für einen vollkommen schwarzen Körper das Stefan'sche Gesetz der Wärmestrahlung gilt, was neuerdings Hr. Boltzmann²⁾ durch die Ableitung dieses Gesetzes aus dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie und aus der electromagnetischen Lichttheorie sehr wahrscheinlich gemacht hat. Dagegen sind sie auch damit verträglich, dass andere, als absolut schwarze Körper, wie nach den vorliegenden Beobachtungen Platin und Kupferoxyd, Abweichungen von dem Stefan'schen Gesetz zeigen. Ob die den Betrachtungen zu Grunde gelegten Annahmen richtig sind, darüber müssen Versuche entscheiden, welche sowohl Emissions- als Absorptionsvermögen für einzelne Strahlengattungen bei verschiedenen Temperaturen zum Gegenstand der Messung haben.

1) Nichols, Ref. in Beibl. 3. p. 864. 1879.

2) Boltzmann, Wied. Ann. 22. p. 291. 1884.

VII. *Ueber die Gesetze des Luftwiderstandes nach Versuchen mit dem Schellbach'schen Rotationsapparate; von M. Thiesen in Sèvres.*

Vorbemerkung.

Seitdem vor längerer Zeit Hr. Prof. K. H. Schellbach seinen Apparat zur Ermittlung der Gesetze des Luftwiderstandes beschrieben und einige mit demselben gewonnene Resultate mitgetheilt hat¹⁾, ist theils von Hrn. Schellbach selbst, theils von den Herren Bruns, Netto, Giese, Poske und Heyne eine grosse Zahl von Versuchen mit diesem Apparate angestellt worden. Die Bearbeitung des so angehäuften Materials wurde von Hrn. Schellbach aus Zeitmangel, von seinen jüngeren Mitarbeitern wegen ihres Uebergangs in andere Stellungen nicht zu Ende geführt. Infolge dessen aufgefodert, meinerseits die Ergänzung und Bearbeitung der Beobachtungen zu übernehmen, habe ich zwar im Juni 1881 der physikalischen Gesellschaft in Berlin die Hauptresultate dieser Untersuchungen vorlegen können, bin aber an der endgültigen Veröffentlichung durch verschiedene Umstände bis jetzt gehindert worden.

Da diese Umstände, soweit sie sachlicher Natur sind, in engem Zusammenhange mit dem Resultat der Untersuchung selbst stehen, so glaube ich, darauf an dieser Stelle etwas näher eingehen zu sollen.

Die herrschenden Ansichten über die Gesetze, nach welchen der hydrodynamische Widerstand von der Geschwindigkeit und von den Dimensionen des bewegten Körpers abhängt, dürften sich wie folgt zusammenfassen lassen. Für sehr kleine Geschwindigkeiten und sehr kleine Dimensionen des Körpers spielen nur die Reibungskräfte eine Rolle; man kann dann in den hydrodynamischen Gleichungen die Glieder fortlassen, welche dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional sind, und der Widerstand wird der Geschwindigkeit und den linearen Dimensionen des Körpers direct

1) Schellbach, Pogg. Ann. 143. p. 1. 1871.

proportional. Ueberschreiten andererseits für eine bestimmte incompressible Flüssigkeit die Geschwindigkeiten und Dimensionen gewisse Grenzen, so wird der Einfluss der Reibung verschwindend klein, und der Widerstand ist den Quadraten der Dimensionen und der Geschwindigkeiten proportional. Man kann in diesem Falle in den hydrodynamischen Gleichungen die mit dem Reibungscoëfficienten multiplicirten Terme fortlassen. Für die gewöhnlich auftretenden Geschwindigkeiten würde man hiernach annehmen können, dass der Widerstand sich mit einiger Annäherung aus dem von der Reibung allein abhängigen und aus dem von der Reibung unabhängigen Term zusammensetzen lasse.

Allein wenn man näher zusieht, so beruhen diese Ansichten auf einem Fehlschlusse. Allerdings sind für grosse Geschwindigkeiten die Terme, welche in den Bewegungsgleichungen von der Reibung herrühren, von geringem Einflusse, aber nur insofern, als die von ihnen in einer bestimmten endlichen Zeit hervorgebrachte Aenderung in dem Bewegungszustande gering ist. Bei der Bestimmung des hydrodynamischen Widerstandes im gewöhnlichen engeren Sinne handelt es sich aber gar nicht um die Aenderung des Bewegungszustandes, da man annimmt, dass derselbe unveränderlich, stationär geworden sei, sondern nur um dessen Beschaffenheit. Diese wird aber ganz wesentlich von einer vorhandenen Reibung, wie gering auch dieselbe sei, abhängen können, der Unterschied zwischen Flüssigkeiten mit geringer und starker Reibung wird nur darin liegen, dass bei diesen der stationäre Zustand schneller, bei jenen langsamer eintritt. Die Schlüsse, welche man aus den hydrodynamischen Gleichungen unter gleichzeitiger Fortlassung der Zeit- und der Reibungsglieder gezogen hat, sind daher mit der Erfahrung nicht vergleichbar.

Zu den vorstehenden Betrachtungen hatte mich das Resultat der Versuche geführt, wonach bei grösseren Geschwindigkeiten der Widerstand cylindrischer Stäbe schneller als das Quadrat der Geschwindigkeit wächst. Es konnte dies nicht der Compressibilität der Luft zugeschrieben werden; auch zeigte mir die Discussion älterer Versuche, dass

auch für Wasser der Widerstand merklich schneller als das Quadrat der Geschwindigkeiten und Dimensionen zunimmt.

Andererseits erschienen aber doch die Versuche und ihre Bearbeitung nicht soweit einwandsfrei, um für sich zu genügen, ein Gesetz umzustossen, welches seit Newton festzustehen schien, und welches durch die strengere, sich auf die hydrodynamischen Gleichungen stützende Theorie bestätigt wurde, nachdem Helmholtz durch Einführung des Begriffs der „discontinuirlichen Flüssigkeitsbewegung“ die früher für den hydrodynamischen Widerstand gefundenen paradoxen Gesetze beseitigt hatte. Auch für die genauere Ermittlung der Versuchsergebnisse musste die Kenntniss des theoretischen Gesetzes wünschenswerth erscheinen, da die von mir nothgedrungen eingeführte Entwicklung nach Potenzen nicht genügend convergirte. Ich habe mich daher lange Zeit hindurch bemüht, eine theoretische Lösung des Problems des hydrodynamischen Widerstandes zu finden¹⁾, bin jedoch zu keinen unmittelbar verwertbaren Resultaten gelangt und habe mich endlich entschliessen müssen, die Versuche über den Widerstand cylindrischer Stäbe wesentlich in der Redaction mitzutheilen, wie dieselbe seit vier Jahren vorliegt.

Die Versuche, welche sich auf den Widerstand von Kugeln und runden Planscheiben beziehen, hoffe ich demnächst in Gemeinschaft mit Hrn. Heyne veröffentlichen zu können. Für die Kugeln ist die Bearbeitung der bisher vorliegenden Versuche vollendet, doch erscheint eine Ergänzung durch einige weitere Experimente erwünscht.

An den Beobachtungen habe ich nur insoweit theilgenommen, dass ich mir eine genügende Kenntniss des Apparates und seiner Fehlerquellen erwerben konnte. Im übrigen sind fast sämmtliche der Bearbeitung unterworfenen Versuche, auch die neueren, welche mir noch erforderlich schienen, um zu einem gewissen Abschlusse zu gelangen, von Hrn. Heyne

1) Man überzeugt sich leicht, dass die von Oberbeck und Craig für die Kugel gegebenen Lösungen nicht ausreichen. Ersterer geht von unvollständigen Grundgleichungen aus, letzterer macht eine vereinfachende, aber, wie ein Einsetzen der Resultate in die Anfangsgleichung zeigt, unzulässige Voraussetzung.

ausgeführt worden, dem seine langjährige Uebung zur Seite stand. Auch an der Bearbeitung der Versuche hat Hr. Heyne durch sehr sorgfältige Ausführung der zeitraubenden Reductionen einen wesentlichen Antheil. Derselbe unterstützte mich bei der genauen Bestimmung der Constanten des Apparates und der Hilfsinstrumente, deren Kenntniss zur Zurtückführung der Resultate auf absolute Werthe erforderlich war. Wesentlich erleichtert wurden die Bestimmungen durch das gütige Entgegenkommen des Directors der Kaiserl. Normal-Aichungs-Commission, Hrn. Prof. Foerster, welcher die benutzten Gewichte, ein Thermometer und einen Kalibermaassstab, mit welchem alle linearen Dimensionen ermittelt wurden, bestimmen liess und die Vergleichung des benutzten Barometers mit einem gut bestimmten Aneroide der Commission gestattete.

Apparat und Theorie desselben.

Eine eingehende Beschreibung des Apparates und der Beobachtungsmethode findet sich a. a. O. Hier soll nur kurz an das Princip des Apparates erinnert werden.

Eine verticale Axe, welche an zwei entgegengesetzt gerichteten horizontalen Armen in gleichen Entfernungen die beiden einander gleichen und im Sinne der Drehungsrichtung gleichgerichteten Körper trägt, deren Widerstand bestimmt werden soll, wird durch ein Laufwerk in Rotation versetzt, dessen Geschwindigkeit mittelst einer Bremse genau regulirt und durch electriche Registrirung gemessen werden kann. Der Angriff des Laufwerks auf die Axe ist kein directer; vielmehr werden durch das Laufwerk zunächst zwei schraubenförmig gebogene Gabeln in Rotation versetzt; in diesen laufen kleine, an den horizontalen Armen befestigte Röllchen, durch welche die rotirende Bewegung auf die Axe übertragen, gleichzeitig aber auch — vermöge der Wirkung der Gabeln als schiefer Ebenen — ein verticaler Druck auf die Axe ausgeübt wird. Dieser Druck wird von einem grossen Aräometer, auf welchem die auch in verticaler Richtung bewegliche Axe ruht, aufgenommen und durch die Aenderung

der Belastung, welche das Aräometer in seine Gleichgewichtslage zurückführt, gemessen.

Die Theorie des Apparates ist hiernach eine sehr einfache. Sei ν der Winkel, welchen die Gabeln mit dem Horizonte bilden, G der aufwärts gerichtete Druck des Aräometers, so ist $G \sin \nu$ der Druck des Aräometers in der Ebene der Gabeln. Bezeichnet ferner $H\rho$ das Moment der Horizontalcomponente des Luftdrucks, welche der Bewegung entgegenwirkt, und der Reibungswiderstände des Apparates (welche letzteren aber bei richtiger Justirung als verschwindend klein anzusehen sind), E die Entfernung der Röllchen von der Axe, so wird $H\rho \cos \nu / E$ der Druck des Luftwiderstandes in der Gabelebene sein. Es ergibt sich daher aus der Bedingung des Gleichgewichts der Kräfte die Beziehung:

$$(1) \quad H\rho = EG \operatorname{tg} \nu.$$

Dabei ist vorausgesetzt, dass eine verticale Componente des Luftdrucks, wie sie z. B. bei schief aufwärts gerichteten Flächen auftreten muss, nicht vorhanden sei. Eine solche würde additiv oder subtractiv zu G hinzutreten und sich entweder durch Aenderung des Winkels ν oder einfacher dadurch von der horizontalen Componente trennen lassen, dass — z. B. durch entsprechend geänderte Neigung der Flächen — die Richtung des verticalen Druckes umgekehrt wird. Eine radiale Componente des Druckes kann an dem Apparate nicht zur Geltung gelangen.

Bei den zunächst zu beschreibenden Versuchen mit radial gestellten cylindrischen Stäben wird von einer etwaigen verticalen Componente abgesehen werden. Da die Stäbe in Bezug auf eine Horizontalebene symmetrisch sind, so kann ein verticaler Druck nur von einem Einflusse der Umgebung, insbesondere der festen Theile des Apparates, herrühren. Lässt sich nun auch nicht von vornherein behaupten, dass wegen der sehr geringen verticalen Dimensionen der untersuchten Stäbe dieser Einfluss verschwindend sein müsse, da ja die Ausbildung derjenigen Luftströmungen gehindert sein kann, welche bei völlig freier Bewegung entstehen würden, so zeigen doch einige, freilich vereinzelte bei geänderter Drehungsrichtung oder mit Gabeln von einem anderen Winkel

angestellte Beobachtungen, dass dieser Einfluss jedenfalls sehr klein gewesen ist. Wir werden daher bei Gleichung (1) stehen bleiben.

Diese Gleichung erlaubt unmittelbar nur, das Moment der auf die rotirenden Theile des Apparates wirkenden Kräfte durch die auf der rechten Seite der Gleichung stehenden, der directen Beobachtung zugänglichen Grössen zu bestimmen. Das nächste Ziel einer Untersuchung über die Gesetze des Luftwiderstandes, die von unmittelbarem theoretischen und praktischen Interesse sein soll, muss jedoch ein anderes sein. Es gilt, die Gesetze des Druckes selbst, und zwar für den möglichst einfachen Fall, zu ermitteln, in welchem der Körper mit gleichförmiger Geschwindigkeit der unbegrenzten ruhenden Luft geradlinig entgegengeführt wird. Es werden daher besondere Betrachtungen angestellt werden müssen, um von dem Falle der rotirenden auf den Fall der geradlinigen Bewegung überzugehen.

Der Widerstand der Luft gegen einen mit constanter Geschwindigkeit geradlinig fortbewegten Körper wird, wenn man von einem Einflusse der Dauer der Bewegung absieht, noch von der Natur des Mediums, von der Geschwindigkeit der Bewegung, von der absoluten Grösse und von der Form des Körpers abhängen. Die Abhängigkeit von den drei erstgenannten Umständen soll nun zunächst für cylindrische Stäbe möglichst unmittelbar aus den Beobachtungen abgeleitet werden, ohne dass es deshalb zweckmässig oder auch nur ausführbar sein wird, von theoretischen Betrachtungen ganz abzusehen.

Widerstand cylindrischer Stäbe.

Die für cylindrische Stäbe vorliegenden Versuche bestehen grösstentheils aus Beobachtungen mit den Armen allein, welche bestimmt waren, die verschiedenen Körper zu tragen. Ursprünglich wohl nur in der Absicht angestellt, eine Correction für die anderen Versuche zu erhalten, hatten dieselben bald ein selbständiges Interesse gewonnen, als sich die gute Uebereinstimmung auch dieser Beobachtungen gezeigt hatte. Abgesehen von einigen älteren nicht benutzten

Versuchen mit etwas stärkeren Stäben lagen für zehn cylindrische Stäbe von verschiedenen Längen, aber nahe derselben Dicke von ca. 2,75 mm freilich sehr ungleichmässig vertheilte Bestimmungen vor, welche in den Jahren 1872—1877 angestellt waren.

Eine Betrachtung der Resultate zeigt nun zunächst das von Hrn. Prof. Schellbach bereits als Resultat der vorläufigen Versuche mitgetheilte Gesetz, nach welchem der Luftwiderstand proportional mit dem Quadrate der Geschwindigkeit wachsen würde. Bezeichnet t die Umlaufszeit der Arme, G wie schon früher, den am Aräometer beobachteten Druck, so ist das Product Gt^2 angenähert constant. Indessen zeigten sich doch sofort nicht unbedeutende systematische Abweichungen von dieser Beziehung, welche darauf schliessen liessen, dass eine genauere Darstellung durch:

$$(2) \quad Gt^2 = A_1 t + A_2$$

gegeben wird, falls A_1 und A_2 für denselben Stab constant sind.

Die folgende Tabelle enthält zunächst die Länge L von den fünf Stäben, für welche etwas zahlreichere Beobachtungen vorlagen; sodann die für diese Stäbe durch eine summarische Berechnung gefundenen Werthe von A_1 und A_2 . Für diese Berechnung konnte ich Werthe von Gt^2 benutzen, welche bereits unter der Annahme, dass der Druck proportional mit der Luftdichte zunimmt, auf gleiche Luftzustände (760 mm und 20°) reducirt waren. Als Einheit von G ist das Gewicht eines Grammes angenommen; t ist in Secunden, L in Metern ausgedrückt.

Tabelle I.

| L | A_1 | A_2 | A_1/L^3 | A_2/L^4 |
|-------|---------|---------|-----------|-----------|
| 0,330 | 0,01201 | 0,02335 | 0,335 | 1,969 |
| 0,380 | 0,01822 | 0,04204 | 0,332 | 2,016 |
| 0,430 | 0,02690 | 0,0677 | 0,338 | 1,996 |
| 0,630 | 0,07015 | 0,3161 | 0,281 | 2,003 |
| 1,002 | 0,34495 | 1,9495 | 0,343 | 1,934 |

Die beiden letzten der Tabelle hinzugefügten Columnen zeigen das Gesetz der Abhängigkeit der Grössen A_1 und A_2 von

der Länge der Stäbe. A_1 ist der dritten, A_2 der vierten Potenz der Länge proportional. Diese Abhängigkeit konnte von vornherein erwartet werden, wie die folgende Ueberlegung zeigt. Sei der Druck gegen einen Stab von der Länge Eins, welcher mit der Geschwindigkeit v senkrecht zu seiner Axe bewegt wird, gegeben durch:

$$(3) \quad P = B_1 v + B_2 v^2 + B_3 v^3 + \dots$$

Setzen wir ferner voraus, dass der Druck proportional der Länge des Stabes sei und dass bei einem rotirenden Stabe der Druck gegen jedes in der Entfernung x von der Axe des Stabes befindliche Element dx dasselbe Gesetz befolge, wenn nur für v die Geschwindigkeit dieses Elementes $2\pi x/t$ eingeführt wird, und bilden das Moment dieses Druckes für den ganzen Stab, so erhalten wir für dasselbe den Werth:

$$(4) \quad 2 \int_0^{1/2 L} P x dx = \frac{\pi}{6} B_1 \frac{L^3}{t} + \frac{\pi^2}{8} B_2 \frac{L^4}{t^2} + \frac{\pi^3}{10} B_3 \frac{L^5}{t^3} + \dots$$

Der Umstand, dass die Coëfficienten der einzelnen Potenzen von l hier in derselben Weise von L abhängen, wie es bei dem Ausdrücke für G durch den Versuch nachgewiesen ist, rechtfertigt die bei Ableitung der Gleichung (4) gemachten Voraussetzungen und gibt damit für dünne cylindrische Stäbe das Mittel, aus der rotirenden auf die geradlinige Bewegung schliessen zu können.

Das Resultat, zu welchem die vorläufige Berechnung der Grösse Gt^2 geführt hatte, lässt sich in die Form bringen:

$$(5) \quad Gt^2 = C_2 L^4 + C_1 L^3 t,$$

wo C_2 und C_1 nunmehr nur noch von der Dicke der Stäbe abhängen. Für die vorliegenden Stäbe von etwa 2,75 mm Durchmesser kann im Mittel angenommen werden:

$$(6) \quad C_2 = 1,984, \quad C_1 = 0,337.$$

Dies Resultat wurde aber nur als ein vorläufiges angesehen. Es sollte nur dazu dienen, die Mittel für eine scharfe Reduction sämtlicher Beobachtungen zu liefern. Aus diesen reducirten Beobachtungen waren dann die genauen Werthe

von C_2 und C_1 zu ermitteln, oder eventuell Verbesserungen der Formel (5) abzuleiten.

Es soll nun über diese Reductionen Rechenschaft gegeben werden. An den Barometer- und Thermometerablesungen wurden die neuerdings ermittelten Fehler angebracht und damit die Reductionen auf eine normale Luftdichte von 760 mm und 20° berechnet. Da laufende Bestimmungen der Feuchtigkeit nicht gemacht waren, so wurde den Aenderungen der Feuchtigkeit insofern Rechnung getragen, als für jede Aenderung der Temperatur um einen Centigrad der Logarithmus der Luftdichte um 0,001614 geändert wurde. Ferner schien es jetzt aber nicht mehr erlaubt, den Druck als der Luftdichte proportional anzunehmen. Vielmehr schien es das Zweckmässigste und auch den allgemeinen Annahmen entsprechend zu sein, das der ersten Potenz der Geschwindigkeit proportionale Glied des Druckes als von der Reibung herrührend anzusehen und dem Reibungscoefficienten der Luft proportional zu setzen. Da nun aber der Reibungscoefficient der Luft in hohem Maasse unabhängig von dem Drucke ist und mit der Temperatur um etwa dreiviertel desjenigen Betrages wächst, um welchen die Dichte gleichzeitig abnimmt, so war in der an Gt^2 anzubringenden Correction, welche unter der Voraussetzung ihrer Proportionalität mit der Luftdichte berechnet war, der vom Barometerstande abhängige Theil noch mit $C_2 L^4 / (C_2 L^4 + C_1 L^3 t)$, dagegen der von der Temperatur abhängige Theil mit $(C_2 L^4 - \frac{3}{4} C_1 L^3 t) / (C_2 L^4 + C_1 L^3 t)$ zu multipliciren. Unter Einsetzung der gefundenen numerischen Werthe für C_1 und C_2 waren also den Barometer-, resp. Temperaturcorrectionen die Factoren:

$$\frac{1}{1 + 0,17 \frac{t}{L}}, \text{ resp. } \frac{1 - 0,13 \frac{t}{L}}{1 + 0,17 \frac{t}{L}}$$

zuzufügen. Für die kürzeren Stäbe und längeren Umlaufzeiten ist der Werth dieser Factoren sehr erheblich von Eins verschieden, sodass die Temperaturcorrection selbst bis auf die Hälfte derjenigen verringert werden musste, welche sich

aus der Voraussetzung eines der Dichte allein proportionalen Druckes ergeben hätte.

Eine an sich gewiss sehr wünschenswerthe Prüfung dieses Reductionsverfahrens durch die Erfahrung scheint mir auf Grund des vorliegenden Materials nur mit sehr grosser Mühe ausführbar zu sein, da für keinen Stab für denselben Druck eine grössere Zahl von Beobachtungen vorliegt; auch betragen die Temperaturunterschiede während der ganzen Beobachtungszeit meist nur einige Zehntel des Grades. Dagegen lässt sich die gewählte Form der Reduction theoretisch rechtfertigen. Man kann nämlich mittelst Betrachtungen, wie sie schon Helmholtz über die geometrisch ähnlichen Bewegungen von Flüssigkeiten angestellt hat¹⁾, aus den hydrodynamischen Gleichungen mittelst des Principes der Homogenität folgern, dass der gegen einen Körper ausgeübte Druck die Form haben muss:

$$(7) \quad P = \varepsilon v^2 l^2 F \left(\frac{k v l}{\varepsilon v^2 l^2} \right),$$

falls ε die Dichte, k den Reibungscoefficienten der Flüssigkeit, v die Geschwindigkeit, l eine den linearen Dimensionen des Körpers proportionale Grösse und F eine Function bezeichnet, welche nur von der Figur des Körpers und seiner Lage im Flüssigkeitsstromen abhängt. Hieraus folgt, dass ein mit v proportionales Glied des Druckes die Form $D_1 k v l$ haben muss, falls D_1 eine nur von der Figur des Körpers abhängige Grösse bezeichnet.

Nachdem nun die Grössen Gt^2 unter Berücksichtigung der übrigens äusserst geringen Fehler der Gewichtsstücke aus den beobachteten Grössen gebildet und nach den angegebenen Principien auf gleiche Luftbeschaffenheit reducirt waren, hätten dieselben mit den aus den Gleichungen (5) und (6) folgenden Werthen verglichen werden können, wenn alle Stäbe von derselben Dicke gewesen wären. Dies war indessen nicht in aller Strenge der Fall. Es musste daher noch eine

1) Helmholtz, Berl. Monatsber. 1873. p. 505. Abhandlungen p. 158. Die weitergehenden Schlussfolgerungen Helmholtz', in denen von der Reibung abgesehen wird, scheinen mir aus den am Anfang dieses Aufsatzes angegebenen Gründen anfechtbar zu sein.

Reduction auf gleiche Dicken stattfinden, und um dieselbe ausführen zu können, das Gesetz der Abhängigkeit von der Dicke gesucht werden.

Einen Ausdruck für die gesuchte Beziehung liefert die theoretische Gleichung (7). Berücksichtigt man nämlich, dass, wie für die untersuchten Stäbe, insbesondere auch in Bezug auf das Reibungsglied experimentell festgestellt war, der Druck proportional der Stablänge ist, so folgt aus (7), dass der Druck in dem mit v proportionalen Gliede von der Dicke unabhängig, in dem mit v^3 proportionalen Gliede der Dicke proportional sein muss.

Wir könnten uns bei diesem theoretischen Resultate beruhigen, soweit es sich um die Reduction der bisherigen Versuche auf dieselbe mittlere Dicke der Stäbe handelt. Da jedoch der Einfluss des Durchmessers der Stäbe von fundamentalen Bedeutung für die Aufstellung der Gesetze des Widerstandes ist, so war eine Prüfung zumal des ersten etwas paradox klingenden Satzes erforderlich. Es wurden daher Versuche mit zwei Paaren von cylindrischen Messingröhren, welche über die dünnen Arme geschoben und auf ihnen befestigt werden konnten, angestellt. Die Dicke dieser Röhren war etwa die doppelte und die vierfache von derjenigen der Arme. Die Resultate dieser Versuche sind in den folgenden Tabellen enthalten.

Tabelle II und III.

Röhren auf Stab von 0,6302 m Länge.

| Dünne Röhren | | | Dicke Röhren | | |
|--------------|--------|---------|--------------|--------|---------|
| t | Gt^2 | $B - R$ | t | Gt^2 | $B - R$ |
| 1,2261 | 0,7473 | -19 | 1,1824 | 1,409 | + 8 |
| 0,58691 | 0,6847 | +17 | 0,58845 | 1,396 | - 9 |
| 0,36526 | 0,6630 | -47 | 0,37497 | 1,417 | - 6 |
| 0,18464 | 0,6777 | +29 | 0,19268 | 1,497 | +14 |
| 0,11835 | 0,6965 | -27 | 0,12362 | 1,542 | -14 |

$$Gt^2 = 0,59540 + 0,11836t + 0,01062 \frac{1}{t}$$

$$Gt^2 = 1,3425 + 0,03066t + 0,02597 \frac{1}{t}$$

$$D_1 = 0,4597; \quad D_2 = 1,7989; \quad D_1 = 0,1187; \quad D_2 = 1,9995;$$

$$D_3 = 0,0247. \quad D_3 = 0,01475.$$

Röhren auf Stab von 1,002 m Länge.

Tabelle IV.

Dünne Röhren.

| L_1 | t | Gt^2 | $B - R$ |
|--------|---------|--------|---------|
| 0,1850 | 0,68623 | 2,355 | - 3 |
| " | 37836 | 294 | - 29 |
| " | 21803 | 377 | + 8 |
| 0,2997 | 0,74170 | 2,734 | + 88 |
| " | 41311 | 691 | + 77 |
| " | 23414 | 702 | + 26 |
| 0,4243 | 0,78491 | 3,038 | -135 |
| " | 44052 | 059 | -101 |
| " | 25456 | 191 | - 63 |
| 0,5511 | 0,87270 | 3,794 | - 28 |
| " | 28123 | 938 | - 29 |

$$D_1 = 0,8014; \quad D_2 = 1,7528; \\ D_3 = 0,0357.$$

Tabelle V.

Dicke Röhren.

| L_1 | t | Gt^2 | $B - R$ |
|--------|---------|--------|---------|
| 0,1850 | 0,78326 | 3,067 | - 97 |
| " | 43429 | 018 | - 96 |
| " | 25002 | 126 | - 47 |
| 0,3002 | 0,91910 | 4,270 | + 195 |
| " | 50393 | 107 | + 83 |
| " | 28536 | 114 | + 2 |
| 0,4250 | 1,06920 | 5,695 | + 109 |
| " | 0,59657 | 681 | + 117 |
| " | 0,33897 | 732 | + 2 |
| 0,5511 | 1,19425 | 7,209 | -557 |
| " | 0,67936 | 465 | -317 |
| " | 0,39836 | 8,021 | - 43 |

$$D_1 = 0,3640; \quad D_2 = 1,8229; \\ D_3 = 0,01326.$$

Die dünnen Messingröhren waren 0,2255 m lang, ihr Durchmesser betrug 5,593 mm. Die entsprechenden Grössen für die dicken Röhren waren 0,225 85 m und 11,362 mm. Die Dicke des Stabes, welcher bei den in den ersten beiden Tabellen II und III mitgetheilten Versuchen angewandt wurde, war 2,761 mm, seine Länge 0,6302 m. Bei den in den letzten beiden Tabellen mitgetheilten Versuchen wurde ein Stab von 1,002 m Länge und 2,791 mm Dicke angewandt. Bei den ersten Versuchen fielen die Enden der Röhren mit den Enden des Stabes zusammen. Bei den zuletzt angeführten Versuchen ist die Lage der Röhren durch die in der ersten Columme der Tabellen angeführte Grösse L_1 gegeben, welche den Abstand der inneren Röhrenenden von der Drehungsaxe bezeichnet. Die übrigen Columnen der Tabellen enthalten die Umlaufzeiten des Apparates t , die mit Hülfe der entsprechenden Belastungen G berechneten Producte Gt^2 und die Abweichungen dieser Producte gegen die nach den unter jeder Tabelle angeführten Formeln berechneten Werthe in Einheiten der letzten angegebenen Decimale. Die Fehler der benutzten Gewichte sind in den angeführten Werthen von Gt^2 berücksichtigt. Ferner sind diese Grössen auf nor-

male Luftbeschaffenheit reducirt, diesmal aber unter der Annahme, dass der Druck der Luftdichte proportional sei. Bei den geringen Schwankungen der Luftdichte während der Dauer der Versuche kann eine Ungenauigkeit dieser Annahme die Vergleichbarkeit der Versuche nicht wesentlich alteriren. Die angeführten Werthe von t sind Mittel aus je zwei Beobachtungen.

Der blosse Anblick der Werthe von Gt^2 zeigt jetzt, dass dieselben nicht mehr durch eine zweigliedrige Formel, wie sie für die einfachen Arme angewandt wurde, wiedergegeben werden kann, dass vielmehr noch ein der reciproken Umlaufszeit proportionales Glied hinzutreten muss. Eine Andeutung für dieses Verhalten hatten allerdings auch schon die Resultate der Versuche mit den Stäben allein, zumal mit den längeren, gegeben. Schon diese liessen vermuthen, dass der Werth von Gt^2 nicht beständig mit t abnimmt, sondern einem Minimum zustrebt. Doch schienen diese Abweichungen zunächst noch durch Beobachtungsfehler erklärt werden zu können.

Die Bestimmung der drei Constanten in den für Gt^2 angegebenen dreigliedrigen Formeln der beiden ersten Tabellen erfolgte durch Zusammenfassung der fünf Beobachtungsgleichungen in drei Gruppen. Die übrigens wenig abweichenden Resultate einer für diese, wie auch für die andern Beobachtungsreihen nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeführten Rechnung theile ich nicht mit, da diese Resultate infolge der nicht genügend begründeten Annahmen über die den einzelnen Beobachtungen zufallenden Gewichte als nicht weniger willkürlich erscheinen als die mitgetheilten. Aus der dreigliedrigen Formel wurden dann die als absolute Constanten vorausgesetzten Grössen D_1 , D_2 , D_3 der folgenden Formel abgeleitet:

$$(8) \quad Gt^2 = D_1 L^3 t + D_2 d L^4 + D_3 d^2 L^5 \frac{1}{t},$$

wo unter d die Dicke der Widerstand leistenden Cylinder (gemessen in 2,75 mm als Einheit) verstanden ist. Da bei den Versuchen diese Cylinder aus Stücken von verschiede-

ner Dicke zusammengesetzt waren, so war die wirklich benutzte Formel vielmehr:

$$(9) \quad \left\{ \begin{aligned} Gt^2 = D_1 L^3 t + D_2 [d(L^4 - L_1^4 + L_2^4) + d_1(L_1^4 - L_2^4)] \\ + D_3 [d^2(L^5 - L_1^5 + L_2^5) + d_1^2(L_1^5 - L_2^5)] \frac{1}{t}, \end{aligned} \right.$$

wo die Grössen d und L den Dicken und den Längen der Arme entsprechen, während d_1 die Dicken der auf die Arme geschobenen Röhren bezeichnet, und L_1 und L_2 die Abstände der aussen, resp. innen liegenden Enden dieser Röhren sind.

Bei den Beobachtungsreihen, deren Resultate in den beiden letzten Tabellen angeführt sind, wurden die Röhren auf dem 1 m langen Stabe in verschiedenen Entfernungen von dem Drehungsmittelpunkt befestigt. Die in der ersten Columnne unter L_2 mitgetheilten Zahlen entsprechen den Entfernungen der inneren Röhrenden von der Drehungsaxe. Die übrigen Zahlen haben dieselbe Bedeutung wie bei den ersten Tabellen. Auch hier geschah die Berechnung der unter den Tabellen angegebenen Constanten D_1 , D_2 , D_3 der dreigliedrigen Formel mit Hülfe einer geeigneten Gruppenbildung, in diesem Falle direct nach Formel (9).

Ein Ueberblick über die bisher gewonnenen Resultate sowohl der Versuche mit den Stäben allein, als auch der zuletzt mitgetheilten mit den weiteren und engeren Röhren zeigt zur Genüge, dass die Annahme einer Constanz der Grösse D_2 begründet ist, wenn auch die Abweichungen von einem constanten Werthe grösser sind, als sie zulässig wären, wäre nur diese Constante allein aus den Versuchen zu bestimmen gewesen. Dagegen zeigen die Grössen D_1 und D_3 sehr starke Variationen, welche daran zweifeln lassen, ob die angenommene Constanz der Grössen D_1 und D_3 begründet sei. Da jedoch verhältnissmässig kleine Versuchsfehler auf die Bestimmung grade dieser Constanten einen verhältnissmässig grossen Einfluss ausüben müssen und sich zugleich zeigt, dass die Abweichungen der Grösse D_2 einerseits und der Grössen D_1 und D_3 andererseits in einer gewissen gesetzmässigen Beziehung zu einander stehen, so schien es zweckmässig, der Grösse D_2 in allen Versuchsreihen denselben mittleren Werth beizulegen und nur die Grössen D_1

und D_3 aus den einzelnen Reihen zu berechnen, welche nun übereinstimmendere Werthe ergeben mussten.

In der That ergeben die in den Tabellen II, III, IV, V aufgeführten Versuche, wenn man dieselben berechnet, indem man für D_2 den Mittelwerth 1,871 setzt:

$$\begin{aligned} D_1 &= 0,456 & 0,434 & 0,359 & 0,192, \\ D_3 &= 0,0174 & 0,0210 & 0,0182 & 0,0182, \end{aligned}$$

also wenigstens für D_3 recht gut übereinstimmende Werthe mit dem Mittelwerthe 0,0187, während der stark abweichende Werth von D_1 in der letzten Versuchsreihe wohl dadurch zu erklären ist, dass hier die dreigliedrige Formel nicht mehr ausreicht. Rechnungen, deren Resultate hier nicht weiter mitgetheilt werden sollen, weisen in der That darauf hin, dass der Coëfficient des vierten Gliedes negativ sein würde.

Die bisherigen Untersuchungen haben demnach bestätigt, dass der auf das Aräometer ausgeübte Druck G innerhalb der Versuchsgrenzen durch die Formel (8) als Function der Dimensionen der Stäbe und der Umlaufszeit dargestellt werden kann.

Ich habe mehrere Versuche gemacht, die drei Coëfficienten der Formel D_1 , D_2 , D_3 aus dem grossen vorliegenden Material schärfer zu bestimmen, als es die in den Tabellen II bis V angeführten zu einem speciellen Zweck angestellten Beobachtungen erlaubten. Da es aber unmöglich war, den einzelnen Beobachtungen auch nur einigermassen das ihnen zukommende Gewicht zu geben, so führte mich keiner dieser Versuche zum Ziele. Das mit aller Sorgfalt reducirte Material, welches 760 Beobachtungen geliefert hatten, hat demnach nur dazu gedient, die aus 89 nachträglich angestellten Beobachtungen gezogenen Resultate zu bekräftigen.

Ich habe mich schliesslich darauf beschränkt, für D_2 und D_3 die gefundenen Mittelwerthe und für D_1 den Werth 0,428 also:

$$D_1 = 0,428, \quad D_2 = 1,871, \quad D_3 = 0,0187$$

anzunehmen. Wie Tabelle VI zeigt, wird durch diese Werthe das gesammte ältere Beobachtungsmaterial bis auf die

Beobachtungen bei sehr kleinen Drucken ohne wesentliche systematische Fehler dargestellt.

Die bei diesen Beobachtungen in Frage kommenden Fehlerquellen befolgen voneinander sehr verschiedene Gesetze. Die bei der direct beobachteten Grösse, der Zeitdauer des Umlaufs gemachten Fehler können nur bei den allergrössten vorkommenden Geschwindigkeiten eine Rolle spielen. Bei diesen grossen Geschwindigkeiten liegt eine Fehlerquelle auch darin, dass wegen des schnellen Ablaufs des Laufwerkes die zur Beobachtung verfügbare Zeit eine sehr kurze war und infolge dessen eine genügende Herstellung des Gleichgewichtszustandes am Anfang der Beobachtung schwer zu erreichen war.¹⁾

Was die Bestimmung des Druckes betrifft, so sind die Fehler der angewandten Gewichtsstücke selbst so gut bekannt, dass dieselben nicht in Betracht kommen.²⁾ Dennoch ist die Bestimmung des Druckes mit einer erheblichen Fehlerquelle behaftet. Zunächst bedingt die Anwendung des Aräometers eine bei den kleineren beobachteten Drucken sehr ins Gewicht fallende Unsicherheit theils infolge der Variationen der Temperatur, hauptsächlich aber wegen der mit aräometrischen Bestimmungen verknüpften Inconstanz des Capillaritätseinflusses. Der aus dem letzteren Umstande herrührende wahrscheinliche Fehler ist bei dem Durchmesser der Aräometerspindel von 6 mm auf ± 50 mg zu schätzen. Ferner gehen auch Abweichungen von einer genauen Einstellung der im Fernrohre beobachteten Spitze wie Fehler in der Bestimmung des Druckes in die Resultate ein.

Andere Fehlerquellen resultiren aus der Bestimmung der Dimensionen; insbesondere kommen hierbei die Dicken-

1) Auch bei grosser Umlaufsdauer wurde öfters eine systematische Aenderung der Umlaufszeit während des Versuchs bemerkt. Da die Chronographenstreifen nicht aufbewahrt sind, so lässt sich nicht mehr feststellen, inwieweit bei den älteren Versuchen der stationäre Zustand eingetreten war.

2) Indess steht es für die älteren Bestimmungen nicht hinreichend fest, inwieweit die später benutzten Gewichtsstücke bei denselben zur Verwendung kamen.

unterschiede der Stäbe in Betracht, welche schon deshalb mit einer verhältnissmässig grossen procentischen Unsicherheit behaftet sind, weil merkliche Abweichungen der Stäbe von einer cylindrischen Gestalt stattfanden und für die Rechnung der mittlere Durchmesser benutzt wurde, während in der That die Abweichungen von der cylindrischen Gestalt sich auf andere Weise geltend machen. Eine andere Fehlerquelle liegt in der Einstellung der Röllchen und der Gabeln, da Aenderungen in dem Abstände der ersteren und der Neigung der letzteren eine Aenderung des auf das Aräometer ausgeübten Druckes bedingen. Diesen beiden letztgenannten Umständen, namentlich Aenderungen in dem Abstände der Röllchen, welche bei jedem Wechsel der Stäbe neu eingestellt werden mussten, ist es wohl hauptsächlich zuzuschreiben, dass zu verschiedenen Zeiten an denselben Stäben und bei ähnlichen Geschwindigkeiten angestellte Versuche nicht unbedeutende constante Abweichungen voneinander zeigen, ein Einfluss, der um so verderblicher sein musste, als in der Regel die einerseits bei grossen, andererseits bei kleinen Geschwindigkeiten für denselben Stab angestellten Versuche zeitlich voneinander getrennt sind.

Endlich wäre noch der Einfluss des Luftgewichtes zu berücksichtigen, welchem, wie oben näher mitgetheilt, nur annähernd — bei den Stäben allein ohne Berücksichtigung des dritten Gliedes — Rechnung getragen ist. Doch haben die hieraus entspringenden Fehlerquellen bei den nur wenige Grade betragenden Abweichungen der Temperatur von einem Mittelwerthe wohl keinen grösseren constanten Einfluss.

In der Tabelle VI sind die Resultate der mit den Stäben allein in den Jahren 1872—1880 angestellten Versuche mitgetheilt, und zwar sind die Versuche, welche im Jahre 1880 angestellt wurden, und welche wohl mehr Zutrauen verdienen, besonders behandelt. Die Stäbe, welche mit den Nummern 2, 3, 4 . . . 10 bezeichnet sind, besitzen eine Länge von 0,23, 0,28, 0,32 . . . 0,63 m, der mit I bezeichnete Stab ist 1,002 m lang. Für jeden Versuch wurde die Grösse Gt^2 berechnet und, wie oben angegeben, für Luftbeschaffenheit und Fehler der Gewichtsstücke corrigirt. Die zu Mittelwerthen ver-

einigten Werthe von Gt^2 sind durch L^4d dividirt in Tabelle VI aufgeführt. Gleichzeitig sind in dieser Tabelle die entsprechenden Mittelwerthe von t/Ld gegeben.

Tabelle VI.

| Stab | Zahl d. Vers. | $\frac{t}{Ld}$ | $\frac{Gt^2}{L^4d}$ | $B-R$ | Stab | Zahl d. Vers. | $\frac{t}{Ld}$ | $\frac{Gt^2}{L^4d}$ | $B-R$ |
|------|---------------|----------------|---------------------|--------|------|---------------|----------------|---------------------|--------|
| 10 | 10 | 0,175 | 2,061 | +0,006 | 10 | 27 | 0,612 | 2,168 | -0,007 |
| 10* | 3 | 180 | 2,044 | - 8 | 4 | 24 | 624 | 2,215 | + 46 |
| I | 5 | 203 | 2,001 | - 51 | 9 | 6 | 677 | 2,219 | + 30 |
| 10 | 9 | 235 | 2,058 | + 5 | 8 | 22 | 707 | 2,216 | + 15 |
| 4 | 26 | 254 | 2,065 | + 10 | I | 10 | 735 | 2,195 | - 17 |
| 5 | 28 | 269 | 2,101 | + 44 | 7 | 8 | 759 | 2,241 | + 20 |
| 10* | 2 | 285 | 2,088 | - 10 | 10 | 19 | 766 | 2,217 | - 6 |
| 10 | 9 | 314 | 2,053 | - 12 | 5 | 27 | 824 | 2,290 | + 46 |
| I | 8 | 330 | 1,973 | - 97 | 10 | 10 | 942 | 2,248 | - 49 |
| 10 | 4 | 369 | 2,060 | - 19 | 4 | 27 | 946 | 2,282 | - 14 |
| 5 | 27 | 369 | 2,137 | + 58 | 10* | 2 | 956 | 2,301 | + 1 |
| 9 | 3 | 375 | 2,080 | - 1 | I | 8 | 1,021 | 2,340 | + 12 |
| 7 | 8 | 380 | 2,140 | + 58 | 10 | 9 | 093 | 2,334 | - 24 |
| 4 | 20 | 423 | 2,129 | + 37 | 2 | 10 | 215 | 2,437 | + 29 |
| 10 | 30 | 430 | 2,102 | + 6 | 10 | 13 | 289 | 2,308 | - 31 |
| 5 | 25 | 437 | 2,141 | + 41 | 6 | 11 | 293 | 2,493 | + 53 |
| 2 | 20 | 438 | 2,284 | + 183 | 3 | 8 | 407 | 2,493 | + 6 |
| 3 | 13 | 465 | 2,193 | + 82 | I | 8 | 423 | 2,459 | - 34 |
| 8 | 13 | 478 | 2,143 | + 17 | 10 | 9 | 472 | 2,392 | - 121 |
| 10 | 36 | 507 | 2,129 | + 3 | 10 | 18 | 872 | 2,489 | - 192 |
| 5 | 24 | 532 | 2,197 | + 63 | 4 | 26 | 880 | 2,459 | - 225 |
| I | 10 | 533 | 2,082 | - 52 | 10* | 4 | 2,020 | 2,573 | - 172 |
| 10* | 2 | 585 | 2,149 | - 5 | I | 17 | 298 | 2,539 | - 923 |
| 6 | 12 | 597 | 2,196 | + 35 | 6 | 12 | 647 | 2,879 | - 132 |

* Versuche 1880 angestellt.

Wie man aus Formel (7) schliessen kann, ist Gt^2/L^4d als Function von t/Ld anzusehen. Die Unterschiede zwischen den beobachteten und den nach der Formel:

$$(10) \quad \frac{Gt^2}{L^4d} = 0,428 \frac{t}{Ld} + 1,871 + 0,0187 \frac{Ld}{t}$$

berechneten Werthe sind gleichfalls in Tabelle VI angeführt. Bei dieser Rechnung ist noch darauf Rücksicht genommen, dass der Mittelwerth von Ld/t nicht reciprok dem Mittelwerth von t/Ld ist; vielmehr ist der erstere Werth besonders berechnet.

In Tabelle VI sind nur die Versuche aufgeführt, welche mit dem Gabelpaar von etwa 45° Neigungswinkel und bei einer bestimmten Drehungsrichtung angestellt wurden. 91 bei

anderer Drehungsrichtung, sowie mit Gabeln von etwa 27° Neigung angestellte Versuche zeigen aber keine systematische Abweichung, falls für die Neigungswinkel der Gabeln die genau gemessenen Werthe eingeführt werden.

Aus den Gleichungen (1) und (10) lässt sich nun das Moment des Luftdruckes gegen die Stäbe ableiten. Nach genauen Messungen war:

$$\operatorname{tg} \nu = 1,013, \quad E = 8,755 \text{ cm}^3.$$

Berücksichtigt man ferner, dass in Gleichung (10) als Einheit von L : 1 m, als Einheit von d : 2,769 mm²) gilt, so ergibt sich schliesslich als Moment des Luftdruckes gegen einen cylindrischen Stab von der Länge L und der Dicke d , welcher mit der Umlaufszeit t gleichmässig um seine Mitte rotirt:

$$(11) \quad H\varrho = 10^{-6} \left\{ 3,80 \frac{L^3}{t} + 0,599 \frac{L^4 d}{t^2} + 0,000\,216 \frac{L^5 d^2}{t^3} \right\}.$$

Druckeinheit ist der Druck eines Grammes, Längeneinheit 1 cm, Zeiteinheit die Secunde.

Hieraus folgt in denselben Einheiten als Luftdruck gegen einen cylindrischen Stab, der sich senkrecht zu seiner Axe mit der Geschwindigkeit v bewegt:

$$(12) \quad H = 10^{-6} L \{ 7,25 v + 0,486 dv^2 + 0,000\,069\,8 d^2 v^3 \}.$$

Die Coëfficienten der Formel (12) sind aus denen der vorhergehenden durch Multiplication mit $6/\pi$, $8/\pi^2$, $10/\pi^3$ erhalten, wie es die Vergleichung der Formeln (3) und (4) anzeigt. Die Formel (12) kann für Werthe von dv , welche zwischen 50 und 500 liegen, als durch die vorliegenden Versuche bestätigt angesehen werden; für wesentlich grössere und wohl auch für kleinere Werthe von dv dürfte sie zu grosse Werthe liefern.

Um den Druck in absoluten Einheiten (g, cm, sec) auszudrücken, haben wir die rechte Seite von (12) noch mit dem

1) Wie schon erwähnt, ist der Werth dieser Grösse unsicher und veränderlich.

2) Unter Berücksichtigung des Fehlers des Mikrometers, mit welchem die Stabdicken gemessen wurden.

Werthe der Schwerkraft 981,3 zu multipliciren. Führt man ferner die Dichte der Luft ϵ und ihren Reibungscoefficienten η in den durch Formel (7) gegebenen Dimensionen und mit den Werthen ein:

$$\epsilon = 0,001\,200, \quad \eta = 0,000\,190,$$

so erhält man die folgende Form des Resultates, in welcher dasselbe ohne weiteres mit der Theorie oder mit Beobachtungen, die in anderen widerstehenden Medien angestellt sind, vergleichbar wird:

$$(13) \quad H = 37,4 \, \eta v L + 0,3972 \, \epsilon v^2 d L + 0,000\,009\,04 \, \frac{\epsilon^2}{\eta} v^3 d^2 L.$$

VIII. *Experimentelle Bestätigung des Satzes, dass beide Electricitäten in gleicher Menge entwickelt werden, für Pyroelectricität; von E. Dorn.*

Dass bei jeder Electricitätserregung beide Arten von Electricität in gleicher Menge entstehen, ist ein allgemein anerkanntes Princip, doch sind die experimentellen Bestätigungen desselben nicht gerade zahlreich.¹⁾

Es schien mir daher nicht überflüssig, den obigen fundamentalen Satz für die Pyroelectricität als richtig nachzuweisen, insbesondere da hier ein zunächst paradox scheinender Fall vorkommt.

Wenn man einen Turmalinkrystall von einem Ende her erwärmt und dann rasch durch die Flamme führt, so zeigt sich derselbe zunächst nahezu unelectrisch. Im Verlaufe der Abkühlung treten oft relativ bedeutende Electricitätsmengen hervor, die mitunter auf beiden Enden gleichnamig sind.

Das obige Princip verlangt, dass die zweite Art der Electricität in gleicher Menge auf den Säulenflächen oder im Inneren des Krystalles auftritt.

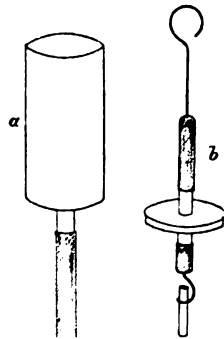
Eine Prüfung ermöglicht der Satz, dass eine im Inneren eines isolirten schalenförmigen Leiters erregte Electricitäts-

1) Maxwell, Electricity and Magnetism. 1. § 30. 1873. Righi, Nuov. Cim. 9. p. 141. 1873.

menge $+e$ auf seiner Innenfläche $-e$, auf seiner äusseren Begrenzung $+e$ induciren würde, gleichviel welches die Vertheilung der ursprünglichen $+e$ ist.

Wird der Turmalin nach seiner Erwärmung isolirt ins Innere eines leitenden, ebenfalls isolirten Hohlkörpers geführt, so darf ein mit letzterem verbundenes Electrometer im Laufe der Abkühlung des Krystalles keine Electricitätsentwicklung anzeigen.

Die Anordnung der Versuche war folgende. Der durch ein Schellackstäbchen getragene Hohlcyylinder aus Messing a von 4 cm Höhe und 2 cm Durchmesser hatte einen Deckel b , der mit Hülfe eines ebenfalls durch einen Schellackstift isolirten starken Messingdrahtes abgehoben werden konnte. In ein drittes Schellackstäbchen an der Unterseite des Deckels war ein dünner Messingdraht eingeschmolzen, der um die Mitte des Krystalles geschlungen wurde.



Der benutzte Turmalin war von grüner Farbe, stark durchscheinend, beiderseits abgebrochen und wog bei einer Länge von 2,05 cm 1,59 g.

Ein Quadrantenpaar des Electrometers (etwas modificirtes Vorlesungsinstrument nach Kirchhoff) war stets zur Erde abgeleitet. Einem Volt entsprach auf der 130 cm entfernten Scala ein einseitiger Ausschlag von etwa 2,5 cm, was für den vorliegenden Zweck ausreichte. Viel wesentlicher als eine grosse Empfindlichkeit ist es, dass das nicht abgeleitete Quadrantenpaar gut isolirt ist und auch bei längerer Isolation weder von dem beweglichen geladenen Stück des Electrometers, noch von der Zimmerluft eine merkliche Ladung erhält. Diese Bedingungen waren mehr als ausreichend erfüllt. Denn als dem isolirten Quadrantenpaar Electricität mitgetheilt war, verringerte sich die Ablenkung in 40 Minuten nur von 14,0 auf 13,3 cm; ferner war nach einer $\frac{3}{4}$ stündigen Isolirung ohne Ladung nur eine Ablenkung von 0,4 cm eingetreten.

Auch das den Cylinder tragende Schellackstäbchen erfüllte seinen Zweck genügend; nach Verbindung mit dem isolirten Quadrantenpaar ging die Ablenkung in 11 Minuten von 32,2 auf 30,4 zurück.

Die Capacität des isolirten Quadrantenpaares ergab sich aus mehreren Versuchen etwa siebenmal so gross, als die des Cylinders.

Bei den Versuchen war zunächst auch das zweite Quadrantenpaar, von dem ein Draht zum Cylinder führte, mit dem zur Erde abgeleiteten verbunden.

Der Deckel mit dem Krystall wurde abgenommen, letzterer an einem Ende in der Flamme eines Bunsen'schen Brenners oder einer Spirituslampe erwärmt, wieder an seine Stelle gebracht, und nun schnell die Verbindung der beiden Quadrantenpaare unterbrochen.

Ich mochte die Erwärmung einrichten, wie ich wollte, niemals trat eine die Unsicherheit des Instrumentes (etwa 0,1 cm) überschreitende Ablenkung ein, obwohl die entwickelten Electricitätsmengen in der Regel bedeutend und öfter an beiden Enden des Krystalls gleichnamig waren.

Aus einer grossen Zahl von Experimenten theile ich nur folgende Einzelheiten mit.

Als der Krystall 10 Sekunden einseitig in einer kleinen Spiritusflamme erwärmt war und nach 1 Minute aus dem Cylinder herausgenommen wurde, ergab die Untersuchung mit Hülfe eines angelegten und dann mit dem isolirten Quadrantenpaar in Berührung gebrachten Prüfungsscheibchens beiderseits negative Electricität, und zwar war die Ablenkung für das obere und untere Ende resp. 3,0 und $> 50,0$ cm.

Bei ähnlichem Verfahren konnte ich in einem anderen Falle am oberen Ende keine merkliche Electricität constataren, während die des unteren das Lichtbild ebenfalls über die Scala hinausführte.

War die Dauer der Erwärmung etwas grösser, und der Krystall länger im Cylinder geblieben, so fand sich oben positive, unten negative Electricität auf dem Krystall von

einer solchen Intensität, dass öfter beim Abheben des Deckels mit dem Krystall das Lichtbild aus der Scala verschwand, was sich einfach daraus erklärt, dass ein Theil der auf der Hülle inducirten Electricität mit dem Deckel entfernt wird.

Schliesslich sei erwähnt, dass diese Versuche bereits vor längerer Zeit angestellt sind.

Darmstadt, September 1885.

IX. *Einige Vorlesungsversuche; von E. Dorn.*

Nachstehend erlaube ich mir, einige Vorlesungsversuche zu veröffentlichen, die, obwohl in ihren Grundgedanken zum Theil nicht neu, wegen der Einfachheit der Ausführung doch einer Mittheilung werth erscheinen.

1. Gleichheit des Verhältnisses von Absorptions- und Emissionsvermögen der Wärme für zwei verschiedene Körper.

Von den beiden Gefässen eines Leslie'schen Differentialthermometers wird das eine mit Goldblatt beklebt, ebenso die eine Seite eines grossen Becherglases. Stellt man nun das mit siedendem Wasser gefüllte Becherglas so zwischen die Gefässe des Differentialthermometers, dass Glas gegen Goldblatt und Goldblatt gegen Glas strahlt, so tritt keine Bewegung der Flüssigkeitssäule ein, während nach Drehung des Becherglases um 180° eine Verschiebung (bei meinem Apparate um 2—3 cm) erfolgt.

2. Interferenz des Schalles.

Man halte eine kräftig tönende Stimmgabel (z. B. U_3 von König) auf Resonanzkasten so in der Hand, dass die Oeffnung des letzteren der Wand oder Tafel hinter dem Experimentirtische zugewendet ist. Führt man die Stimmgabel nicht zu schnell von etwa 0,5 bis 2 m von der reflectirenden Fläche hin und wieder zurück, so ist im ganzen Zimmer ein An- und Abschwollen des Tones infolge der Interferenz der directen und reflectirten Schallwellen vernehmbar.

3. Einen Wirbelring durch einen anderen hindurchzutreiben.

Tait theilt diesen hübschen Versuch mit¹⁾, ohne eine nähere Anleitung dazu zu geben; doch hat derselbe mir (und auch anderen Physikern) anfänglich Schwierigkeiten gemacht. Bei dem von mir benutzten Apparate (Würfel von 60 cm Seitenlänge, Oeffnung 15 cm Durchmesser) gelingt das Hindurchtreiben leicht, wenn mit dem paukenschlägelähnlichen Klöppel die Ringe so rasch nacheinander erzeugt werden, als die Hand dies nur auszuführen vermag. Der zweite Schlag muss etwas kräftiger sein, als der erste.

4. Arbeitsäquivalent der Wärme.

Der von Puluj angegebene Apparat zur Bestimmung des Arbeitsäquivalentes der Wärme²⁾ ist zwar in vielen physikalischen Cabineten vorhanden, doch scheinen einige Schwierigkeiten von der Benutzung desselben in den Vorlesungen vielfach abgeschreckt zu haben. Wenn aber überhaupt ein messender Versuch, so verdient die Bestimmung des Arbeitsäquivalentes der Wärme, vielleicht der wichtigsten physikalischen Constanten, in der Vorlesung über Experimentalphysik vorgeführt zu werden. Soviel zur Rechtfertigung der nachstehenden Mittheilungen.

Bei zwei Puluj'schen Apparaten (geliefert von Eiss in Wien), welche ich vielfach benutzt habe, litt bei trockener Reibung der beiden Kegel der Schliff derselben sehr leicht, sodass der innere Kegel sich im äusseren festklemmte und nichts übrig blieb, als die langwierige Operation des Nachschleifens vorzunehmen.

Ferner ereignete es sich öfter, dass die Reibung mit wachsender Drehungsgeschwindigkeit nicht zu-, sondern abnahm.

Beide Uebelstände werden vermieden, indem man einige Tropfen Vaseline zwischen die beiden Kegel bringt. Doch ist es nöthig, einige Minuten vor dem Versuch den

1) Tait, Vorlesungen über einige neuere Fortschritte der Physik; Deutsche Ausgabe von G. Wertheim. p. 243. 1877.

2) Puluj, Pogg. Ann. 157. p. 437. 1876.

inneren Kegel etwas zu lüften, da sonst die Reibung zu gross wird.

Für eigentliche Vorlesungsversuche senke ich in das Quecksilber im inneren Kegel ein Thermometer mit durchsichtiger Scala, welche unter Anwendung electrischen Lichtes stark vergrössert projicirt wird. Zwei Metallschirme schützen die Kegel vor der Strahlung der electrischen Lampe.

Zur Vermeidung umständlicher Correctionsrechnungen richte ich es so ein, dass die Anfangstemperatur des Calorimeters etwa ebensoviel unter der Temperatur der Umgebung liegt, als die Endtemperatur über derselben.

Ein derartiger Versuch und seine Berechnung nimmt kaum zehn Minuten in Anspruch.

Bei einigermaßen sorgfältiger Vorbereitung gelingt so die Bestimmung des Arbeitsäquivalentes mit einem Fehler von höchstens 5 %.

Will man eine grössere Genauigkeit erzielen und hat mehr Zeit zur Verfügung (z. B. in den physikalischen Uebungen von Studirenden), so lässt man auf den eigentlichen Versuch eine Abkühlungsbeobachtung folgen. Es ist gut, für die Endtemperatur des Hauptversuchs nicht den nach Aufhören der Drehung beobachteten Werth zu verwenden, sondern dieselbe aus dem etwa zwei Minuten später stattfindenden Thermometerstand mit Hülfe der Abkühlungsgeschwindigkeit zu berechnen.

Die Ableitung der erforderlichen Formeln ist leicht.

5. Abkühlung eines Drahtes bei elastischer Dehnung.

Ein Stahldraht (von etwa 0,7 mm Durchmesser) wird mit seinem oberen Ende festgeklemmt, das untere trägt eine Schale zur Aufnahme von Gewichten. Um zwei benachbarte Stellen des Hauptdrahtes ist ein dünner Draht aus Neusilber und ein solcher aus Stahl geschlungen, ihre Enden stehen mit dem Galvanometer in Verbindung, sodass ein Thermoelement, Stahl-Neusilber, gebildet wird. Beim Auflegen der Gewichte (20 kg) zeigt das Galvanometer Abkühlung, beim Abheben Erwärmung an. Ich erhielt bei einem nahe zur Aperiodicität astasirten Wiedemann'schen Galvanometer

(für objective Darstellung mit Lampe, Linse und Scala eingerichtet) mehrere Centimeter Ausschlag. Die Berührungstellen heterogener Metalle sind zum Schutz vor Luftströmen mit Watte zu umhüllen.

Darmstadt, September 1885.

X. Ueber verzweigte Blitze; von P. Brühl.

Mit grossem Interesse habe ich Hrn. Kayser's kurze Abhandlung über Blitzphotographien¹⁾ gelesen. Es sei mir erlaubt, hiermit einige Beobachtungen mitzutheilen. Einerseits erleichtert die grosse Anzahl der Blitze während eines der hiesigen Gewitter die Beobachtung derselben; andererseits bleibt die Mehrzahl derselben infolge der mächtigen Dicke der Wolkenschichten dem Blicke verborgen. „Dass die Entladung sehr häufig zwar von einem Punkte ausgeht, aber in vielen Punkten endet“, ist eine Beobachtung, die man hier während jedes Abendgewitters machen kann. Ich glaube nicht zu weit zu gehen, wenn ich behaupte, dass die Mehrzahl der Blitze, die von Wolke zu Wolke gehen, sich verzweigen. Nicht eben selten kann man Blitze mit vier ziemlich gleich starken Zweigen sehen, welche bedeutende Winkel miteinander bilden. Diese Blitze sind, soweit man sie beobachten kann, fast immer wellig gebogen, seltener scharf zickzackförmig.

Der Ausdruck Schlangenblitze, im Gegensatze zu Zickzackblitzen, drängt sich einem fast unwillkürlich auf. Der Vergleich solcher Blitze mit einem Flusssysteme, wie ihn Hr. Kayser macht, ist in mehr als einer Hinsicht ein äusserst glücklicher.

Dass zwei rasch sich folgende Blitze Bahnen einschlagen, die das Auge nicht voneinander zu scheiden vermag, ist eine Beobachtung, die ich wiederholt gemacht habe.

1) Kayser, Wied. Ann. 25. p. 131. 1885.

De la Rive in seinem *Traité d'Électricité* sagt: „Ces éclairs (die Linienblitze) se portent en général sur la terre, quoique on les voie quelquefois s'élancer d'un groupe de nuages sur un autre Les éclairs de la seconde classe (die Flächenblitze) sont de beaucoup les plus commun; pendant un orage ordinaire il en surgit des millions (?) contre un éclair resserré et sinueux". Diese Bemerkung ist sicherlich für Bengalen nicht zutreffend. Ich glaube selbst, dass das Verhältniss der Zahl der Linienblitze zu derjenigen der Flächenblitze (6:11), wie es Hr. Kundt für Deutschland angibt, für Bengalen viel zu gross ist. Obgleich man, wie schon anfangs bemerkt, von den vielen Blitzen eines Gewitters nur wenige direct sehen kann, genügt doch schon die Natur des Aufleuchtens der Wolken und der diesem Aufleuchten folgende Donner, um den Linienblitz mit Leichtigkeit zu erkennen. Besonders lehrreich sind Fälle, wo von dem langen Schlangenblitze gerade ein sehr kurzes Stück zwischen den Wolken sichtbar wird. Ich hoffe, bis Juni 1886 nicht nur im Besitze einer Anzahl guter Blitzphotographien zu sein, sondern auch durch zahlreiche Beobachtungen mit dem Spectralapparate nachzuweisen, dass hier in Bengalen die Anzahl der Linienblitze, besonders Schlangenblitze, diejenige der Flächenblitze bedeutend überwiegt.

Rajshahye College, Rampore Bauleah, Bengalen, den 10. Juni 1885.

XI. Ein Vorlesungsversuch; von Fr. Rüdorff.

(Aus den Berichten der deutschen chem. Ges. vom 18. April 1885; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Um die Verdrängung des einen Salzes durch ein anderes aus seiner Lösung in auffallender Weise als Vorlesungsversuch zu zeigen, fülle man zwei gleiche mit Glasstöpsel zu verschliessende Cylinder oder auch zwei Reagircylinder von gleichen Dimensionen zu zwei Drittel mit einer gesättigten Lösung des Doppelsalzes Ammonium-Kupfersulfat. Zu der

einen Lösung füge man etwa zwei Messerspitzen fein gepulvertes Ammoniumsulfat und schüttelte tüchtig 1 bis 2 Minuten. Nach einigen Augenblicken der Ruhe ist die Lösung fast oder völlig farblos, jedenfalls sehr viel weniger gefärbt, als die danebenstehende ursprüngliche Lösung.

XII. Ueber die Leitungsfähigkeit des Serpentin; von E. Wiechert.

(Mittheilung aus dem math.-phys. Laboratorium in Königsberg i. Pr.)

Bei der Untersuchung eines neuen Walzenrheostaten machte ich die Erfahrung, dass Serpentin die Electricität leitet. Die Hauptmasse ist Leiter zweiter Classe, die eingeschlossenen Erzadern dagegen leiten metallisch, und zwar viel besser. Eine Anzahl von Stücken, welche Hr. Prof. Liebisch die Güte hatte, mir aus der Sammlung des hiesigen mineralogischen Cabinets zu überweisen, zeigten sich in ausserordentlich verschiedenem Maasse von Erzadern durchsetzt, sodass ihr specifischer Widerstand ($Hg = 1$) zwischen 20 Millionen und 30000 Millionen schwankte. Wenn nun auch bei den Rheostaten unseres Instituts die Leitungsfähigkeit des Serpentin zu merklichen Fehlern keinen Anlass gab, so möchte ich doch darauf hinweisen, dass Serpentin als Isolator nur mit Vorsicht zu verwenden ist. Leitung der Electricität durch Marmor konnte ich mit den mir zu Gebote stehenden Mitteln nicht nachweisen.

Königsberg i. Pr., Juli 1885.

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XXVI.

I. Theorie der Newton'schen Farbenringe im durchgehenden Lichte; von Ernst Gumlich.

(Hierzu Taf. IV Fig. 1–6.)

Von den Herren Sohncke und Wangerin¹⁾ wurden in den letzten Jahren mehrere Untersuchungen über die Newton'schen Farbenringe veröffentlicht, worin von Hrn. Wangerin auf theoretischem, von Hrn. Sohncke auf experimentellem Wege durch äusserst genaue Messungen nachgewiesen wurde, dass die bisher gebräuchliche Ansicht von der Gestalt und Lage dieser Ringe im reflectirten Lichte eine unrichtige war, dass diese Ringe im allgemeinen nicht Kreise sind, die auf der unteren Fläche der Glasplatte zu Stande kommen und sich concentrisch um den Berührungspunkt gruppiren, sondern vielmehr Curven doppelter Krümmung, die sämmtlich durch elliptische Cylinder, deren Leitlinie parallel ist der Axe des beobachtenden Instrumentes — Mikroskopes oder Fernrohres — herausgeschnitten werden aus einer geradlinigen Fläche dritter Ordnung, der sogenannten Interferenzfläche.

Auf die gütige Anregung des Hrn. Sohncke hin habe ich es versucht, die Untersuchung der analogen Erscheinung im durchgehenden Lichte durchzuführen — zunächst freilich nur auf theoretischem Wege, da mir die nöthigen Mittel zur experimentellen Prüfung der gefundenen Resultate leider zur Zeit nicht zu Gebote stehen — und habe mich dabei, soweit dies thunlich, der besseren Vergleichung halber möglichst genau an den Gang der Wangerin'schen Arbeit gehalten, auch die Bezeichnungen möglichst

1) Sohncke u. Wangerin, Wied. Ann. 12. p. 1. 1881 u. 20. p. 177. 1883.

entsprechend gewählt. Im übrigen konnte ich mich hierbei auf die Betrachtung der Erscheinung beschränken, welche beim Durchgange des Lichtes durch eine planparallele Platte und eine sie mit der convexen Fläche berührende planconvexe Linse entsteht.

Hr. Wangerin machte bei seiner ersten Abhandlung über diesen Gegenstand die Annahme, dass von den sämtlichen, ins Mikroskop gelangenden Strahlenpaaren, die in einem Punkte des Systems zur Interferenz gekommen sind, hauptsächlich diejenigen beiden für das Zustandekommen heller und dunkler Punkte wesentlich und deshalb besonders in Rechnung zu ziehen seien, von denen je ein Strahl in der Richtung der Mikroskopaxe verläuft, während der Einfluss der anderen Strahlenpaare, welche mit den oben erwähnten beiden Hauptstrahlenpaaren sehr kleine Winkel bilden und sämtlich in einem sehr kleinen Kegelraume enthalten sind, in Bezug auf die Intensität erst in zweiter Linie berücksichtigt zu werden brauchen. Diese Theorie ergab Resultate, welche von den genauen experimentellen Untersuchungen des Hrn. Sohncke auf das vollkommenste bestätigt wurden. Trotzdem nun schon hierdurch die Berechtigung seiner Annahme als nachgewiesen gelten konnte, zeigte Herr Wangerin doch in einer zweiten Arbeit zur Beseitigung des gegen ihn erhobenen Vorwurfes, als sei seine Annahme eine willkürliche und unberechtigte, dass ein vollkommen strenges Verfahren, welches sofort die sämtlichen interferirenden und ins Auge gelangenden Strahlenpaare berücksichtigt, auf genau dieselben Formeln und Resultate führt.

Eben diesen Weg habe auch ich eingeschlagen — zunächst die ganze Ableitung nach der früheren, Wangerin'schen Hypothese durchgeführt und dann erst kurz mit Herbeiziehung der zweiten Wangerin'schen Ableitung auf dem vollkommen strengen Wege die Gültigkeit der gewonnenen Formeln nachgewiesen, wodurch ich gleichzeitig einen neuen Beweis für die Berechtigung der ursprünglichen Annahme Wangerin's geliefert zu haben glaube.

Treten wir nun letzterer selbst näher:

Gegeben ist uns nicht eine punktförmige, sondern eine ausgedehnte Lichtquelle, deren Strahlen etwa durch eine Linse nahezu parallel gemacht sein mögen — vollkommen parallel verlassen die Linse ja nur Strahlen, die genau vom Brennpunkte derselben ausgehen; wir sind aber doch berechtigt, voranzusetzen, dass die gesammten Strahlen oder, was dasselbe ist, die zu diesen gehörigen Wellenebenen nur sehr geringe Winkel miteinander bilden — ihre Anzahl ist natürlich unendlich gross.

Fassen wir nun irgend einen Punkt F ins Auge (Fig. 1), der entweder oberhalb oder unterhalb der Ebene $W-W$ liegen kann, so werden durch diesen im allgemeinen sehr viele Strahlen gehen — entweder direct oder doch rückwärts verlängert —, in letzterem Falle ist der betrachtete Punkt ein virtueller Schnittpunkt.

Halten wir zunächst eine beliebige Wellenebene fest, deren untereinander parallele Strahlen also aus einem und demselben Punkte der Lichtquelle stammen, mithin ursprünglich gleiche Phase besitzen, so wird ein Strahl derselben nach directem Durchgange durch das System F treffen ($L'-A'-B'-C'-G'-H'$), ein anderer ($L-A-B-C-B_1-C_1-G-H$) wird einmal, ein zweiter zweimal, ein k . k mal an der Oberfläche der Linse reflectirt werden, ehe er ebenfalls durch den Punkt F geht. Hier werden diese sämmtlichen Strahlen interferiren, also, für sich betrachtet, Licht oder Dunkelheit erzeugen, und zwar werden wir die durch die mehrfach reflectirten Strahlen erzeugten Interferenzerscheinungen auf diejenigen zurückführen können, welche durch den direct hindurchgegangenen und den einmal an der Linse reflectirten Strahl hervorgerufen werden. Wir betrachten also zunächst nur diese beiden und denken uns die Axe des Beobachtungsinstrumentes in die Richtung dieses direct hindurchgegangenen Strahles gebracht. Gehen wir nun zu irgend einer anderen der vorhin erwähnten Wellenebenen über, so wird keine derselben Strahlen aussenden, welche, direct hindurchgegangen, genau in der Richtung der Mikroskopaxe verlaufen und so gleichzeitig den Punkt F treffen, wohl aber wird ein Strahl nach einer einmaligen

Reflexion diese Richtung erhalten, ein zweiter nach einer zweifachen etc.; — zu jedem dieser Strahlen, die untereinander wieder verschiedenen Wellenebenen angehören, wird ein aus der betreffenden Wellenebene stammender Strahl gehören, der nach directem Durchgange ebenfalls durch F geht und dort mit seinem Axenstrahle interferirt: Wiederum beschränken wir uns hier auf den einmal reflectirten und den dazugehörigen, direct durchgegangenen, und haben auf diese Weise zwei Strahlenpaare gewonnen, von denen jedes, für sich genommen, in F zur Interferenz gelangt, die aber, da sie aus verschiedenen Wellen stammen, nicht untereinander interferiren, und von denen ferner je ein Strahl in der Richtung der Mikroskopaxe verläuft, die beiden anderen aber mit dieser zwei verschiedene, kleine Winkel bilden. Diese beiden Paare, die Hauptpaare, sind gerade wegen ihres Zusammenfallens mit der Richtung der Mikroskopaxe die wesentlichsten des ganzen Systems, um welche sich die übrigen, ebenfalls in F interferirenden Strahlenpaare im Inneren eines kleinen Kegels symmetrisch gruppiren werden. Jedes dieser beiden Hauptpaare kann nun, je nach der Lage des Punktes F , dort entweder vollkommene oder unvollkommene Helligkeit oder Dunkelheit hervorbringen, und zwar jedes der Hauptpaare unabhängig vom anderen und ohne Störung durch das andere. Nun wird es aber sicher solche Punkte F geben, wo die Interferenzerscheinungen beider Paare gleichzeitig Helligkeit oder Dunkelheit ergeben, das werden dann die hellsten und dunkelsten Punkte überhaupt sein, und sucht man deren Gesammtheit auf, so muss man auf die hellen und dunklen ringförmigen Gebilde kommen, die unter dem Namen der Newton'schen Ringe bekannt sind.

Bei der Untersuchung legen wir zunächst ein rechtwinkliges Coordinatensystem zu Grunde, dessen Anfangspunkt O (Fig. 1) der Berührungspunkt von Platte und Linse sei, dessen $\mathcal{Z}H$ -Ebene in der unteren Ebene der Glasplatte liege, dessen positive \mathcal{Z} -Axe nach der Lichtquelle hin, und dessen positive Z -Axe von O nach oben gerichtet sein möge.

Nennen wir die Richtungscosinus einer von O aus auf die Wellenebene eines einfallenden Bündels paralleler Lichtstrahlen gefällten Normalen: $+\alpha, +\beta, +\gamma$, so erhalten wir für die Richtungscosinus der einzelnen Strecken des einmal reflectirten und des durchgehenden Strahles.

$$(1) \left\{ \begin{array}{ll} LA : -\alpha, -\beta, -\gamma & L'A' : -\alpha, -\beta, -\gamma \\ AB : -\alpha_1, -\beta_1, -\gamma_1 & A'B' : -\alpha'_1, -\beta'_1, -\gamma'_1 \\ BC : -\alpha, -\beta, -\gamma & B'C' : -\alpha, -\beta, -\gamma \\ CB_1 : -\alpha_2, -\beta_2, +\gamma_2 & \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ B_1C_1 : -\alpha_3, -\beta_3, -\gamma_3 & \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ C_1G : -\alpha_4, -\beta_4, -\gamma_4 & C'G' : -\alpha'_4, -\beta'_4, -\gamma'_4 \\ GH : -\alpha_5, -\beta_5, -\gamma_5 & G'H' : -\alpha'_5, -\beta'_5, -\gamma'_5 \end{array} \right.$$

Aus dem Brechungsgesetze folgt sofort, dass: $\alpha'_1 = \alpha_1$; $\beta'_1 = \beta_1$; $\gamma'_1 = \gamma_1$ und:

$$(2) \quad \alpha_1 = \frac{1}{n} \alpha; \quad \beta_1 = \frac{1}{n} \beta, \quad \gamma_1 = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - 1 + \gamma^2}.$$

Nennen wir den Winkel, den der Krümmungsradius der Linse, vom Mittelpunkte nach C gezogen oder die in C nach aussen errichtete Normale mit der positiven Z -Axe einschliesst, $=\varphi$, denjenigen, den die Projection dieser Normalen auf die $\mathcal{E}H$ -Ebene mit der positiven \mathcal{E} -Axe bildet, $=\psi$, dann sind die drei Richtungscosinus dieser Normalen in C gegeben durch:

$$(3_a) \quad \sin \varphi \cos \psi; \quad \sin \varphi \sin \psi; \quad \cos \varphi$$

und nennen wir die entsprechenden Grössen für C_1 und C' , resp. φ_1, ψ_1 ; φ', ψ' , so haben wir für die Richtungscosinus der Normalen in C_1 und C' :

$$(3_b) \quad \sin \varphi_1 \cos \psi_1; \quad \sin \varphi_1 \sin \psi_1; \quad \cos \varphi_1,$$

$$(3_c) \quad \sin \varphi' \cos \psi'; \quad \sin \varphi' \sin \psi'; \quad \cos \varphi'.$$

Wir haben $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ auszudrücken durch $\alpha, \beta, \gamma, \varphi, \psi$; zu diesem Zwecke denken wir uns um den Punkt C eine Kugel mit dem Radius 1 construirt (Fig. 2); die Oberfläche derselben schneide den einfallenden Strahl in B , den reflectirten in B_1 , die in C errichtete Normale in P , die zur \mathcal{E} -Axe parallele Gerade in L . Dann ist nach dem Reflexionsgesetze:

$$\cos BCP = \cos PCB_1 = \underbrace{\alpha \sin \varphi \cos \psi + \beta \sin \varphi \sin \psi + \gamma \cos \varphi}_U$$

Diese Grösse nennen wir: U .

Dann ergibt sich nach den Formeln der sphärischen Trigonometrie:

$$\cos LCB_1 = -\alpha_2 = 2U \sin \varphi \cos \psi - \alpha$$

und entsprechend für die beiden anderen Richtungscosinus, oder:

$$(4) \quad \begin{cases} \alpha_2 = \alpha - 2U \sin \varphi \cos \psi \\ \beta_2 = \beta - 2U \sin \varphi \sin \psi \\ \gamma_2 = -\gamma + 2U \cos \varphi. \end{cases}$$

Weiter ist nach den Reflexionsgesetzen:

$$\alpha_3 = \alpha_2; \quad \beta_3 = \beta_2; \quad \gamma_3 = \gamma_2.$$

Um $\alpha_4, \beta_4, \gamma_4$ auf $\alpha, \beta, \gamma; \varphi, \psi; \varphi_1, \psi_1$ zurückzuführen, denken wir uns wieder um C_1 eine Kugelfläche construiert mit dem Radius 1 (Fig. 3), welche den einfallenden Strahl in B_1 , den gebrochenen in G , das in C_1 nach aussen errichtete Perpendikel mit den Richtungscosinus: $\sin \varphi_1 \cos \psi_1; \sin \varphi_1 \sin \psi_1; \cos \varphi_1$ in P_1 schneiden möge, die der Z -Axe parallele Gerade aber in L . Nun ist nach den Formeln der analytischen Geometrie:

$$\cos(B_1 C_1 P_1) = \alpha_3 \sin \varphi_1 \cos \psi_1 + \beta_3 \sin \varphi_1 \sin \psi_1 + \gamma_3 \cos \varphi_1 = U_1.$$

Betrachtet man ferner, dass nach dem Brechungsgesetze:

$$\sin(G_1 C_1 P_1) = \frac{1}{n} \sqrt{1 - U_1^2},$$

und dass $\cos(G_1 C_1 L) = \alpha_4$, so findet sich nach den Formeln der sphärischen Trigonometrie:

$$\begin{aligned} \alpha_4 &= \frac{1}{n} \left\{ \sin \varphi_1 \cos \psi_1 (\sqrt{n^2 - 1 + U_1^2} - U_1) + \alpha_3 \right\} & \text{oder:} \\ (5) \quad \begin{cases} \alpha_4 &= \frac{1}{n} \left\{ \sin \varphi_1 \cos \psi_1 (\sqrt{n^2 - 1 + U_1^2} - U_1) - 2U \sin \varphi \cos \psi + \alpha \right\}, \\ \beta_4 &= \frac{1}{n} \left\{ \sin \varphi_1 \cos \psi_1 (\sqrt{n^2 - 1 + U_1^2} - U_1) - 2U \sin \varphi \sin \psi + \beta \right\}, \\ \gamma_4 &= \frac{1}{n} \left\{ \cos \varphi_1 (\sqrt{n^2 - 1 + U_1^2} - U_1) + 2U \cos \varphi - \gamma \right\}, \end{cases} \end{aligned}$$

endlich: $\alpha_5 = n\alpha_4; \beta_5 = n\beta_4; \gamma_5 = \sqrt{1 - n^2 + n^2\gamma_4^2}$.

Die Richtungscosinus von $CG': \alpha_4', \beta_4', \gamma_4'$ finden wir, ausgedrückt durch $\alpha, \beta, \gamma, \varphi, \psi'$ direct aus den Formeln (5),

wenn wir darin für $\alpha_3, \beta_3, \gamma_3, \varphi_1, \psi_1$ setzen resp.: $\alpha, \beta, \gamma, \varphi', \psi'$, wodurch dann von selbst die Grösse:

$$U_1 = (\alpha_3 \sin \varphi_1 \cos \psi_1 + \beta_3 \sin \varphi_1 \sin \psi_1 + \gamma_3 \cos \varphi_1) \\ = \{(\alpha - 2U \sin \varphi \cos \psi) \sin \varphi_1 \cos \psi_1 \\ + (\beta - 2U \sin \varphi \sin \psi) \sin \varphi_1 \sin \psi_1 + (2U \cos \varphi - \gamma) \cos \varphi_1\}$$

übergeht in:

$$U' = (\alpha \sin \varphi' \cos \psi' + \beta \sin \varphi' \sin \psi' + \gamma \cos \varphi').$$

Es wird demnach:

$$(6) \begin{cases} \alpha'_4 = \frac{1}{n} \left\{ \sin \varphi' \cos \psi' (\sqrt{n^2 - 1 + U'^2} - U') + \alpha \right\}, \\ \beta'_4 = \frac{1}{n} \left\{ \sin \varphi' \sin \psi' (\sqrt{n^2 - 1 + U'^2} - U') + \beta \right\}, \\ \gamma'_4 = \frac{1}{n} \left\{ \cos \varphi' (\sqrt{n^2 - 1 + U'^2} - U') + \gamma \right\}. \end{cases}$$

Endlich liefert wieder das Brechungsgesetz:

$$\alpha'_5 = n\alpha'_4; \quad \beta'_5 = n\beta'_4; \quad \gamma'_5 = \sqrt{1 - n^2 + n^2 \gamma_4'^2}.$$

Es sei der Ort der Interferenz F (Fig. 1) bestimmt durch die Coordinaten \mathcal{E}, H, Z , die Punkte C, C_1 und C' durch resp.: $\xi, \eta, \zeta; \xi_1, \eta_1, \zeta_1; \xi', \eta', \zeta'$.

Dann haben wir zunächst die Grössen: $\varphi, \psi; \varphi_1, \psi_1; \varphi', \psi'$ auszudrücken durch die Grössen: $\mathcal{E}, H, Z, \alpha, \beta, \gamma$. Es ist aber:

$$(7) \begin{cases} \xi = r \sin \varphi \cos \psi; \quad \eta = r \sin \varphi \sin \psi; \quad \zeta = -r + r \cos \varphi = -2r \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \\ \xi_1 = r \sin \varphi_1 \cos \psi_1; \quad \eta_1 = r \sin \varphi_1 \sin \psi_1; \quad \zeta_1 = -2r \sin^2 \frac{\varphi_1}{2}, \\ \xi' = r \sin \varphi' \cos \psi'; \quad \eta' = r \sin \varphi' \sin \psi'; \quad \zeta' = -2r \sin^2 \frac{\varphi'}{2}. \end{cases}$$

Ferner erhalten wir für:

$$(8) CB_1 = -\frac{\xi}{\gamma_3}; \quad B_1 C_1 = -\frac{\xi_1}{\gamma_3}; \quad C_1 G = \frac{d' + \xi_1}{\gamma_4}; \quad FG' = \frac{d' + Z}{\gamma_5},$$

wenn wir mit d' die Dicke der Glaslinse — natürlich an ihrer dicksten Stelle, dem Berührungspunkt O bezeichnen, während d die Dicke der Glasplatte bezeichnen soll. Berechnen wir mit Hülfe dieser Werthe die Grössen ξ, η, ζ und setzen die so gefundenen Werthe dann gleich den Grössen (7), so werden wir die gesuchte Relation zwischen φ, ψ und $\mathcal{E}, H, Z, \alpha, \beta, \gamma$ finden. Da jedoch in der ent-

stehenden Formel nicht nur φ, ψ , sondern auch φ_1, ψ_1 vorkommen wird, so müssen wir zuvor noch das letztere auf das erstere zurückzuführen suchen. Es gilt aber wegen der Gleichungen (7) und (8):

$$(\xi - \xi_1) = \frac{\alpha_2}{\gamma_2} \cdot 2r \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \frac{\alpha_2}{\gamma_2} \cdot 2r \sin^2 \frac{\varphi_1}{2} \quad \text{oder:}$$

$$r(\sin \varphi \cos \psi - \sin \varphi_1 \cos \psi_1) = 2r \cdot \frac{\alpha_2}{\gamma_2} \left(\sin^2 \frac{\varphi}{2} + \sin^2 \frac{\varphi_1}{2} \right),$$

endlich:

$$(9) \quad \begin{cases} \sin \varphi_1 \cos \psi_1 = \sin \varphi \cos \psi - 2 \frac{\alpha_2}{\gamma_2} \left(\sin^2 \frac{\varphi}{2} + \sin^2 \frac{\varphi_1}{2} \right), \\ \sin \varphi_1 \sin \psi_1 = \sin \varphi \sin \psi - 2 \frac{\beta_2}{\gamma_2} \left(\sin^2 \frac{\varphi}{2} + \sin^2 \frac{\varphi_1}{2} \right), \\ \cos \varphi_1 = 1 - 2 \sin^2 \frac{\varphi_1}{2}. \end{cases}$$

Nun sind $\sin \varphi, \sin \varphi_1$ und $\sin \varphi'$ nur sehr kleine Grössen, — $\sin \varphi = \sqrt{(\xi^2 + \eta^2)/r}$, wenn wir mit r den Krümmungsradius der Linse bezeichnen, und dieser muss ja, soll die Erscheinung überhaupt zu Stande kommen, die Grösse der Ringdurchmesser gegenüber sehr bedeutend sein. Fassen wir demnach die Grössen φ auf als unendlich klein von der ersten Ordnung, so sagen uns die Gleichungen (9), dass sich $\sin \varphi_1 \cos \psi_1$ und $\sin \varphi_1 \sin \psi_1$ von $\sin \varphi \cos \psi, \sin \varphi \sin \psi$ unterscheiden durch Grössen zweiter Ordnung.

Weiter ergibt sich mit Hülfe der Werthe (8):

$$(10) \quad \begin{cases} \xi = \Xi - \frac{\alpha_5}{\gamma_5} (\alpha' + Z) + \frac{\alpha_4}{\gamma_4} (\alpha' + \zeta_1) - \frac{\alpha_2}{\gamma_2} (\zeta_1 + \zeta), \\ \eta = H - \frac{\beta_5}{\gamma_5} (\alpha' + Z) + \frac{\beta_4}{\gamma_4} (\alpha' + \zeta_1) - \frac{\beta_2}{\gamma_2} (\zeta_1 + \zeta). \end{cases}$$

Hierin sind die Werthe von $\alpha_5, \beta_5, \gamma_5$ etc., die wir in den Gleichungen (4), (5) etc. fanden, einzusetzen und sämmtliche Grössen nach Potenzen von φ zu entwickeln, was wegen der Kleinheit des Winkels φ sehr rasch zum Ziele führen wird; es wird genügen, wenn wir noch die Glieder zweiter Ordnung beibehalten, und zwar dürfen wir, da auch die Dicke der Glaslinse gegen deren Krümmungsradius sehr klein ist und weiter die Ringe immer in der Nähe der unteren Fläche der Glaslinse zum Vorschein kommen, also auch Z nur sehr

kleine Werthe haben wird, sowohl d'/r als auch $(d' + Z)/r$ als von der Ordnung der Grösse φ auffassen. Hierdurch geht unser obiger Ausdruck für ξ über in:

$$\begin{aligned} \xi = \xi - \frac{\sin \varphi_1 \cos \psi_1 (\sqrt{n^2 - 1 + U_1^2} - U_1) - 2U \sin \varphi \cos \psi + \alpha}{V(1 - n^2 + [\cos \varphi_1 (\sqrt{n^2 - 1 + U_1^2} - U_1) + 2U \cos \varphi - \gamma]^2)} (d' + Z) \\ + \frac{\sin \varphi_1 \cos \psi_1 (\sqrt{n^2 - 1 + U_1^2} - U_1) - 2U \sin \varphi \cos \psi + \alpha}{\cos \varphi_1 (\sqrt{n^2 - 1 + U_1^2} - U_1) + 2U \cos \varphi - \gamma} (d' + \xi_1) \\ - \frac{(\alpha - 2U \sin \varphi \cos \psi)}{2U \cos \varphi - \gamma} (\xi + \xi_1). \end{aligned}$$

Den entsprechenden Werth für η erhalten wir hieraus, wenn wir Ξ , α , $\sin \varphi_1 \cos \psi_1$, $\sin \varphi \cos \psi$ vertauschen mit resp.: H , β , $\sin \varphi_1 \sin \psi_1$, $\sin \varphi \sin \psi$. Die Grössen U und U_1 sind hierbei die früher bereits angegebenen Ausdrücke (cf. 5). Unter Berücksichtigung der Werthe für $\sin \varphi_1 \cos \psi_1$ etc. (cf. 9) und des Umstandes, dass wir wegen Beschränkung des gesuchten Resultates für $\sin \varphi$ direct den Winkel φ selbst setzen dürfen, geht obige Gleichung über in:

$$\begin{aligned} r \cdot \varphi \cos \psi = \xi - \frac{1}{\gamma} \left[\varphi \cos \psi (\sqrt{n^2 - 1 + \gamma^2} - 3\gamma) \right. \\ \left. + \frac{\alpha}{\gamma^2} (\alpha \varphi \cos \psi + \beta \varphi \sin \psi) (\sqrt{n^2 - 1 + \gamma^2} - 3\gamma) + \alpha \right] (d' + Z) \\ + \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1 + \gamma^2}} \left[\varphi \cos \psi (\sqrt{n^2 - 1 + \gamma^2} - 3\gamma) \right. \\ \left. + \frac{\alpha}{(n^2 - 1 + \gamma^2)} (\alpha \varphi \cos \psi + \beta \varphi \sin \psi) (\sqrt{n^2 - 1 + \gamma^2} - 3\gamma) + \alpha \right] \left(d' - \frac{r \varphi^2}{2} \right) \\ + \frac{\alpha}{\gamma} \cdot r \varphi^2, \end{aligned}$$

oder, wenn wir wieder nach den Anfangsformeln setzen:
 $\sqrt{n^2 - 1 + \gamma^2} = n\gamma_1$:

$$\begin{aligned} r \cdot \varphi \cos \psi = \xi - \frac{\alpha}{\gamma} \left[d' \left(1 - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right) + Z \right] + \varphi \cos \psi \left(3 - \frac{n\gamma_1}{\gamma} \right) \left[d' \left(1 - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right) + Z \right] \\ + \left(\frac{\alpha}{\gamma} \varphi \cos \psi + \frac{\beta}{\gamma} \varphi \sin \psi \right) \frac{\alpha}{\gamma} \left(3 - \frac{n\gamma_1}{\gamma} \right) \left[d' \left(1 - \frac{\gamma^2}{n^2 \gamma_1^2} \right) + Z \right] \\ + \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\gamma} r \varphi^2 \left(2 - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right). \end{aligned}$$

Wir führen jetzt, analog der Bezeichnung bei Wangerin, ein die Grössen:

$$(11) \left\{ \begin{aligned} u_1 &= \frac{\Xi - \frac{\alpha}{\gamma} \left[d' \left(1 - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right) + Z \right]}{r}; \quad v_1 = \frac{H - \frac{\beta}{\gamma} \left[d' \left(1 - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right) + Z \right]}{r}; \\ \delta_1 &= d' \left(1 - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right), \quad \delta_2 = d' \left(1 - \frac{\gamma^2}{n^2\gamma_1^2} \right), \\ \varepsilon_1 &= \left(1 - \frac{n\gamma_1}{\gamma} \right), \quad \varepsilon_2 = \left(2 - \frac{n\gamma_1}{\gamma} \right) \dots \text{allgem. } \varepsilon_h = \left(h - \frac{n\gamma_1}{\gamma} \right). \end{aligned} \right.$$

Es bildet der Werth u_1 eine erste Annäherungsformel für $\varphi \cos \psi$. Setzen wir dies ein, so erhalten wir die gesuchten Werthe genau bis auf Grössen zweiter Ordnung:

$$(12) \left\{ \begin{aligned} \varphi \cos \psi &= \frac{u_1}{r} + \varepsilon_3 \frac{u_1}{r} \left(\frac{\delta_1 + Z}{r} \right) + \varepsilon_3 \frac{\alpha}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) \left(\frac{\delta_2 + Z}{r} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\gamma} \left(2 - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right) \left(\frac{u_1^2 + v_1^2}{r^2} \right), \\ \varphi \sin \psi &= \frac{v_1}{r} + \varepsilon_3 \frac{v_1}{r} \left(\frac{\delta_1 + Z}{r} \right) + \varepsilon_3 \frac{\beta}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) \left(\frac{\delta_2 + Z}{r} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\beta}{\gamma} \left(2 - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right) \left(\frac{u_1^2 + v_1^2}{r^2} \right). \end{aligned} \right.$$

Auf ganz analoge Weise haben wir weiter die Grössen $\varphi' \cos \psi'$ aus $\varphi' \sin \psi'$ zu berechnen und finden aus:

$$\begin{aligned} \xi' &= \Xi - \frac{\alpha'_6}{\gamma'_6} (d' + Z) + \frac{\alpha'_4}{\gamma'_4} (d' + \zeta'), \\ \eta' &= H - \frac{\beta'_6}{\gamma'_6} (d' + Z) + \frac{\beta'_4}{\gamma'_4} (d' + \zeta') \end{aligned}$$

durch Entwicklungen, ganz analog den oben durchgeführten:

$$(13) \left\{ \begin{aligned} \varphi' \cos \psi' &= \frac{u_1}{r} + \varepsilon_1 \frac{u_1}{r} \left(\frac{\delta_1 + Z}{r} \right) + \varepsilon_1 \frac{\alpha}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) \left(\frac{\delta_2 + Z}{r} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{n\gamma_1} \left(\frac{u_1^2 + v_1^2}{r^2} \right), \\ \varphi' \cos \psi' &= \frac{v_1}{r} + \varepsilon_1 \frac{v_1}{r} \left(\frac{\delta_1 + Z}{r} \right) + \varepsilon_1 \frac{\beta}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) \left(\frac{\delta_2 + Z}{r} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{\beta}{n\gamma_1} \left(\frac{u_1^2 + v_1^2}{r^2} \right). \end{aligned} \right.$$

Wir haben nach diesen vorbereitenden Formeln, wie schon früher angedeutet, die Wegdifferenz Δ_1 der beiden Strahlen, des einmal reflectirten und des direct durchgegangenen, und zwar beide bezogen auf die Luft, zu berechnen, Nennen wir LL' (cf. Fig. 1) irgend eine zu beiden Strahlen

senkrechte Ebene, also eine Wellenebene derselben, so hat nach seiner Ankunft in F der reflectirte Strahl zurückgelegt den Weg: $LA + BC + CB_1 + B_1 C \pm GF$ in der Luft, $AB + C_1 G$ im Glase; der direct durchgegangene den Weg $L'A' + B'C' \pm G'F$ in der Luft, $A'B' + C'G'$ im Glase, wobei das obere, resp. untere Zeichen gilt, je nachdem der Punkt F unterhalb, resp. oberhalb der Ebene $W-W$ liegt. Wollen wir die im Glase zurückgelegte Strecke ebenfalls auf die Luft beziehen, so müssen wir bedenken, dass ein Strahl, während er eine gewisse Strecke im Glase durchläuft, mit derselben Anzahl von Schwingungen und in derselben Zeit das n -fache dieser Strecke in der Luft durch-eilen würde, wenn wir mit n den Brechungsexponenten des Glases in Bezug auf Luft bezeichnen. Wir erhalten also, da $A'B' = AB$, als Wegdifferenz beider Strahlen, bezogen auf Luft:

$$A_1 = BC + CB_1 + B_1 C_1 - B'C' - (L'A' - LA) \pm (GF - G'F) + n(C_1 G - C'G').$$

Nun sind die absoluten Längen von:

$$BC = \frac{-\zeta}{\gamma}; \quad CB_1 = \frac{-\zeta}{\gamma_2}; \quad B_1 C_1 = \frac{-\zeta_1}{\gamma_2}; \quad B'C' = \frac{-\zeta'}{\gamma}.$$

Um ferner $(L'A' - LA)$ zu berechnen, führen wir die Gleichung der betreffenden Wellenebene LL' ein durch $\alpha x + \beta y + \gamma z = l$, wobei l die Länge des vom Koordinatenanfangspunkt O aus auf diese Ebene gefällten Perpendikels bedeutet. Es habe weiter der Punkt A die Coordinaten ξ_2, η_2, ζ_2 , der Punkt A' die Coordinaten ξ_3, η_3, ζ_3 , die von diesen Punkten auf dieselbe Wellenebene gefällten Perpendikel seien resp. l_2, l_3 , dann erhalten wir:

$$l_2 = \alpha(\xi - \xi_2) + \beta(\eta - \eta_2) + \gamma(\zeta - \zeta_2) = l - (\alpha\xi_2 + \beta\eta_2 + \gamma\zeta_2), \\ l_3 = \alpha(\xi - \xi_3) + \beta(\eta - \eta_3) + \gamma(\zeta - \zeta_3) = l - (\alpha\xi_3 + \beta\eta_3 + \gamma\zeta_3).$$

Demnach wird:

$$(A'L' - AL) = (l_3 - l_2) = \alpha(\xi_2 - \xi_3) + \beta(\eta_2 - \eta_3) + \gamma(\zeta_2 - \zeta_3).$$

Das letzte Glied aber fällt fort wegen $\zeta_2 = \zeta_3 = d$. Ferner ist:

$$C_1 G = \frac{d + \zeta_1}{\gamma_2}; \quad C' G' = \frac{d + \zeta'}{\gamma_4}; \quad GF = \frac{d + Z}{\gamma_5}; \quad G' F = \frac{d + Z}{\gamma_6}.$$

Führen wir dies alles in Δ_1 ein, so erhalten wir:

$$\Delta_1 = -\left(\frac{\zeta}{\gamma} + \frac{\zeta + \zeta_1}{\gamma_2}\right) + \frac{\zeta'}{\gamma} + \alpha(\xi_3 - \xi_2) + \beta(\eta_3 - \eta_2) \\ - \frac{d' + Z}{\gamma_3} + \frac{d' + Z}{\gamma_4} + \frac{n(d' + \zeta_1)}{\gamma_4} - \frac{n(d' + \zeta')}{\gamma_4}.$$

Nun ist, wie sich aus der Figur ergibt:

$$\xi_3 = \xi' - \frac{\alpha}{\gamma} \zeta' + \frac{\alpha_1}{\gamma_1} d; \quad \xi_2 = \xi - \frac{\alpha}{\gamma} \zeta + \frac{\alpha_1}{\gamma_1} d. \\ \eta_3 = \eta' - \frac{\beta}{\gamma} \zeta' + \frac{\beta_1}{\gamma_1} d; \quad \eta_2 = \eta - \frac{\beta}{\gamma} \zeta + \frac{\beta_1}{\gamma_1} d,$$

$$\alpha(\xi_3 - \xi_2) + \beta(\eta_3 - \eta_2) = \alpha(\xi' - \xi) + \beta(\eta' - \eta) + \frac{1 - \gamma^2}{\gamma} (\zeta - \zeta'),$$

ferner:

$$\alpha(\xi' - \xi) = \alpha \left[\bar{\varepsilon} - \frac{\alpha_3'}{\gamma_3} (d' + Z) + \frac{\alpha_4'}{\gamma_4} (d' + \zeta') - \bar{\varepsilon} + \frac{\alpha_5'}{\gamma_5} (d' + Z) \right. \\ \left. - \frac{\alpha_1}{\gamma_4} (d' + \zeta_1) + \frac{\alpha_2}{\gamma_2} (\zeta + \zeta_1) \right].$$

und ganz entsprechend der Werth für $\beta(\eta' - \eta)$.

Fassen wir dies alles in passender Weise zusammen, so kommen wir schliesslich zu der symmetrisch gebauten Formel:

$$(14) \quad \left\{ \begin{aligned} \Delta_1 &= (d' + Z) \left[\frac{\alpha \alpha_5 + \beta \beta_5 - 1}{\gamma_5} - \frac{(\alpha \alpha_5' + \beta \beta_5' - 1)}{\gamma_5} \right] \\ &+ (d' + \zeta') \frac{[\alpha \alpha_4' + \beta \beta_4' - n]}{\gamma_4} - (d' + \zeta_1) \frac{[\alpha \alpha_4 + \beta \beta_4 - n]}{\gamma_4} \\ &+ (\zeta + \zeta_1) \frac{(\alpha \alpha_2 + \beta \beta_2 - 1)}{\gamma_2} + \gamma (\zeta - \zeta'). \end{aligned} \right.$$

Dieser Ausdruck ist, um ihn auf die früher gebrauchten Grössen u_1, v_1 zu bringen, nach Potenzen von φ zu entwickeln. Es ergibt sich dabei, ganz analog der entsprechenden Entwicklung in der Wangerin'schen Abhandlung, dass sich die sämtlichen ersten Potenzen von φ heben; wir werden daher nicht nur die zweiten, sondern auch die dritten Potenzen beibehalten müssen. Mit Anwendung der früher (cf. (9) und (13)) gefundenen Werthe für φ_1 und φ' , sowie der Abkürzungen (11) und Uebergehung der ziemlich umfangreichen Einzelberechnungen kommen wir schliesslich auf die Gleichungen:

$$A_1 = -\gamma \left[2 \cdot \varepsilon_2 \left(\frac{\alpha}{\gamma} \varphi \cos \psi + \frac{\beta}{\gamma} \varphi \sin \psi \right)^2 (\delta_2 + Z) \right. \\ \left. + 2\varepsilon_2 \varphi^2 (\delta_1 + Z) + \varepsilon_1 (\zeta_1 - \zeta') + 2\zeta \right]$$

oder bei Einführung der Grössen u_1, v_1 :

$$(15) \quad \left\{ \begin{aligned} A_1 &= \frac{\gamma}{r} \left[(u_1^2 + v_1^2) + 2\varepsilon_2 (u_1^2 + v_1^2) \frac{(\delta_1 + Z)}{r} \right. \\ &\quad \left. + 2\varepsilon_2 \left(\frac{\alpha}{\gamma} u_1 + \frac{\beta}{\gamma} v_1 \right)^2 \frac{(\delta_2 + Z)}{r} + \left(2 - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right) \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) (u_1^2 + v_1^2) \right]. \end{aligned} \right.$$

Diese Formel bildet für unsere Untersuchungen einen bequemen Ausgangspunkt zur Gewinnung weiterer Ausdrücke: Einmal müssen wir nämlich, um das so gewonnene Resultat zur Vergleichung mit der Wegdifferenz des zweiten Hauptpaares tauglich zu machen, A_1 ausdrücken durch $\alpha'_5, \beta'_5, \gamma'_5$ statt durch α, β, γ , wodurch natürlich auch die Grössen u_1, v_1 in andere, entsprechende Grössen übergehen werden, und dann noch durch $\alpha_5; \beta_5; \gamma_5$. Zum Zwecke dieses Ueberganges von α nach α'_5 haben wir genau so zu verfahren, wie im Anfange unserer Untersuchungen, nur dass wir hier, abweichend von dem früheren Wege, den Richtungscosinus mit dem höheren Index als gegeben und den mit dem niedrigeren als gesucht zu betrachten haben. Nennen wir:

$$U'_4 = \alpha'_4 \sin \varphi' \cos \psi' + \beta'_4 \sin \varphi' \sin \psi' + \gamma'_4 \cos \varphi',$$

dann ergibt sich mit Hülfe des Brechungsgesetzes und der schon früher benutzten Formeln aus der sphärischen Trigonometrie:

$$(16) \quad \left\{ \begin{aligned} \alpha &= n\alpha'; & \beta &= n\beta'; & \gamma &= \sqrt{1 - n^2 + n^2\gamma'^2}; \\ \alpha &= n \left[\sin \varphi' \cos \psi' \left(\frac{1}{n} \sqrt{1 + n^2(U_4'^2 - 1)} - U_4' \right) + \alpha'_4 \right], \\ \beta &= n \left[\sin \varphi' \sin \psi' \left(\frac{1}{n} \sqrt{1 + n^2(U_4'^2 - 1)} - U_4' \right) + \beta'_4 \right], \\ \gamma &= n \left[\cos \varphi' \left(\frac{1}{n} \sqrt{1 + n^2(U_4'^2 - 1)} - U_4' \right) + \gamma'_4 \right]; \\ \alpha'_4 &= \frac{1}{n} \alpha'_5; & \beta'_4 &= \frac{1}{n} \beta'_5; & \gamma'_4 &= \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - 1 + \gamma_5'^2}. \end{aligned} \right.$$

Berechnen wir aus:

$$\xi' = \Xi - \frac{\alpha_5'}{\gamma_5'}(d' + Z) + \frac{\alpha_4'}{\gamma_4'}(d' + \zeta');$$

$$\eta' = H - \frac{\beta_5'}{\gamma_5'}(d' + Z) + \frac{\beta_4'}{\gamma_4'}(d' + \zeta')$$

wieder $\varphi' \cos \psi'$; $\varphi' \sin \psi'$, ausgedrückt durch α_5' , β_5' , γ_5' , so erhalten wir:

$$r \sin \varphi' \cos \psi' = \Xi - \frac{\alpha_5'}{\gamma_5'} \left[d' \left(1 - \frac{\gamma_5'}{n\gamma_4'} \right) + Z \right] - 2r \frac{\alpha_5'}{n\gamma_4'} \sin^2 \frac{\varphi'}{2},$$

oder, setzen wir:

$$(17) \quad \begin{cases} d' \left(1 - \frac{\gamma_5'}{n\gamma_4'} \right) = \delta_1'; & d' \left(1 - \frac{\gamma_5'^3}{n\gamma_4'^3} \right) = \delta_2', \\ \left(1 - \frac{n\gamma_4'}{\gamma_5'} \right) = \varepsilon_1' \dots \dots \left(h - \frac{n\gamma_4'}{\gamma_5'} \right) = \varepsilon_h', \\ \Xi - \frac{\alpha_5'}{\gamma_5'}(\delta_1' + Z) = u'; & H - \frac{\beta_5'}{\gamma_5'}(\delta_1' + Z) = v', \end{cases}$$

so folgt:

$$(18) \quad \begin{cases} \varphi' \cos \psi' = \frac{u'}{r} - \frac{1}{2} \frac{\alpha_5'}{n\gamma_4'} \cdot \frac{u'^2 + v'^2}{r^2}, \\ \varphi' \sin \psi' = \frac{v'}{r} - \frac{1}{2} \frac{\beta_5'}{n\gamma_4'} \cdot \frac{u'^2 + v'^2}{r^2}. \end{cases}$$

Hierbei sind natürlich u'/r , v'/r Grössen von der Ordnung u_1/r , v_1/r oder φ .

Wir können direct von den Grössen u_1 , v_1 übergehen zu u' , v' . Es war ja:

$$u_1 = \Xi - \frac{\alpha}{\gamma} \left[d' \left(1 - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right) + Z \right]; \quad v_1 = H - \frac{\beta}{\gamma} \left[d' \left(1 - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right) + Z \right].$$

Setzen wir hierin die Werthe von (16) und (18) ein und entwickeln wie früher, dann erhalten wir mit Beibehaltung von Grössen zweiter Ordnung:

$$u_1 = u' - \varphi' \cos \psi' \cdot s_1'(\delta_1' + Z) - s_1' \cdot \frac{\alpha_5'}{\gamma_5'} \left(\frac{\alpha_5'}{\gamma_5'} \varphi' \cos \psi' + \frac{\beta_5'}{\gamma_5'} \varphi' \sin \psi' \right) (\delta_2' + Z)$$

$$v_1 = v' - \varphi' \sin \psi' \cdot s_1'(\delta_1' + Z) - s_1' \cdot \frac{\beta_5'}{\gamma_5'} \left(\frac{\alpha_5'}{\gamma_5'} \varphi' \cos \psi' + \frac{\beta_5'}{\gamma_5'} \varphi' \sin \psi' \right) (\delta_2' + Z)$$

$$(u_1^2 + v_1^2) = (u'^2 + v'^2) - 2s_1'(u'^2 + v'^2) \frac{(\delta_1' + Z)}{r} - 2 \left(\frac{\alpha_5'}{\gamma_5'} u' + \frac{\beta_5'}{\gamma_5'} v' \right)^2 s_1' \frac{(\delta_2' + Z)}{r}$$

Diesen Werth haben wir in die Gleichung für Δ_1 (cf. 15) einzuführen; bei den sämtlichen Gliedern dritter Ordnung geht, da wir nur Grössen dritter Ordnung in Betracht ziehen

wollen, sofort $u_1, v_1, \varepsilon, \delta$ über in resp. $u', v', \varepsilon', \delta'$, und wir erhalten somit das Gesuchte: Δ ausgedrückt durch die Grössen $\bar{\varepsilon}, H, Z, \alpha'_5, \beta'_5, \gamma'_5$ als:

$$(19) \left\{ \begin{aligned} \Delta_1 = \frac{\gamma'_5}{r} \left[u'^2 + v'^2 + 2(u'^2 + v'^2) \frac{(\delta'_1 + Z)}{r} + 2 \left(\frac{\alpha'_5}{\gamma'_5} u' + \frac{\beta'_5}{\gamma'_5} v' \right) \frac{(\delta'_2 + Z)}{r} \right. \\ \left. + \left(1 + \frac{n^2 - 1}{n \gamma'_4} \right) (u'^2 + v'^2) \left(\frac{\alpha'_5}{\gamma'_5} \frac{u'}{r} + \frac{\beta'_5}{\gamma'_5} \frac{v'}{r} \right) \right]. \end{aligned} \right.$$

Letztere Formel können wir auch direct aus (14) erhalten und uns auf diese Weise von der Richtigkeit der angewandten Umformungen überzeugen. Zu diesem Zwecke haben wir zunächst die Grössen $\varphi \cos \psi, \varphi \sin \psi$ durch $u', v', \alpha'_5, \beta'_5, \gamma'_5$ auszudrücken, und zwar folgt sofort aus den Formeln:

$$\begin{aligned} \varphi \cos \psi = \frac{u_1}{r} + \frac{u_1}{r} \cdot \varepsilon_3 \cdot \frac{(\delta_1 + Z)}{r} + \frac{\alpha}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) \varepsilon_3 \cdot \frac{(\delta_2 + Z)}{r} \\ + \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\gamma} \left(2 - \frac{\gamma}{n \gamma_1} \right) \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi \sin \psi = \frac{v_1}{r} + \frac{v_1}{r} \cdot \varepsilon_3 \cdot \frac{(\delta_1 + Z)}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) \varepsilon_3 \cdot \frac{(\delta_2 + Z)}{r} \\ + \frac{1}{2} \frac{\beta}{\gamma} \left(2 - \frac{\gamma}{n \gamma_1} \right) \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2}, \end{aligned}$$

$$\text{und:} \quad \varphi' \cos \psi' = \frac{u'}{r} - \frac{1}{2} \frac{\alpha'_5}{n \gamma'_4} \frac{(u'^2 + v'^2)}{r^2},$$

$$\varphi' \sin \psi' = \frac{v'}{r} - \frac{1}{2} \frac{\beta'_5}{n \gamma'_4} \frac{(u'^2 + v'^2)}{r^2}, \quad \text{endlich:}$$

$$u_1 = u' - \varphi' \cos \psi' \cdot \varepsilon_1' (\delta_1' + Z) - \frac{\alpha'_5}{\gamma'_5} \left(\frac{\alpha'_5}{\gamma'_5} \varphi' \cos \psi' + \frac{\beta'_5}{\gamma'_5} \varphi' \sin \psi' \right) \varepsilon_1' (\delta_2' + Z),$$

$$v_1 = v' - \varphi' \sin \psi' \cdot \varepsilon_1' (\delta_1' + Z) - \frac{\beta'_5}{\gamma'_5} \left(\frac{\alpha'_5}{\gamma'_5} \varphi' \cos \psi' + \frac{\beta'_5}{\gamma'_5} \varphi' \sin \psi' \right) \varepsilon_1' (\delta_2' + Z),$$

dass:

$$\begin{aligned} \varphi \cos \psi = \frac{u'}{r} + 2 \frac{u'}{r} \frac{(\delta_1' + Z)}{r} + 2 \frac{\alpha'_5}{\gamma'_5} \left(\frac{\alpha'_5}{\gamma'_5} \frac{u'}{r} + \frac{\beta'_5}{\gamma'_5} \frac{v'}{r} \right) \frac{(\delta_2' + Z)}{r} \\ + \frac{1}{2} \frac{\alpha'_5}{\gamma'_5} \left(2 - \frac{\gamma'_5}{n \gamma'_4} \right) \frac{(u'^2 + v'^2)}{r^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi \sin \psi = \frac{v'}{r} + 2 \frac{v'}{r} \frac{(\delta_1' + Z)}{r} + 2 \frac{\beta'_5}{\gamma'_5} \left(\frac{\alpha'_5}{\gamma'_5} \frac{u'}{r} + \frac{\beta'_5}{\gamma'_5} \frac{v'}{r} \right) \frac{(\delta_2' + Z)}{r} \\ + \frac{1}{2} \frac{\beta'_5}{\gamma'_5} \left(2 - \frac{\gamma'_5}{n \gamma'_4} \right) \frac{(u'^2 + v'^2)}{r^2}. \end{aligned}$$

Diese Formeln sind, abgesehen vom letzten Gliede, das einen Summand mehr enthält, den entsprechenden bei Hrn. Wangerin ganz analog gebaut. Führen wir mit ihnen die Entwicklung von (14) durch, so kommen wir genau wieder auf den Ausdruck (19) von Δ_1 .

Nachdem wir so in Δ_1 die Wegdifferenz des ersten Hauptpaares gefunden, haben wir auch die des zweiten zu ermitteln. Dies wird gebildet aus einem direct durchgegangenen und einem einmal an der Linse reflectirten Strahle, welch letzterer ebenfalls in der Richtung $\alpha'_5, \beta'_5, \gamma'_5$ die Linse verlassen soll.

Nennen wir für den Augenblick die Richtungscosinuse der einfallenden Strahlen des zweiten Hauptpaares $-a, -b, -c$, die des austretenden reflectirten Strahles $-a_5, -b_5, -c_5$, die des direct durchgegangenen $-a'_5, -b'_5, -c'_5$, so ist nach unserer Annahme $a_5 = \alpha'_5, b_5 = \beta'_5, c_5 = \gamma'_5$; wir haben also die Wegdifferenz dieses Strahlenpaares für a_5, b_5, c_5 zu berechnen und darin dann die Grössen α'_5 etc. einzuführen.

Um die Operation mit ganz neuen Grössen zu umgehen, denken wir uns die vorige Wegdifferenz Δ_1 berechnet für $\alpha_5, \beta_5, \gamma_5$, also für die Richtungscosinuse des reflectirt austretenden Strahles, sodann für α_5 etc. α_5 gesetzt und hierfür wieder α'_5 etc. Als Ausgangspunkt dient uns wieder Formel (15), wir haben in ihr nur von α, β, γ überzugehen auf $\alpha_5, \beta_5, \gamma_5$. Dazu gelangen wir abermals mit Berücksichtigung der Fig. 2 und 3 durch Anwendung desselben Verfahrens wie früher, mit Hülfe der sphärischen Trigonometrie und finden successive:

$$(20) \quad \begin{cases} \alpha' = \alpha_2 - 2(\alpha_2 \varphi \cos \psi + \beta_2 \varphi \sin \psi - \gamma_2 \cos \varphi) \varphi \cos \psi, \\ \beta' = \beta_2 - 2(\alpha_2 \varphi \cos \psi + \beta_2 \varphi \sin \psi - \gamma_2 \cos \varphi) \varphi \cos \psi, \\ \gamma' = -\gamma_2 - 2(\alpha_2 \varphi \cos \psi + \beta_2 \varphi \sin \psi - \gamma_2 \cos \varphi) \cos \varphi. \\ \alpha_2 = \alpha_3; \quad \beta_2 = \beta_3; \quad \gamma_2 = \gamma_3. \\ \alpha_3 = n \left[\varphi_1 \cos \psi_1 \left(\frac{1}{n} \sqrt{1 - n^2(1 - U_4^2)} - U_4 \right) + \alpha_4 \right], \\ \beta_3 = n \left[\varphi_1 \sin \psi_1 \left(\frac{1}{n} \sqrt{1 - n^2(1 - U_4^2)} - U_4 \right) + \beta_4 \right], \end{cases}$$

$$(20) \begin{cases} \gamma_3 = n \left[\cos \varphi_1 \left(\frac{1}{n} \sqrt{1 - n^2(1 - U_4^2)} - U_4 \right) + \gamma_4 \right]; \\ \alpha_4 = \frac{1}{n} \alpha_5; \quad \beta_4 = \frac{1}{n} \beta_5; \quad \gamma_4 = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - 1 + \gamma_5^2}. \end{cases}$$

Hierbei ist: $U_4 = \alpha_4 \varphi_1 \cos \psi_1 + \beta_4 \varphi_1 \sin \psi_1 + \gamma_4 \cos \varphi_1$.

Wir hatten früher gesetzt:

$$\varepsilon_1 = \left(1 - \frac{n\gamma_1}{\gamma} \right); \quad \delta_1 = d' \left(1 - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right).$$

Dementsprechend führen wir ein:

$$(21) \begin{cases} \vartheta_1 = d' \left(1 - \frac{\gamma_5}{n\gamma_4} \right); & \vartheta_2 = d' \left(1 - \frac{\gamma_5^2}{n^2\gamma_4^2} \right), \\ \eta_1 = \left(1 - \frac{n\gamma_4}{\gamma_5} \right) \dots & \eta_h = \left(h - \frac{n\gamma_4}{\gamma_5} \right), \\ u_2 = \Xi - \frac{\alpha_5}{\gamma_5} (\vartheta_1 + Z); & v_2 = H - \frac{\beta_5}{\gamma_5} (\vartheta_1 + Z), \end{cases}$$

wobei natürlich ϑ_1/r , u_2/r ganz von derselben Grössenordnung sind, wie δ_1/r , u_1/r etc.

Wandeln wir unter dieser Voraussetzung den Ausdruck (15) für A_1 um und bedenken, dass wir wiederum nur Grössen dritter Ordnung zu berücksichtigen haben, so ergibt sich zunächst:

$$u_1 = u_2 - \eta_3 \frac{u_2}{r} (\vartheta_1 + Z) - \eta_3 \cdot \frac{\alpha_5}{\gamma_5} \left(\frac{\alpha_5}{\gamma_5} \frac{u_2}{r} + \frac{\beta_5}{\gamma_5} \frac{v_2}{r} \right) (\vartheta_2 + Z),$$

$$v_1 = v_2 - \eta_3 \frac{v_2}{r} (\vartheta_1 + Z) - \eta_3 \cdot \frac{\beta_5}{\gamma_5} \left(\frac{\alpha_5}{\gamma_5} \frac{u_2}{r} + \frac{\beta_5}{\gamma_5} \frac{v_2}{r} \right) (\vartheta_2 + Z);$$

$$(u_1^2 + v_1^2) = u_2^2 + v_2^2 - 2\eta_3(u_2^2 + v_2^2) \frac{\vartheta_1 + Z}{r} - 2\eta_3 \left(\frac{\alpha_5}{\gamma_5} u_2 + \frac{\beta_5}{\gamma_5} v_2 \right) \frac{(\vartheta_2 + Z)}{r}.$$

Dies setzen wir ein und beachten noch $\gamma = \gamma_5 - \eta_3 \left(\alpha_5 (u_2/r) + \beta_5 (v_2/r) \right)$; gleichzeitig denken wir uns, wie vorher auseinandergesetzt, für α_5 , β_5 , γ_5 gesetzt a_5 , b_5 , c_5 und hierfür werden α_5' , β_5' , γ_5' , wodurch von selbst ϑ_1 und ϑ_2 , u_2 , v_2 , A_1 übergeht in δ_1' , δ_2' , u' , v' , A_1' , und erhalten somit als Wegdifferenz des zweiten Hauptpaares:

$$(22) \begin{cases} A_1 = \frac{\gamma_5'}{r} \left[u'^2 + v'^2 - 2(u'^2 + v'^2) \frac{(\delta_1' + Z)}{r} - 2 \left(\frac{\alpha_5'}{\gamma_5'} u' + \frac{\beta_5'}{\gamma_5'} v' \right)^2 \frac{(\delta_2' + Z)}{r} \right. \\ \left. - (u'^2 + v'^2) \left(\frac{\alpha_5'}{\gamma_5'} \frac{u'}{r} + \frac{\beta_5'}{\gamma_5'} \frac{v'}{r} \right) + \frac{n^2 - 1}{n\gamma_4' n\gamma_5'} (u'^2 + v'^2) \left(\frac{\alpha_5'}{\gamma_5'} \frac{u'}{r} + \frac{\beta_5'}{\gamma_5'} \frac{v'}{r} \right) \right]. \end{cases}$$

Die Wegdifferenz des ersten Hauptpaares war gegeben durch die Formel (19):

Nun ist in unserem Falle die Wegdifferenz der beiden Strahlen, die zu einem der beiden Hauptpaare gehören, allein massgebend für die Phasenänderung der Lichtwellen und somit für das Zustandekommen der Interferenzerscheinungen im Punkte F .

Es erleidet nämlich der reflectirte Strahl gegenüber dem direct durchgegangenen durch die doppelte Reflexion an einem optisch dichteren Mittel, der Glaslinse und der Glasplatte, einen Verlust von je einer halben, zusammen also von einer ganzen Wellenlänge; die durch den reflectirten Strahl hervorgerufene Bewegung des betreffenden Aethertheilchens in F ist also genau dieselbe, als ob auf dem durchlaufenen Wege gar kein Verlust durch Reflexion stattgefunden hätte. Wir sehen also, dass uns die Interferenz des ersten Hauptpaares in F Dunkelheit, resp. Helligkeit liefern wird, wenn die Wegdifferenz beider Strahlen beträgt ein ungerades, resp. ein gerades Vielfache einer halben Wellenlänge, und genau dasselbe gilt für das zweite Hauptpaar.

Es wird nach der früher gemachten Annahme derjenige Punkt F die grösste Dunkelheit, resp. Helligkeit zeigen, in dem die Interferenz beider Hauptpaare gleichzeitig Dunkelheit, resp. Helligkeit hervorruft, demnach wird für die dunkeln Punkte die Relation gelten:

$$\Delta_1 = \Delta_1' = (2h - 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Dies ist aber nur dann möglich, wenn die im Vorzeichen voneinander abweichenden Glieder dritter Ordnung in Δ_1 und Δ_2 für sich gewonnen gleich Null sind. Wir erhalten damit die beiden Gleichungen:

$$(23) \left\{ \begin{aligned} & \frac{\gamma_s'}{r} \left[(u'^2 + v'^2) + \frac{n^2 - 1}{n \gamma_4' \gamma_s'} (u'^2 + v'^2) \left(\frac{\alpha_s'}{\gamma_s'} \frac{u'}{r} + \frac{\beta_s'}{\gamma_s'} \frac{v'}{r} \right) \right] = (2h - 1) \frac{\lambda}{2}, \\ & 2(u'^2 + v'^2) (\delta_1' + Z) + 2 \left(\frac{\alpha_s'}{\gamma_s'} u' + \frac{\beta_s'}{\gamma_s'} v' \right)^2 (\delta_2' + Z) \\ & \quad + (u'^2 + v'^2) \left(\frac{\alpha_s'}{\gamma_s'} u' + \frac{\beta_s'}{\gamma_s'} v' \right) = 0. \end{aligned} \right.$$

Vergleichen wir dies Resultat mit dem entsprechenden von Hrn. Wangerin:

$$\frac{I}{r}(u^2 + v^2) = h\lambda,$$

$$2(u^2 + v^2)(\delta_1 - \zeta) + 2\left(\frac{\alpha}{\gamma}u + \frac{\beta}{\gamma}v\right)^2(\delta_2 - \zeta) + \left(\frac{\alpha}{\gamma}u + \frac{\beta}{\gamma}v\right)(u^2 + v^2) = 0,$$

so finden wir, abgesehen von dem Vorzeichen von Z , die beiden letzten Gleichungen vollkommen übereinstimmend, die beiden ersten dagegen ziemlich verschieden: Einmal haben wir in unserem Falle rechts $(2h - 1)(\lambda/2)$, beim reflectirten Lichte dagegen $h\lambda$; es ist dies natürlich darauf zurückzuführen, dass in dem von Hrn. Wangerin betrachteten Falle der an der Linse reflectirte Strahl gegenüber dem nur an der Glasplatte reflectirten wegen der einmaligen Reflexion an einem optisch dichteren Mittel einen Verlust von einer halben Wellenlänge erlitten hat, sodass die Interferenz der Hauptpaare da dunkle Punkte liefern wird, wo der Wegunterschied der beiden Strahlen nicht ein ungerades, sondern ein gerades Vielfache einer halben Wellenlänge, also $2h(\lambda/2) = h\lambda$ beträgt, wenn wir unter h jede beliebige ganze Zahl von 1 an bezeichnen. Ferner enthält unsere Gleichung noch ein ganzes Glied auf der linken Seite, das bei der entsprechenden Wangerin'schen Formel fehlt. Nun ist aber, wegen des Factors $[(\alpha'_5/\gamma'_5)(u'/r) + (\beta'_5/\gamma'_5)(v'/r)]$ das hinzugekommene Glied gegenüber dem ersten, unendlich klein; daran ändert auch der erste Factor $(n^2 - 1)/n\gamma'_4\gamma'_5$ nichts, da dieser nur für den Fall unendlich gross werden kann, wenn $\gamma'_5 = 0$ oder der Einfallswinkel des Lichtes 90° betrüge, ein Fall, von dem wir füglich absehen können. Aus diesem Grunde dürfen wir überhaupt, da wir in dem $(2h - 1)(\lambda/2)$ einen Maassstab für die Grösse $(u'^2 + v'^2)/r$ gefunden haben, das im Vergleiche hiermit unendlich kleine zweite Glied vernachlässigen, wodurch unsere Gleichung nicht nur der bei Hrn. Wangerin ganz entsprechend, sondern auch zum Gebrauche vollkommen tauglich wird.

Ehe wir jedoch dieses Resultat weiter ausnützen, untersuchen wir noch, welchen Einfluss die von derselben Wellenebene stammenden, durch F gehenden, aber mehrmals in

$$(26) \begin{cases} \varphi_3 \sin \psi_3 = \varphi_1 \sin \psi_1 - 2 \frac{\beta}{\gamma} \varphi_1^2 & \text{und allgemein:} \\ \vdots & \vdots \\ \varphi_h \cos \psi_h = \varphi_1 \cos \psi_1 - (h-1) \frac{\alpha}{\gamma} \varphi_1^2, \\ \varphi_h \sin \psi_h = \varphi_1 \sin \psi_1 - (h-1) \frac{\beta}{\gamma} \varphi_1^2, \end{cases}$$

und ganz entsprechend:

$$(27) \begin{cases} \varphi_1 \cos \psi_1 = \varphi_2 \cos \psi_2 + \frac{\alpha}{\gamma} \varphi_2^2, \\ \varphi_1 \sin \psi_1 = \varphi_2 \sin \psi_2 + \frac{\beta}{\gamma} \varphi_2^2, \\ \vdots & \vdots \\ \varphi_1 \cos \psi_1 = \varphi_h \cos \psi_h + (h-1) \frac{\alpha}{\gamma} \varphi_h^2, \\ \varphi_1 \sin \psi_1 = \varphi_h \sin \psi_h + (h-1) \frac{\beta}{\gamma} \varphi_h^2. \end{cases}$$

Weiter hängt a_h von a_{h-1} , b_h von b_{h-1} , c_h von c_{h-1} , ($h \leq k$) ebenso ab, wie früher $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ von resp. α, β, γ ; ferner $a_{k+1}, b_{k+1}, c_{k+1}$ von a_k, b_k, c_k und wieder $a_{k+2}, b_{k+2}, c_{k+2}$ von $a_{k+1}, b_{k+1}, c_{k+1}$, wie früher: $\alpha_4, \beta_4, \gamma_4$ von $\alpha_3, \beta_3, \gamma_3$ und $\alpha_5, \beta_5, \gamma_5$ von $\alpha_4, \beta_4, \gamma_4$.

Wenden wir dies an, so finden wir für die verschiedenen a, b, c die Recursionsformeln:

$$\begin{aligned} a_1 &= \alpha - 2\gamma \varphi_1 \cos \psi_1 - 2\varphi_1 \cos \psi_1 (\alpha \varphi_1 \cos \psi_1 + \beta \varphi_1 \sin \psi_1) \\ b_1 &= \beta - 2\gamma \varphi_1 \sin \psi_1 - 2\varphi_1 \sin \psi_1 (\alpha \varphi_1 \cos \psi_1 + \beta \varphi_1 \sin \psi_1). \\ c_1 &= \gamma + 2(\alpha \varphi_1 \cos \psi_1 + \beta \varphi_1 \sin \psi_1) - 2\gamma \varphi_1^2, \\ a_2 &= a_1 - 2c_1 \varphi_2 \cos \psi_2 - 2\varphi_2 \cos \psi_2 (a_1 \varphi_2 \cos \psi_2 + b_1 \varphi_2 \sin \psi_2), \end{aligned}$$

oder durch Einsetzen der Werthe a_1, φ, ψ und mit Berücksichtigung der Grössen zweiter Ordnung:

$$\begin{aligned} a_2 &= \alpha - 2.2\gamma \varphi_1 \cos \psi_1 - 2^2.2\varphi_1 \cos \psi_1 (\alpha \varphi_1 \cos \psi_1 + \beta \varphi_1 \sin \psi_1) + 2\alpha \varphi_1^2 \\ b_2 &= \beta - 2.2\gamma \varphi_1 \sin \psi_1 - 2^2.2\varphi_1 \sin \psi_1 (\alpha \varphi_1 \cos \psi_1 + \beta \varphi_1 \sin \psi_1) + 2\beta \varphi_1^2 \\ c_2 &= \gamma + 2.2(\alpha \varphi_1 \cos \psi_1 + \beta \varphi_1 \sin \psi_1) - 2^2.2\gamma \varphi_1^2 - 2 \frac{(1-\gamma^2)}{\gamma} \varphi_1^2 \end{aligned}$$

$$(28) \begin{cases} \vdots & \vdots \\ \text{und allgemein:} \\ a_h &= \alpha - h.2\gamma \varphi_1 \cos \psi_1 - h^2.2\varphi_1 \cos \psi_1 (\alpha \varphi_1 \cos \psi_1 + \beta \varphi_1 \sin \psi_1) + h(h-1)\alpha \varphi_1^2 \\ b_h &= \beta - h.2\gamma \varphi_1 \sin \psi_1 - h^2.2\varphi_1 \sin \psi_1 (\alpha \varphi_1 \cos \psi_1 + \beta \varphi_1 \sin \psi_1) + h(h-1)\beta \varphi_1^2 \\ c_h &= \gamma + h.2(\alpha \varphi_1 \cos \psi_1 + \beta \varphi_1 \sin \psi_1) - h^2.2\gamma \varphi_1^2 - h(h-1) \frac{1-\gamma^2}{\gamma} \varphi_1^2. \end{cases}$$

Ferner haben wir φ und ψ auszudrücken durch unsere früher gebrauchten Grössen $u_1, v_1, \alpha, \beta, \gamma$.

Nun ist, wie früher abgeleitet:

$$\xi_{k+1} = r \cdot \varphi_{k+1} \cos \psi_{k+1} = \Xi - \frac{a_{k+2}}{c_{k+2}} (d' + Z) + \frac{a_{k+1}}{c_{k+1}} (d' - \frac{1}{2} r \varphi_{k+1}^2)$$

oder:

$$\begin{aligned} & r \varphi_{k+1} \cos \psi_{k+1} \\ &= \Xi - \frac{\varphi_{k+1} \cos \psi_{k+1} (\sqrt{n^2 - 1 + U_{k+1}^2 - U_{k+1}} + a_k)}{\sqrt{1 - n^2 + [\cos \varphi_{k+1} (\sqrt{n^2 - 1 + U_{k+1}^2 - U_{k+1}} + c_k)]^2}} (d' + Z) \\ &+ \frac{\varphi_{k+1} \cos \psi_{k+1} (\sqrt{n^2 - 1 + U_{k+1}^2 - U_{k+1}} + a_k)}{\cos \varphi_{k+1} (\sqrt{n^2 - 1 + U_{k+1}^2 - U_{k+1}} + c_k)} (d' - \frac{1}{2} r \varphi_{k+1}^2), \end{aligned}$$

wobei: $U_{k+1} = a_k \varphi_{k+1} \cos \psi_{k+1} + b_k \varphi_{k+1} \sin \psi_{k+1} + c_k \cos \varphi_{k+1}$.

Führen wir in diese Formeln die Werthe (26) und (28) ein und entwickeln ganz wie früher, nach Potenzen φ , so erhalten wir, mit Berücksichtigung der Grössen zweiter Ordnung und gleichzeitiger Anwendung der Werthe u_1, v_1 :

$$(29) \left\{ \begin{aligned} \varphi_{k+1} \cos \psi_{k+1} &= \frac{u_1}{r} + \varepsilon_{2k+1} \cdot \frac{u_1}{r} \cdot \frac{(\delta_1 + Z)}{r} \\ &+ \varepsilon_{2k+1} \cdot \frac{\alpha}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) \frac{(\delta_2 + Z)}{r} - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{n\gamma_1} \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2}, \\ \varphi_{k+1} \sin \psi_{k+1} &= \frac{v_1}{r} + \varepsilon_{2k+1} \cdot \frac{v_1}{r} \cdot \frac{(\delta_1 + Z)}{r} \\ &+ \varepsilon_{2k+1} \cdot \frac{\beta}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) \frac{(\delta_2 + Z)}{r} - \frac{1}{2} \frac{\beta}{n\gamma_1} \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2}. \end{aligned} \right.$$

Hierin ist, wie früher:

$$\varepsilon_{2k+1} = \left(2k + 1 - \frac{n\gamma_1}{\gamma} \right), \quad \delta_1 = d' \left(1 - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right), \quad \delta_2 = d' \left(1 - \frac{\gamma^2}{n^2\gamma_1^2} \right)$$

etc. gesetzt. Wenden wir darauf die Gleichung (27) an, so erhalten wir:

$$(30) \left\{ \begin{aligned} \varphi_1 \cos \varphi_1 &= \frac{u_1}{r} + \varepsilon_{2k+1} \cdot \frac{u_1}{r} \cdot \frac{(\delta_1 + Z)}{r} + \varepsilon_{2k+1} \frac{\alpha}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) \frac{(\delta_2 + Z)}{r} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\gamma} \left(2k - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right) \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2}, \\ \varphi_1 \sin \psi_1 &= \frac{v_1}{r} + \varepsilon_{2k+1} \cdot \frac{v_1}{r} \cdot \frac{(\delta_1 + Z)}{r} + \varepsilon_{2k+1} \frac{\beta}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) \frac{(\delta_2 + Z)}{r} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\beta}{\gamma} \left(2k - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right) \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2} \end{aligned} \right.$$

und endlich allgemein:

$$(30) \left\{ \begin{aligned} \varphi_h \cos \psi_h &= \frac{u_1}{r} + \varepsilon_{2k+1} \cdot \frac{r_1}{r} \frac{(\delta_1 + Z)}{r} + \varepsilon_{2k+1} \cdot \frac{\alpha}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) \frac{(\delta_1 + Z)}{r} \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\gamma} \left(2k - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right) \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2} - (h-1) \frac{\alpha}{\gamma} \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2}, \\ \varphi_h \sin \psi_h &= \frac{v_1}{r} + \varepsilon_{2k+1} \cdot \frac{r_1}{r} \frac{(\delta_1 + Z)}{r} + \varepsilon_{2k+1} \cdot \frac{\beta}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) \frac{(\delta_1 + Z)}{r} \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\beta}{\gamma} \left(2k - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right) \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2} - (h-1) \frac{\beta}{\gamma} \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2}. \end{aligned} \right.$$

Durch Quadriren und Addiren ergeben sich hieraus die Werthe:

$$\begin{aligned} \varphi_1^2 &= \frac{u_1^2 + v_1^2}{r^2} + 2\varepsilon_{2k+1} \cdot \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2} \frac{(\delta_1 + Z)}{r} + 2\varepsilon_{2k+1} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right)^2 \frac{(\delta_1 + Z)}{r} \\ &\quad + \left(2k - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right) \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2}, \\ \varphi_1^2 &= \frac{u_1^2 + v_1^2}{r^2} + 2\varepsilon_{2k+1} \cdot \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2} \frac{(\delta_1 + Z)}{r} + 2\varepsilon_{2k+1} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right)^2 \frac{(\delta_1 + Z)}{r} \\ &\quad + \left(2k - \frac{\gamma}{n\gamma_1} \right) \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2} - 2(h-1) \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2}. \end{aligned}$$

Setzen wir in den soeben gewonnenen Formeln für $\varphi_1 \cos \psi_1$; $\varphi_1 \sin \psi_1$; φ_1^2 : k einmal $= 1$ und dann $= 0$, so kommen wir, wie dies ja auch sein muss, genau auf die früher (cf. 12 und 13) berechneten Gleichungen für $\varphi \cos \psi$, $\varphi \sin \psi$; φ^2 ; $\varphi' \cos \psi'$, $\varphi' \sin \psi'$, φ'^2 .

Wir haben nun alle nöthigen Vorbereitungsformeln gewonnen, um den Werth Δ_k (cf. 25) in u_1 , v_1 ausdrücken zu können. Zunächst ergibt sich noch:

$$\begin{aligned} (\xi' - \xi_1) &= \left[\bar{\xi} - \frac{\alpha'_s}{\gamma'_s} (d' + Z) + \frac{\alpha'_s}{\gamma'_s} (d' + \zeta') - \bar{\xi} + \frac{a_{k+2}}{c_{k+2}} (d' + Z) \right. \\ &\quad \left. - \frac{a_{k+1}}{c_{k+1}} (d' + \zeta_{k+1}) + \sum_{h=1}^{h=k} \frac{a_h}{c_h} (\zeta_h + \zeta_{h+1}) \right], \\ (\eta' - \eta_1) &= \left[H - \frac{\beta'_s}{\gamma'_s} (d' + Z) + \frac{\beta'_s}{\gamma'_s} (d' + \zeta') - H + \frac{b_{k+2}}{c_{k+2}} (d' + Z) \right. \\ &\quad \left. - \frac{b_{k+1}}{c_{k+1}} (d' + \zeta_{k+1}) + \sum_{h=1}^{h=k} \frac{b_h}{c_h} (\zeta_h + \zeta_{h+1}) \right]. \end{aligned}$$

Fassen wir alles zusammen, so erhalten wir einen der Formel (14) vollkommen entsprechenden Ausdruck, der auch für $k = 1$ in den letzteren übergehen würde:

$$(31) \left\{ \begin{aligned} \Delta_h &= (d' + Z) \left[\frac{\alpha a_{k+2} + \beta b_{k+2} - 1}{c_{k+2}} - \frac{\alpha a'_s + \beta \beta'_s - 1}{\gamma'_s} \right] \\ &+ (d' + \zeta) \left[\frac{\alpha a'_4 + \beta \beta'_4 - n}{\gamma'_4} \right] - (d' + \zeta_{k+1}) \left[\frac{\alpha a_{k+1} + \beta b_{k+1} - n}{c_{k+1}} \right] \\ &+ \gamma (\zeta' - \zeta_1) + \sum_{h=1}^{h=k} \left(\frac{\alpha a_h + \beta b_h - 1}{c_h} \right) (\zeta_h + \zeta_{h+1}). \end{aligned} \right.$$

Hierin haben wir die kurz vorher abgeleiteten Reducionsformeln der Grössen a, b, c auf α, β, γ und der verschiedenen φ und ψ auf φ_1 und ψ_1 einzuführen. Dann gelangen wir für die einzelnen Summanden der Gleichung stets auf Ausdrücke, welche in die entsprechenden der bei der Auswerthung der Gl. (14) gefundenen übergehen, wenn wir in unseren jetzigen: $k = 1$ setzen, sodass wir darin eine gewisse Controle für die Rechnung sehen dürfen. Weiter ergibt sich, dass auch hier bei der Entwicklung nach φ_1 die sämtlichen Grössen erster Ordnung wegfallen, wir haben also wieder Grössen dritter Ordnung zu berücksichtigen. Dabei reducirt sich der Ausdruck: $(\alpha a_h + \beta b_h - 1)/c_h$ auf $-\gamma$; ausserdem haben wir noch zu bedenken, dass nach den Formeln (30) die Ausdrücke φ_h^2 das h überhaupt nur im letzten Gliede enthalten, sonst aber ganz unabhängig davon sind. Danach wird, da wir die Grösse $(\alpha a_h + \beta b_h - 1)/c_h = -\gamma$ als constant vor das Summenzeichen setzen können:

$$\begin{aligned} \sum_{h=1}^{h=k} (\varphi_h^2 + \varphi_{h+1}^2) &= 2k \left[\frac{u_1^2 + v_1^2}{r^2} + 2 \cdot \varepsilon_{2k+1} \frac{(u_1^2 + v_1^2)(\delta_1 + Z)}{r^2} \right] \\ &+ 2 \cdot \varepsilon_{2k+1} \left(\frac{\alpha u_1}{\gamma r} + \frac{\beta v_1}{\gamma r} \right)^2 \frac{(\delta_2 + Z)}{r} + \left(2k - \frac{\gamma}{n \gamma_1} \right) \left(\frac{\alpha u_1}{\gamma r} + \frac{\beta v_1}{\gamma r} \right) \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2} \\ &- 2 \left(\frac{\alpha u_1}{\gamma r} + \frac{\beta v_1}{\gamma r} \right) \frac{(u_1^2 + v_1^2)}{r^2} \left[\sum_{h=1}^{h=k} (h-1) + \sum_{h=1}^{h=k} (h) \right]. \end{aligned}$$

$$\text{Es ist aber: } \left[\sum_{h=1}^k (h-1) + \sum_{h=1}^k (h) \right] = k^2.$$

Führen wir endlich auch in den übrigen Summanden von Δ_k für die $\varphi_1 \cos \psi_1$ und $\varphi_1 \sin \psi_1$ etc. ihre Ausdrücke in u_1, v_1 ein, so ergibt sich schliesslich das Resultat:

$$\begin{aligned} \Delta_k = & \frac{\gamma}{r} \cdot k \left\{ (u_1^2 + v_1^2) + 2 \cdot \varepsilon_{k+1} (u_1^2 + v_1^2) \frac{(\delta_1 + Z)}{r} \right. \\ & + 2 \varepsilon_{k+1} \left(\frac{\alpha}{\gamma} u_1 + \frac{\beta}{\gamma} v_1 \right)^2 \frac{(\delta_2 + Z)}{r} \\ & \left. + \left(k + 1 - \frac{\gamma}{n \gamma_1} \right) \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{v_1}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v_1}{r} \right) (u_1^2 + v_1^2) \right\} \end{aligned}$$

oder, wenn man mit Hülfe der früher gewonnenen Formeln (cf. 18 etc.) von den Grössen u_1, v_1 (α, β, γ) übergeht zu u', v' ($\alpha'_5, \beta'_5, \gamma'_5$):

$$\begin{aligned} \Delta_k = & k \cdot \frac{\gamma'_5}{r} \left\{ (u'^2 + v'^2) + 2k (u'^2 + v'^2) \frac{(\delta'_1 + Z)}{r} \right. \\ & + 2k \left(\frac{\alpha'_5}{\gamma'_5} u' + \frac{\beta'_5}{\gamma'_5} v' \right)^2 \frac{(\delta'_2 + Z)}{r} + \left(k + \frac{n^2 - 1}{n \gamma'_4 \gamma'_5} \right) \left(\frac{\alpha'_5}{\gamma'_5} \frac{u'}{r} + \frac{\beta'_5}{\gamma'_5} \frac{v'}{r} \right) (u'^2 + v'^2) \Big\} \\ = & k \Delta_1 + k(k-1) \cdot \frac{\gamma'_5}{r} \left\{ 2 (u'^2 + v'^2) \frac{(\delta'_1 + Z)}{r} \right. \\ & \left. + 2 \left(\frac{\alpha'_5}{\gamma'_5} u' + \frac{\beta'_5}{\gamma'_5} v' \right)^2 \frac{(\delta'_2 + Z)}{r} + \left(\frac{\alpha'_5}{\gamma'_5} \frac{u'}{r} + \frac{\beta'_5}{\gamma'_5} \frac{v'}{r} \right) (u'^2 + v'^2) \right\}. \end{aligned}$$

Dieser letzte Klammerausdruck ist aber wegen (23) = Null, wir erhalten demnach:

$$(32) \quad \left\{ \Delta_k = k \cdot \Delta_1 = k(2h-1) \frac{\lambda}{2} \right.$$

Dieses Resultat: $\Delta_k = k \Delta_1$, stimmt, äusserlich betrachtet, mit dem von Wangerin für reflectirtes Licht gefundenen vollkommen überein, es wäre jedoch falsch, wollten wir mit ihm daraus den Schluss ziehen, dass, wie dort, die sämtlichen übrigen, mehrfach in der Luftlamelle reflectirten Strahlen an dem Resultate, das uns die beiden Hauptstrahlenpaare liefern, nichts mehr ändern können: Im reflectirten Lichte findet nämlich, wie schon früher erwähnt, in denjenigen Punkten durch Interferenzerscheinungen Dunkelheit statt, in denen die Wegdifferenz der interferierenden Strahlen ein beliebiges Vielfache einer ganzen Wellenlänge beträgt, — dieser Bedingung genügt aber auch $\Delta_k = k \Delta_1 = k \cdot h \cdot \lambda$, wo k und h beliebige, ganze Zahlen sind; es ist also der

Schluss jedenfalls berechtigt, dass es im reflectirten Lichte nahezu absolut dunkle Punkte gibt. (Uns sagt u.)

Anders dagegen beim durchgehenden Lichte. Uns sagt nämlich Gleichung (32), dass der gefundene Werth von Δ_k nur dann der Forderung absoluter Dunkelheit entsprechen würde, wenn k eine ungerade Zahl wäre; ist dagegen k eine gerade Zahl, so ist Δ_k gleich einem Vielfachen einer ganzen Wellenlänge, die Interferenz des mehrfach reflectirten mit dem direct durchgegangenen Strahle wird deshalb kein Minimum, sondern ein Maximum von Licht verursachen. Nun aber gehen neben dem gar nicht reflectirten Strahle durch den Punkt F im allgemeinen eine grosse Menge von Strahlen, die von derselben Wellenebene stammen, also untereinander interferiren, und von dem der eine einmal, der andere zweimal, ein k . k mal an der Linse reflectirt war. Fassen wir, wie bisher, den direct durchgegangenen und den einmal reflectirten Strahl zusammen und nehmen an, ihre Wegdifferenz sei $= (2k - 1) \cdot \lambda / 2$, so wird, was diese Hauptstrahlen betrifft, in dem betreffenden Punkte F Dunkelheit herrschen; — zwar, genau genommen, auch nicht vollkommen, denn der reflectirte Strahl hat durch eine doppelte Reflexion an Glasplatte und Linse eine nicht unbedeutende Schwächung seiner Intensität erfahren, es wird also die durch den direct hindurchgegangenen Strahl bewirkte Bewegung des Aethertheilchens in F durch den einmal reflectirten Strahl auch nicht vollkommen aufgehoben werden können. Nehmen wir dann die zwei- und dreimal an der Linse reflectirten Strahlen zusammen, so haben diese in F untereinander wieder eine Wegdifferenz von $(2k - 1) / 2$ Wellenlänge, sie würden also, für sich betrachtet, wieder Dunkelheit geben, die nur dadurch wieder unvollkommen ist, weil der eine der Strahlen gegenüber dem zweiten durch eine um 2 vermehrte Anzahl von Reflexionen einen Theil seiner Intensität eingebüsst hat, — und so können wir weiter verfahren, bis wir schliesslich bei höheren Werthen von k auf Strahlen kommen, deren Intensität durch die grosse Anzahl von Reflexionen so gering ist, dass wir sie überhaupt nicht mehr zu berücksichtigen brauchen. Wir werden also allgemein

auch trotz der Einwirkung der mehrfach reflectirten Strahlen da Dunkelheit haben, wo die beiden Hauptpaare allein sie hervorbringen würden, — aber eben nicht vollkommene. (Dieselbe Betrachtungsweise, die wir für die mehrfach reflectirten Strahlen des einen Hauptpaares angewendet, gilt natürlich auch für die des zweiten und führt zu demselben Resultate.)

Im Gegensatze hierzu haben wir ganz helle Stellen, denn diese finden sich überall da, wo $\Delta_1 = h\lambda$, wobei h eine beliebig ganze Zahl sein kann, und dieser Bedingung genügt ja auch $\Delta_k = k \cdot h\lambda$. Bei dem von Hrn. Wangerin untersuchten Falle des reflectirten Lichtes dagegen sind umgekehrt die hellen Stellen nicht vollkommen hell, denn er hat für das Zustandekommen der hellen Stellen dieselbe Bedingung, wie wir für das Zustandekommen der dunklen, es werden also dort die mehrfach reflectirten Strahlen etwas störend wirken.

Wir gehen nun weiter zur genauen Untersuchung der Lage der dunklen Punkte, wie dieselben durch die Interferenz der massgebenden Hauptpaare hervorgebracht werden.

Wir hatten in (23) die beiden Bedingungsleichungen für das Zustandekommen der dunklen Punkte, resp. Ringe, gefunden und können diese zunächst noch dadurch etwas umformen, dass wir den bisher beliebig in der \mathcal{Z} - H -Ebene angenommenen Axen eine bestimmte Richtung geben, und zwar soll die \mathcal{Z} -Axe parallel sein der Projection der Mikroskopaxe ($\alpha'_5, \beta'_5, \gamma'_5$) auf die \mathcal{Z} - H -Ebene, und, wie bisher, ihr positiver Theil der Lichtquelle zugekehrt. Nennen wir dann den Winkel zwischen der \mathcal{Z} -Axe und der Richtung der in der Mikroskopaxe verlaufenden Hauptstrahlen, die sich von der der einfallenden Strahlen nur um kleine Grössen von der Ordnung φ unterscheidet, $= \vartheta$, den dazu gehörigen Brechungswinkel in der Linse $= \vartheta_1$, so haben wir zu setzen:

$$\begin{aligned}\alpha'_5 &= \sin \vartheta; & \beta'_5 &= 0; & \gamma'_5 &= \cos \vartheta; \\ \gamma'_4 &= \cos \vartheta_1 = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - 1 + \cos^2 \vartheta}.\end{aligned}$$

Hierdurch gehen unsere obigen Formel über in:

$$(\mathfrak{S}_0) \quad \left\{ \begin{aligned} [\mathfrak{Z} - \operatorname{tg} \vartheta (\delta_1' + Z)]^2 + H^2 &= \frac{(2k-1)r \cdot \lambda}{2 \cos \vartheta} = a_1^2, \\ \operatorname{tg} \vartheta [\mathfrak{Z} - \operatorname{tg} \vartheta (\delta_1' + Z)] + 2(\delta_1' + Z) \\ + 2(\delta_1' + Z) \operatorname{tg}^2 \vartheta \frac{[\mathfrak{Z} - \operatorname{tg} \vartheta (\delta_1' + Z)]^2}{[\mathfrak{Z} - \operatorname{tg} \vartheta (\delta_1' + Z)]^2 + H^2} &= 0, \end{aligned} \right.$$

wobei: $\delta_1' = d' \left(1 - \frac{\cos \vartheta}{n \cos \vartheta_1}\right); \quad \delta_2' = d' \left(1 - \frac{\cos^3 \vartheta}{n^3 \cos^3 \vartheta_1}\right).$

Vergleichen wir damit die entsprechenden von Hrn. Wangerin für reflectirtes Licht gefundenen Formeln:

$$\begin{aligned} [\mathfrak{Z} - \operatorname{tg} \vartheta (\delta_1 - Z)]^2 + H^2 &= \frac{hr\lambda}{\cos \vartheta} = a^2, \\ \operatorname{tg} \vartheta [\mathfrak{Z} - \operatorname{tg} \vartheta (\delta_1 - Z)] + 2(\delta_1 - Z) \\ + 2(\delta_1 - Z) \operatorname{tg}^2 \vartheta \frac{[\mathfrak{Z} - \operatorname{tg} \vartheta (\delta_1 - Z)]^2}{[\mathfrak{Z} - \operatorname{tg} \vartheta (\delta_1 - Z)]^2 + H^2} &= 0, \end{aligned}$$

so ergibt sich, dass unsere beiden Gleichungen — abgesehen von der verschiedenen Bedeutung der Grössen a und a_1 und der in den δ enthaltenen Grössen d und d' , von denen das erste, bei Hrn. Wangerin, die Dicke der Glasplatte, das zweite, bei uns, die Dicke der Linse bezeichnet, vollkommen ineinander übergehen, wenn wir die positive Z -Axe, statt senkrecht nach oben, senkrecht nach unten legen. Diese Veränderung gestattet uns dann, die von Hrn. Wangerin gefundenen Resultate unter Berücksichtigung der oben angedeuteten Abweichungen sofort auf unseren Fall zu übertragen.

Zuvor aber lassen sich die gefundenen Formeln noch in andere umwandeln, die zur Untersuchung der Interferenzfläche in mancher Beziehung noch mehr geeignet sind, als die Gleichungen (34). Wir erhalten dieselben, wenn wir von dem rechtwinkligen Coordinatensystem \mathfrak{Z} , H , Z zu einem schiefwinkligen X , Y , Z übergehen, dessen Anfangspunkt in dem scheinbaren Berührungspunkte P_1 von Linse und Platte liegt (cf. Fig. 5), und der gegeben ist durch die Gleichungen:

$$\mathfrak{Z}_0 = -d'(n^2 - 1) \operatorname{tg}^3 \vartheta_1; \quad Z_0 = d' \left(1 - \frac{\cos^3 \vartheta}{n^3 \cos^3 \vartheta_1}\right).$$

Hierbei mögen die X - und Y -Axe den bisherigen \mathfrak{Z} - und H -Axen parallel sein, die Z -Axe dagegen die Richtung der

Mikroskopaxe haben, wodurch wir die Transformationsformeln erhalten:

$$\tilde{x} = \tilde{x}_0 + x - z \sin \vartheta; \quad H = y; \quad Z = Z_0 + z \cos \vartheta.$$

Damit aber werden unsere Formeln (34) zu:

$$(34) \begin{cases} x^2 + y^2 = a_1^2 \\ x(x^2 + y^2) \sin \vartheta - 2z(x^2 + y^2 \cos^2 \vartheta) + 2(\delta_1 - \delta_2)y^2 \cos \vartheta \sin^2 \vartheta = 0. \end{cases}$$

Auch diese Formeln stimmen mit den Wangerin'schen vollkommen überein, und sie sind es auch, auf welche wir kommen, wenn wir den vollkommen strengen, von Hrn. Wangerin in der 2. Abhandlung¹⁾ eingeschlagenen Weg betreten. Hierbei dürfen wir uns jedoch darauf beschränken, den Gang nur kurz zu skizziren, da es sich sofort ergibt, dass wir mit einigen geringen Aenderungen die ganze Wangerin'sche Ableitung für unseren Fall benutzen dürfen, ausserdem aber die für unseren Fall nothwendige und von der Wangerin'schen mitunter abweichende Ableitung der Wegdifferenz Δ schon oben gegeben wurde.

Zunächst gilt für unseren Fall, dass durch das Zusammenwirken zweier beliebiger, im Punkte F interferirender Strahlen, von denen der eine direct durchgegangen, der andere ein- oder mehreremal in der Lamelle reflectirt wurde, eine Intensität entsteht, die gegeben ist durch einen Ausdruck der Form:

$$M^2 + N^2 + 2MN \cos\left(\frac{\Delta}{\lambda} 2\pi\right),$$

wobei Δ wieder die Wegdifferenz der betreffenden Strahlen in F , λ die Wellenlänge und M und N die Amplituden der componirenden Wellenbewegungen bedeuten. Der Unterschied von der entsprechenden Formel beim reflectirten Licht beruht auf dem Vorzeichen des dritten Gliedes, das dort $-$, hier aber wegen der doppelten Reflexion des einen Strahles an Glasplatte und Linse und der sich daraus ergebenden doppelten Phasenänderung $= +$ sein muss. Dieser Unterschied ist eigentlich der einzige in Betracht kommende, der sich aber durch die ganze folgende Entwicklung hindurchzieht.

1) Wangerin, Wied. Ann. 20. p. 177. 1888.

Es wird nun die Intensität, hervorgerufen durch die Gesammtheit aller in F interferirenden Strahlenpaare, die nur kleine Winkel miteinander bilden — und nur diese kommen ja in Betracht —, gegeben durch den Ausdruck:

$$J = m \iint \left\{ M^2 + N^2 + 2MN \cos \left(\frac{A}{\lambda} 2\pi \right) \right\} dF$$

$$= m\pi\varphi_1^2 \left\{ M^2 + N^2 + 2MN \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot A \right) 2 \cdot \frac{J_1(u_1)}{u_1} \right\}.$$

Hierbei ist m ein constanter Factor, J_1 die Bessel'sche Function mit dem Index 1, deren Argument:

$$u_1 = \varphi_1 \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{B^2 + C^2};$$

φ_1 ist der Winkel, unter welchem die Oeffnung des Beobachtungsinstrumentes, — resp. der beobachtenden Pupille, vom Punkte F aus erscheint, also jedenfalls eine sehr kleine Grösse, A , B , C aber sind Grössen, hergenommen aus dem Ausdrucke:

$$A = A + B\varphi \cos \psi + C\varphi \sin \psi,$$

in welcher Form, wie Hr. Wangerin nachweist, der Wegunterschied der betreffenden Strahlen sich jederzeit darstellen lässt, wenn man unter φ und ψ Kugelcoordinaten versteht mit demjenigen Punkte als Pol, der gegeben ist durch den Durchschnitt eines von F ausgehenden Axenstrahls und einer um F beschriebenen Kugelschale mit dem Radius 1. Dieser Axenstrahl kann dann betrachtet werden als die Axe eines Rotationskegels, in dem sämmtliche das Auge treffende, wirksame und direct hindurchgegangene Strahlen sich befinden, zu deren jedem ein reflectirter, mit dem ersteren interferirender Strahl gehört, und zwar wird dieser Kegel, dessen Winkel an der Spitze $= \varphi_1/2$ natürlich eine sehr kleine Oeffnung haben.

Aus der letzten Gleichung geht direct hervor, dass $J = \text{Minimum}$ in den Fällen, wo gleichzeitig $J_1(u_1)/u_1 = \text{Maximum}$ und $\cos(2\pi/\lambda \cdot A) = -1$, d. h. wo $A = (2h-1)\lambda/2$, wobei h alle natürlichen Zahlen bedeuten kann, — es ist aber $J_1(u_1)/u_1 = \text{Maximum}$ für $\sqrt{B^2 + C^2} = \text{Minimum}$.

Nun hatten wir früher gefunden, dass $A = (\gamma'_0/r)(u'^2 + v'^2) + \text{Glieder dritter Ordnung}$, die, wie Hr. Wangerin nach-

weist, hier nicht zu berücksichtigen sind, da die Richtungsunterschiede der überhaupt wirksamen Strahlen selbst schon so unendlich gering sind, dass durch eine Berücksichtigung der höheren Glieder von Δ Werthe erhalten würden von einer Ordnung, die stets vernachlässigt wurde.

Wandeln wir den Ausdruck:

$$\Delta = \frac{\gamma'_s}{r} (u'^2 + v'^2) = \frac{\gamma'_s}{r} \left\{ \left[\varepsilon - \frac{\alpha'_s}{\gamma'_s} (\delta'_1 - Z) \right]^2 + \left[H - \frac{\beta'_s}{\gamma'_s} (\delta'_1 - Z) \right]^2 \right\}$$

mit Hülfe des eben angegebenen Kugelkoordinatensystems um und führen ausserdem unsere früher angewandten Coordinaten x, y, z , sowie den Winkel ϑ ein, so folgt:

$$\Delta = \frac{1}{r} [(x^2 + y^2) \cos \vartheta - 2xz \varphi \cos \psi + (x^2 + y^2) \sin \vartheta \varphi \cos \psi + 2y(z + z_1) \cos \vartheta \varphi \sin \psi].$$

Durch Vergleichung mit dem oben angegebenen allgemeinen Ausdrucke:

$$\Delta = A + B \varphi \cos \psi + C \varphi \sin \psi$$

finden wir aber:

$$A = \frac{(2h-1)\lambda}{2} = \frac{(x^2 + y^2) \cos \vartheta}{r},$$

$$B = \frac{1}{r} [(x^2 + y^2) \sin \vartheta - 2xz \varphi \cos \psi]; \quad C = \frac{2y(z + z_1) \cos \vartheta}{r}.$$

Nun war für die Stellen der Minima von Lichtintensität die Bedingung gültig, dass $B^2 + C^2 = \text{Minimum}$, — wir haben also z , das durch die Bedingung $A = (x^2 + y^2) \cos \vartheta / r$ gar nicht berührt wird, so zu bestimmen, dass für gegebene Werthe von x, y eben $B^2 + C^2 = \text{Minimum}$, d. h. dass:

$$B \cdot \frac{\partial B}{\partial z} + C \frac{\partial C}{\partial z} = 0.$$

Daraus erhalten wir aber:

$$(x^2 + y^2) x \sin \vartheta - 2z(x^2 + y^2 \cos^2 \vartheta) + 2(\delta_1 - \delta_2) y^2 \cos \vartheta \sin^2 \vartheta = 0.$$

Dies ist aber genau die Gleichung unserer Interferenzfläche (cf. 34_b), während uns der Werth von A direct die zweite, früher gefundene Formel liefert:

$$x^2 + y^2 = \frac{(2h-1)\lambda r}{2 \cos \vartheta} = a_1^2.$$

Es erübrigt noch, bevor wir aus (33) und (34) die allgemeinen Schlüsse ziehen, auf die Strahlenpaare Rücksicht zu nehmen, die zwar auch im Punkte F zur Interferenz gelangen, von denen aber kein Strahl vollkommen in der Richtung der Mikroskopaxe verläuft, sondern die sämtlich sehr kleine Winkel mit derselben einschliessen, — denn dass nur solche in unser Auge gelangen und zu berücksichtigen sind, liegt bei unserer Annahme von dem nahezu parallelen Einfall der Strahlen sowie bei dem relativ geringen Durchmesser des beobachtenden Instrumentes, resp. unserer Pupille, auf der Hand. Nun hatten wir gefunden (cf. 19 und 22):

$$\Delta = \frac{\gamma'_s}{r} \left[u'^2 + v'^2 + (u'^2 + v'^2) \left(\frac{\alpha'_s u'}{\gamma'_s r} + \frac{\beta'_s v'}{\gamma'_s r} \right) \frac{n^2 - 1}{n \gamma'_s \gamma'_s} \right] + \text{andere Glieder dritter Ordnung},$$
 oder, wenn wir mit k_1 das in Δ_1 und Δ'_1 übereinstimmende, mit k_2 die in beiden verschiedenen Glieder dritter Ordnung bezeichnen:

$$\Delta_1 = \frac{\gamma'_s}{r} [u'^2 + v'^2 + k_1 + k_2]; \quad \Delta'_1 = \frac{\gamma'_s}{r} [u'^2 + v'^2 + k_1 - k_2].$$

Wir wollen die Werthe $\alpha'_s, \beta'_s, \gamma'_s$ um sehr kleine Grössen $\delta\alpha'_s, \delta\beta'_s, \delta\gamma'_s$ verändern, wodurch gleichzeitig u' in $u' + \delta u'$; v' in $v' + \delta v'$ übergeht, k_1 und k_2 in resp. $k_1 + \delta k_1$; $k_2 + \delta k_2$. Dann erhalten wir für alle beliebige solcher, durch den Punkt F gehender Strahlenpaare eine Wegdifferenz, gegeben durch:

$$\Delta' = \frac{\gamma'_s + \delta\gamma'_s}{r} [(u' + \delta u')^2 + (v' + \delta v')^2 + (k_1 + \delta k_1) \pm (k_2 + \delta k_2)].$$

Hierbei dürfen wir sicher annehmen, dass die Werthe der Grössen $\delta\alpha$ etc. die Grösse u'/r , die wir ja als sehr klein, und zwar von der Ordnung φ betrachtet hatten, nicht übersteigen; dann aber werden die Grössen $\delta u'^2, \delta v'^2, \delta k_1, \delta k_2$ einer höheren Ordnung des unendlich Kleinen angehören, als wir sie bisher in die Untersuchung aufgenommen hatten, sie sind also zu vernachlässigen, und es ergibt sich:

$$\Delta' = \frac{\gamma'_s}{r} [u'^2 + v'^2 + k_1 \pm k_2 + 2(u' \delta u' + v' \delta v')] + \frac{\delta\gamma'_s}{r} (u'^2 + v'^2),$$

oder, wegen $\gamma'_s/r (u'^2 + v'^2 + k_1) = (2h - 1)\lambda/2$ und $k_2 = 0$:

$$\Delta' = \frac{(2h - 1)\lambda}{2} + \frac{2\gamma'_s}{r} (u' \delta u' + v' \delta v') + \frac{\delta\gamma'_s}{r} (u'^2 + v'^2).$$

Die Punkte, für welche $A' = (2h - 1)\lambda/2$, würden also diejenigen sein, in denen nicht nur die Hauptstrahlenpaare, sondern sämtliche in den betreffenden Punkten interferierenden und ins Auge gelangenden Strahlenpaare ein Minimum der Intensität lieferten. Für die anderen Punkte, in welchen:

$$\frac{2\gamma'_5}{r} (u' \delta u' + v' \delta v') + \frac{\delta \gamma'_5}{r} (u'^2 + v'^2) \text{ zwar nicht } = 0,$$

aber doch sehr klein ist, werden wir auch kein Minimum der Intensität, aber doch nur eine geringe Intensität des Lichtes, d. h. immerhin noch verhältnissmässige Dunkelheit haben. Wir müssen also untersuchen:

Wann wird $A' - (2h - 1)\lambda/2 = 0$ oder sehr klein?

Zu diesem Zwecke führen wir für $\alpha'_5, \beta'_5, \gamma'_5$ neue Variablen ein, indem wir setzen:

$$\alpha'_5 = \sin \vartheta \cos \mu, \quad \beta'_5 = \sin \vartheta \sin \mu, \quad \gamma'_5 = \cos \vartheta$$

und untersuchen, welchen Werth $A' - (2h - 1)\lambda/2$ erhält bei Veränderung der Grössen ϑ, μ um die kleinen Werthe $\delta \vartheta, \delta \mu$, wobei wir dann das Coordinatensystem so legen, dass die Ξ -Axe wieder parallel der Projection der Mikroskopaxe auf die Ξ -H-Ebene wird, ϑ den Winkel zwischen der Z-Axe und der Mikroskopaxe bezeichnet und $\mu = 0$ wird (aber nicht $\delta \mu$!). Hierdurch erhalten wir:

$$A' - \frac{(2h-1)\lambda}{2} = \delta \vartheta \left\{ -\operatorname{tg} \vartheta \cdot \frac{(2h-1)\lambda}{2} + \frac{2}{r \cos \vartheta} [\Xi + \operatorname{tg} \vartheta (Z - \delta_1)] (Z - Z_0) \right\} \\ + \delta \mu \cdot \frac{2 \sin \vartheta \cdot H (Z - \delta_1)}{r}.$$

Führen wir hier unser früheres Coordinatensystem X, Y, Z ein und benutzen noch Gleichung (34_b), so folgt endlich:

$$(35_a) \left\{ \begin{aligned} & r \left(A' - \frac{(2h-1)\lambda}{2} \right) \\ & = \left[\frac{(x^2 + y^2) \sin \vartheta + 2z_1 x}{x^2 + y^2 \cos^2 \vartheta} \right] y \cdot \cos \vartheta \left[-y \cos \vartheta \cdot \delta \vartheta + x \sin \vartheta \cdot \delta \mu \right] \end{aligned} \right.$$

$$(35_b) = \frac{2(x + z_1)y \cdot \cos \vartheta}{x} \cdot (-y \cos \vartheta \cdot \delta \vartheta + x \sin \vartheta \cdot \delta \mu),$$

wobei:

$$z_1 = \frac{(\delta'_2 - \delta'_1) \sin^2 \vartheta}{\cos \vartheta}.$$

War dieser Ausdruck $= 0$ für irgend einen Punkt x, y, z , — welchen Werth dabei auch $\delta\vartheta, \delta\mu$ haben mag, — natürlich innerhalb der oben angegebenen beschränkten Grenzen, dann findet also nicht nur für die beiden Hauptstrahlenpaare, sondern auch für jedes andere in Betracht kommende Strahlenpaar in diesem Punkte eine vollkommene Interferenz statt, d. h. wir haben dann einen dunklen Punkt vor uns.

Wir können die Schlüsse, die sich aus den Gleichungen (33), (34), (35) wegen deren Analogie mit den entsprechenden für reflectirtes Licht ohne weiteres ziehen lassen, folgendermassen kurz zusammenfassen:

Auch beim durchgehenden, — ebenso wie beim reflectirten Lichte liegen die Newton'schen Farbenringe auf einer Regelfläche dritter Ordnung, die sich nur in dem Falle auf eine Ebene reducirt, wenn der Einfallswinkel $= 0$ ist. Sie entsteht in der Weise, dass eine Gerade, die auf der einen unendlich grossen Directrix $R_1 M_1' \dots$ (cf. Fig. 5) hingleitet, zugleich die zweite, endliche Directrix $P_1 Q_1$ so schneidet, dass:

$$R_1 M_1' = \pm \frac{2 \cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \cdot P_1 Q_1 \sqrt{\frac{P_1 M_1'}{M_1 Q_1}}.$$

Diese zweite, endliche Directrix hat die Richtung der Mikroskopaxe, der Punkt P_1 ist der scheinbare Berührungspunkt von Linse und Platte, den Punkt Q_1 erhalten wir, wenn wir das auf den Punkt P_1 eingestellte Mikroskop um das Stück:

$$P_1 Q_1 = z_1 = \frac{(n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \vartheta_1}{n \cos \vartheta_1} d' = \frac{(\delta_1' - \delta_1') \sin^2 \vartheta}{\cos \vartheta}$$

in der Richtung seiner Axe verschieben.

Die erste unendlich grosse Directrix $R_1 M_1'$ verläuft parallel zur Y -Axe; der Punkt R_1 liegt auf der sogenannten Hauptgeraden $H_1 - H_1$, deren Gleichung wir aus (33_b) erhalten, wenn wir darin $H = 0$ setzen, und die mit der Z -Axe einen Winkel ω bildet, der gegeben ist durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{\sin \vartheta \cos \vartheta}{1 + \cos^2 \vartheta}.$$

Das Stück $R_1 P_1$ ergibt sich aus der Gleichung:

$$R_1 P_1 = \frac{P_1 Q_1 \cdot \cos^2 \vartheta}{\sin^2 \vartheta} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \vartheta}.$$

Diese so erhaltene Interferenzfläche unterscheidet sich nun von der beim reflectirten Lichte nur dadurch, dass letztere unter anderem nur abhängt von der Dicke der Glasplatte, erstere dagegen von der Dicke der Glaslinse. Sind beide Dicken gleich, so stimmen auch beide Interferenzflächen mit ihren sämtlichen ausgezeichneten Linien und Punkten vollkommen überein, dagegen liegen beide entgegengesetzt, so zwar, dass die eine genau das Spiegelbild der anderen in Bezug auf die untere Fläche der Glasplatte darstellt. Wir würden also nach (33) die Gleichung für beide Interferenzflächen zusammenschreiben können:

$$\begin{aligned} & 2\{[\bar{z} - \operatorname{tg} \vartheta (\delta_1 \pm Z)]^2 + H^2\} (\delta_1 \pm Z) \\ & + 2 \operatorname{tg}^2 \vartheta [\bar{z} - \operatorname{tg} \vartheta (\delta_1 \pm Z)]^2 (\delta_2 \pm Z) \\ & + \operatorname{tg} \vartheta [\bar{z} - \operatorname{tg} \vartheta (\delta_1 \pm Z)] \{[\bar{z} - \operatorname{tg} \vartheta (\delta_1 \pm Z)]^2 + H^2\} = 0, \end{aligned}$$

wobei das obere Zeichen für die Interferenzfläche des reflectirten, das untere für die des durchgehenden Lichtes gilt und bei ersterer das in den δ enthaltene d die Dicke der Glasplatte, bei letzterer die der Glaslinse bezeichnet.

Schneiden wir die Interferenzfläche durch Ebenen, parallel der centralen Einfallsebene, welch letztere charakterisirt ist durch die Gleichung $H = 0$, so erhalten wir Curven von der Form Fig. 6, die wieder als Spiegelbilder der entsprechenden Curven beim reflectirten Lichte anzusehen sind. In Fig. 6 sind zwei solcher Curven in einer Ebene gezeichnet; dieselben schneiden sich, — so viele man deren auch zeichnen wollte, sämtlich in R_1 , haben eine gemeinschaftliche Tangente in Q_1 und die Hauptgerade $H_1 - H_1$ zur Asymptote.

Die XZ -Ebene ist eine Symmetrieebene für die Fläche, nicht aber die YZ -Ebene (centrale Querebene) und die XY -Ebene (Horizontalebene). Die durch die Hauptgerade und die Y -Axe gelegte Ebene (die Hauptebene) schneidet die Fläche in einer Geraden, die durch R_1 senkrecht zur Einfallsebene geht und als die eine Directrix bereits früher erwähnt wurde. Die Entfernung der Curven, die durch

Schnitte parallel der XZ -Ebene gebildet sind, von der Hauptebene, gemessen in der Richtung unserer Z -Axe, hat zwei Maxima, ein kleineres unterhalb und ein grösseres oberhalb der Hauptebene, und zwar liegen diese Maxima um so näher an der centralen Querebene, je näher der betreffende Schnitt der XZ -Ebene kommt, sie werden aber auch um so kleiner und schliesslich $= 0$. Je weiter man sich umgekehrt von derselben, der centralen Einfallsebene, entfernt, desto mehr nimmt die Senkung der lichtnahen Hälfte unter die Hauptebene und die Entfernung der lichtfernen Hälfte über dieselbe zu, — an Grösse überwiegt immer die letztere.

Auf dieser Interferenzfläche liegen sämtliche Ringe. Diese sind Curven doppelter Krümmung, und zwar Durchschnitte der coaxialen, elliptischen Cylinder, deren Leitlinien parallel der Mikroskopaxe laufen, mit der Interferenzfläche. Die Projection der Ringe in der Richtung der Mikroskopaxe auf eine Horizontalebene ergibt ein System von concentrischen Kreisen. Die in der centralen Einfallsebene befindlichen Ringdurchmesser liegen alle auf der Hauptgeraden, deren Neigung gegen die Horizontalebene, — ebenfalls abhängig vom Einfallswinkel des Lichtes, genau übereinstimmt mit den entsprechenden beim reflectirten Lichte und gleichfalls als deren Spiegelbild angesehen werden kann. Infolge dessen sinkt zwar, — umgekehrt wie beim reflectirten Lichte, die der Lichtquelle zugewandte Hälfte der Durchmesser unter die Horizontale, die andere steigt darüber, aber man muss bei Beobachtungen dem Verlaufe dieser Hauptgeraden nach das Mikroskop ganz in demselben Sinne, wie dort, verschieben, da es ja auf der entgegengesetzten Seite des Linsensystems steht.

Die Durchmesser der einzelnen dunklen Ringe, gemessen auf der Horizontalebene, sind proportional den Quadratwurzeln aus den ungeraden Zahlen, ihr Mittelpunkt ist der scheinbare Berührungspunkt von Platte und Linse.

In der zur centralen Einfallsebene senkrechten Richtung findet sich hier, wie beim reflectirten Lichte, eine Quergerade, welche sämtliche Ringe trifft. Die auf dieser gemessenen Durchmesser der Ringe sind ganz gleich den

entsprechenden Durchmessern der in der Richtung der Mikroskopaxe auf die Horizontalebene projectirten Kreise.

Die lichtnahe Hälfte der Ringe senkt sich langsamer und weniger tief unter die senkrecht zur centralen Einfallsebene durch die Hauptgerade gelegte Ebene (Hauptebene), als sich die lichtferne darüber erhebt, und einzelne Ringe können, — namentlich bei kleinen Einfallswinkeln, ganz oberhalb derselben liegen.

Der Mittelpunkt des Ringsystems, — der scheinbare Berührungspunkt von Platte und Linse, erscheint natürlich im durchgehenden Lichte hell, nicht, wie beim reflectirten, dunkel, aber auch für ihn gilt der von Hrn. Wangerin gefundene Satz, dass man das auf den scheinbaren Berührungspunkt P_1 eingestellte Mikroskop beliebig längs seiner Axe verschieben kann, ohne dass der helle Fleck verschwindet.

Im allgemeinen können wir sagen, dass beim durchgehenden Lichte von den dunklen Ringen dasselbe gilt, was beim reflectirten für die hellen gelten würde.

Fassen wir wieder unsere Interferenzfläche als Spiegelbild derjenigen des reflectirten Lichtes auf, so würden unsere dunklen Ringe die Spiegelbilder der hellen im reflectirten Lichte sein, nicht nur ihrer Lage, sondern auch ihrer Beschaffenheit nach: Denn, wie beim reflectirten Lichte die dunklen Ringe nahezu vollkommen dunkel, die hellen dagegen nur unvollkommen hell erscheinen können, so sind umgekehrt in unserem Falle die hellen Ringe vollkommen hell, die dunklen dagegen nur unvollkommen dunkel, beides infolge des Einflusses der in der Luftlamelle mehrfach reflectirten Strahlen.

Was die einzelnen Ringe betrifft, so liegen die Helligkeitsminima sämmtlicher Ringe in der centralen Einfallsebene, weiterhin aber zeigen noch die innersten Ringe auf der von der Lichtquelle abgewandten Seite je zwei in Bezug auf die Einfallsebene symmetrisch liegende Minimalpunkte. Die sämmtlichen übrigen Punkte sind — wegen der anderen, nicht in der Richtung der Mikroskopaxe verlaufenden Strahlenpaare — weniger deutlich und nehmen an Deutlichkeit

ab, je grösser die Ringzahl und der Einfallswinkel des Lichtes wird.

Der Grund endlich für den Umstand, dass im durchgehenden Lichte die Newton'schen Farbenringe viel weniger deutlich sind, als im reflectirten, ist wohl darin zu suchen, dass in ersterem Falle der zweimal reflectirte Strahl eines jeden interferirenden Strahlenpaares gegenüber dem direct durchgehenden eine doppelte, bedeutende Schwächung seiner Intensität durch die doppelte Reflexion — an Linse und Glasplatte — erleidet, und die Interferenz deshalb nicht eine nahezu vollkommene sein wird, wie beim reflectirten Lichte, wo beide Strahlen, sowohl der an der Glasplatte wie der an der Linse reflectirte, durch eine einmalige Reflexion eine gleichmässige Schwächung erleiden; die von Fresnel für die Intensität des reflectirten und gebrochenen Lichtes aufgestellten Formeln gewähren hierzu leicht eine deutliche Veranschaulichung durch Zahlen.

II. *Intensitätsmessungen des diffusen Tageslichtes;* *von Leonhard Weber.*

(Hierzu Taf. IV Fig. 7—16.)

Die wenigen bisher vorliegenden Messungen der Intensität des diffusen Lichtes leiden einerseits an dem Mangel einer präzisen Definition dessen, was unter jener Intensität zu verstehen ist, andererseits an einer passenden Auswahl derjenigen Hülfsheile, welche den gebräuchlichen photometrischen Apparaten zu gedachtem Zwecke hinzuzufügen sind. Die nachfolgenden Mittheilungen versuchen es, diesen Mängeln in etwas abzuhefen, und es soll deswegen im Abschnitt I eine Definition und geometrische Darstellung der Intensität des diffusen Lichtes, in II eine Methode der Beobachtung desselben und in III eine Anwendung auf die Ausmessung des diffusen Tageslichtes beschrieben werden.

I. Darstellung der Intensität des diffusen Lichtes.

Sei P ein Punkt, der vom diffusen Lichte getroffen wird. Man könnte versuchen, die Intensität des letzteren durch einen einzigen Zahlenwerth auszudrücken etwa dadurch, dass man einen Ausdruck für die lebendige Kraft des in der Volumeneinheit bei P schwingenden Lichtäthers aufstellt, oder dadurch, dass man die Lichtmenge angibt, welche auf eine um P beschriebene Kugel fällt. Durch dies Verfahren würden nun zwar Werthe gewonnen werden können, welche eine gewisse von der Intensität des Lichtes abhängige Grösse darstellen; allein man würde keineswegs eine vollständige Beschreibung jener Intensität hierdurch gewinnen. Zu einer solchen sind vielmehr allgemein unendlich viele Zahlenangaben oder eine entsprechende räumlich ausgedehnte geometrische Darstellung erforderlich. Diese wird wiederum verschieden ausfallen, jenachdem durch dieselbe entweder 1) die Position und Intensität der den Punkt P umgebenden leuchtenden Körper oder 2) die Beleuchtungsverhältnisse eines in P gedachten Körpers dargestellt werden sollen. Im Falle 1) würde die Darstellung derart zu machen sein, dass man von P aus nach allen Richtungen des Raumes Strahlen zieht, und die Länge jedes desselben proportional mit der Helligkeit des von ihm getroffenen leuchtenden Körpers macht. Legte man alsdann durch die Endpunkte dieser Radienvectoren eine begrenzende Fläche, so würde man einen um P liegenden Körper erhalten, welcher eine vollständige Beschreibung des von allen Seiten auf P einstrahlenden Lichtes enthielte. Der Fall 2), nämlich die Darstellung der Beleuchtung eines in P gedachten Körpers oder der Helligkeit, welche seine einzelnen Theile erhalten, wird hiermit nicht zugleich erledigt. Denn hierzu müsste man berechnen, wie gross die Lichtmengen sind, die von den leuchtenden Körpern auf die einzelnen Flächentheile eines in P befindlichen Körpers geworfen werden. Eine vollständige Beschreibung der Intensität des diffusen Lichtes in einem Punkte P besteht demnach in diesem zweiten Sinne darin, für alle denkbaren Lagen eines in P befindlichen Flächenele-

menten df die Lichtmengen anzugeben, welche auf dasselbe fallen. Es ist also eine ähnliche Supposition erforderlich, wie man sie braucht, um den Druck in einer Flüssigkeit an einer Stelle zu definiren. Während aber in letzterem Falle die Lage des Flächenelementes gleichgültig ist, ist dies zur Angabe der Lichtintensität von wesentlichem Belang. Man wird also im allgemeinen verschiedene Zahlenwerthe erhalten je nach der Lage des gedachten Elementes df . Diese unendlich vielen Zahlenwerthe sind nun freilich der Darstellung durch eine einzige der Potentialfunction gleichgebildete Function der rechtwinkligen Coordinaten fähig, deren Differentialquotienten nach verschiedenen Richtungen genommen, die Lichtmengen angeben würden, welche das auf jene Richtungen senkrecht stehende Element df empfängt. Vorderhand ist es jedoch vorzuziehen, die je nach der Lage des Elementes df variablen Lichtmengen einer directen geometrischen Darstellung zu unterwerfen.

Zu diesem Zweck seien (Fig. 7) $df\ df'\ df''$ die verschiedenen Lagen von df ; $n\ n'\ n''$ die entsprechenden Normalen; $q\ q'\ q''$ die entsprechenden Lichtmengen. Man kann alsdann um den Punkt P einen Körper construiren von der Beschaffenheit, dass die Länge der einzelnen von P aus in den Richtungen $n\ n'\ n'' \dots$ gezogenen Radienvectoren proportional ist denjenigen Lichtmengen $q\ q'\ q'' \dots$, welche auf die zu $n\ n'\ n'' \dots$ senkrechten Elemente $df\ df'\ df'' \dots$ fallen. Ein solcher Körper würde die vollständige Beschreibung der für die Beleuchtung eines in P befindlichen Körpers in Betracht kommenden Intensitätsverhältnisse des diffusen Lichtes enthalten und könnte etwa bezeichnet werden als der für P geltende Helligkeitskörper der vorhandenen Lichtquellen.

Die Construction eines solchen Helligkeitskörpers möge hier für zwei einfache Fälle durchgeföhrt werden.

a) Gegeben ein in grossem Abstände R von P gelegener leuchtender Punkt A (s. Fig. 8). df sei eine der Lagen des in P zu fingirenden Flächenelementes, i der Winkel APn , Pn die Normale zu df . Dann ist mit Benutzung bekannter

photometrischer Grundformeln die auf df fallende Lichtmenge q :

$$q = \frac{J \cdot \cos i \cdot df}{R^2}$$

oder wenn man, um unabhängig von der Grösse df zu sein, mit $h_n = q/df$ die durch A für die betreffende Lage von df indicirte Helligkeit bezeichnet:

$$h_n = \frac{J \cdot \cos i}{R^2}.$$

Da für verschiedene Richtungen n J und R constante Grössen sind, so ist allgemein:

$$h = C \cdot \cos i.$$

Wählt man die Constante C beliebig, etwa entsprechend einer conventionellen Lichteinheit, und macht $Pn = h$, so sieht man leicht, dass für variable Lage von df und mithin von Pn alle Punkte n auf der Oberfläche einer Kugel liegen, deren Mittelpunkt auf der Linie AP um $C/2$ von P entfernt liegt. Der Helligkeitskörper ist also in diesem Falle eine Kugel.

b) Gegeben sei eine leuchtende Halbkugel von überall gleicher Helligkeit H . Es soll der Helligkeitskörper für einen im Mittelpunkt der Basisfläche gelegenen Punkt P berechnet werden.

df sei eine beliebige Lage des beleuchteten Elementes in P . Dasselbe empfängt dann Licht von dem sphärischen Zweieck CB (s. Fig. 9), dessen Oeffnungswinkel $= 180^\circ - \alpha$ ist, wenn α die Zenithdistanz der Normalen von df ist.

Die Beleuchtung von df ist offenbar dieselbe, als wenn ein in der Basisfläche AB bei P gelegenes Element von dem sphärischen Zweieck AD beleuchtet würde, wobei AD wiederum $= 180^\circ - \alpha$ ist. Die letztere Beleuchtung kann in folgender Weise berechnet werden. In der Basisfläche AB ziehe man die zu AB Senkrechte LM (s. Fig. 10). Durch L und M lege man grösste Kreise, deren zwei den Abstand $d\vartheta$ haben mögen, rechtwinklig dazu Parallelkreise, deren zwei den Abstand $d\varphi$ haben mögen. Die Grösse eines Flächenelementes dF ist alsdann:

$$dF = r^2 \sin \varphi \, d\varphi \, d\vartheta,$$

wenn r der Radius der Halbkugel ist. Die von dF auf das in AB bei P liegende Element df geworfene Lichtmenge ist dann:

$$q = \frac{dF \cdot df \cdot H \cdot \cos i}{r^2},$$

worin i den Winkel bedeutet, welchen die Linie PdF mit der auf AB Senkrechten bildet. Es ist aber:

$$\cos i = \sin \vartheta \cdot \sin \varphi$$

und mithin: $q = H \cdot df \sin^2 \varphi \sin \vartheta d\varphi d\vartheta$.

Durch Integration bezüglich φ von $\varphi = 0$ bis $\varphi = 180^\circ$ findet man die von dem Elementarzweieck $LdFM$ auf df geworfene Lichtmenge:

$$H \cdot df \cdot \frac{\pi}{2} \sin \vartheta d\vartheta,$$

durch abermalige Integration in Bezug auf ϑ von $\vartheta = 0$ bis $\vartheta = 180 - \alpha$ ergibt sich die von dem Zweieck AD auf das in AB gelegene Flächenelement geworfene Lichtmenge zu:

$$Hdf \cdot \pi \cos^2 \frac{\alpha}{2},$$

oder die indicirte Helligkeit des von AD beleuchteten Elementes df ist:

$$h = H \cdot \pi \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}.$$

Dies ist aber, wie oben bemerkt, dieselbe Helligkeit, welche das Element df in der in Fig. 9 gezeichneten Lage von dem Zweieck CB erhalten würde, also die zunächst zu berechnende Grösse.

Construirt man nun mit den Werthen h um den Punkt P einen Körper, dessen Radienvectoren $\varrho = h$ sind, so erhält man den Rotationskörper einer Kardioide (Fig. 11), deren Gleichung in Polarcoordinaten:

$$\varrho = H \cdot \pi \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

ist. Das Rotationskardioid ist demnach der Helligkeitskörper für einen in der Mitte der Basisfläche gelegenen von einer überall gleich hellen Halbkugel beleuchteten Punkt.

Mit Berücksichtigung bekannter photometrischer Sätze erhält man dieselbe Form des Helligkeitskörpers, wenn der

Punkt P von einer unendlich ausgedehnten überall gleich hellen Ebene beleuchtet würde.

Diese beiden Beispiele a) und b) geben, wie sofort übersichtlich, die theoretische Lösung für zwei specielle Fälle der Tagesbeleuchtung auf freier Erdoberfläche. Das Beispiel a) entspricht näherungsweise dem Falle, in welchem die Sonne bei klarstem, also möglichst dunklem Himmel scheint. Das Beispiel b) entspricht dem Falle eines mit Wolken gleichmässig bedeckten Himmels von überall gleicher Helligkeit. Ist der Himmel gleichmässig hell, ohne dass die Sonne ganz verschleiert ist, so erhält man als Helligkeitskörper einen Raum, dessen Durchschnitt mit der durch die Sonne und den Beobachtungsort gelegten Verticalebene in Fig. 12 angedeutet ist, in welchem nämlich die einzelnen Radienvectoren die Summen der übereinander gelagerten Kugel- und Kardioidvectoren sind.

Die von der Sonne allein indicirte Maximalhelligkeit ist hierbei willkürlich gleich dem Dreifachen der vom Himmel indicirten Maximalhelligkeit gesetzt. Schon bei einigermassen klarem Himmel steigt das Verhältniss auf das Zehnfache und darüber, sodass dann der kugelförmige Helligkeitskörper der Fig. 8 nur geringförmig durch das Kardioid abgeändert wird.

In dem gewöhnlichen Falle eines durch einzelne Wolken ungleich hellen Himmels wird der Helligkeitskörper entsprechend unregelmässig.

II. Die Methode der Beobachtung.

Zur Darstellung der Intensität des diffusen Lichtes kommt es nach dem Voraufgegangenen nur darauf an, die Lichtmengen zu ermitteln, welche auf ein in verschiedene Lagen gebrachtes ebenes Flächenelement fallen, etwa einen weissen Carton oder dergleichen, oder anders ausgedrückt, die für ein solches Element indicirte Helligkeit h zu messen. Die letztere würde für eine dem Emanationsgesetz vollkommen gehorchende Fläche proportional der erlangten Helligkeit H (der *claritas visa* Lambert's) sein. Denn es bestehen folgende Relationen, wenn man noch mit q die

auffallende, mit q' die reflectirte gesammte Lichtmenge, mit h die indicirte Helligkeit und mit μ die Albedo der Fläche bezeichnet:

$$(1) \quad \frac{q'}{q} = \mu, \quad (2) \quad h = \frac{q}{df} = \frac{q'}{\mu \cdot df},$$

$$(3) \quad q' = \pi H \cdot df, \quad (4) \quad H = \frac{\mu \cdot h}{\pi}.$$

$$H = \frac{q'}{\pi df},$$

In dem fingirten idealen Falle einer solchen Fläche würde demnach eine Ausmessung von H zur Bestimmung von h genügen. Die Prüfung der Relation (4) kann für gegebene weisse matte Flächen in der Weise erfolgen, dass man dieselben durch eine punktförmige constante Lichtquelle J unter verschiedenen Incidenzwinkeln i beleuchtet. Es ist dann, wenn R der Abstand der Lichtquelle von der Fläche ist:

$$h = \frac{J \cdot \cos i}{R^2}$$

und es müsste demnach für ein constantes R , also für eine im Kreise herumgeführte Lichtquelle, J zufolge (4):

$$(5) \quad H = p \cdot \cos i$$

sein, worin p ein Proportionalitätsfactor ist. Die bekannten Typen weisser, glanzloser Flächen, wie Carton, Gyps, Flächen mit Barytweiss gestrichen, entsprechen der Relation (5) nur angenähert, und zwar meist nur für kleine Incidenzwinkel. So fand Kononowitsch¹⁾ für weissen Carton folgende Werthe, wobei für $i = 0^\circ$ $H = 1000$ gesetzt war:

| i | H berechnet | H beobachtet | Differenz in Proc. |
|-----|------------------|-------------------|-----------------------|
| 0 | 1000 | 1000 | 0 |
| 10 | 985 | 962 | 2 |
| 20 | 940 | 836 | 12 |
| 30 | 866 | 699 | 24 |
| 40 | 766 | 562 | 36 |
| 50 | 643 | 469 | 38 |
| 60 | 500 | 354 | 41 |
| 70 | 342 | 231 | 48 |

Aehnliche und in demselben Sinne gelegene Abwei-

1) Kononowitsch, Schrift. d. math. Abth. d. neuruss. naturf. Ges. 2. 1879 u. Fortschr. d. Phys. 35. p. 430. 1879.

chungen fand ich bei einer im reflectirten Lichte beobachteten, mit Barytweiss gestrichenen Tafel, sowie bei einer mattirten Milchglasscheibe. Obwohl die Abweichungen bei letzterer schon bedeutend geringer ausfielen, so suchte ich doch nach einer besseren Methode. Eine solche fand sich durch die Beobachtung des transparenten Lichtes einer matt geschliffenen Milchglastafel. Ist nämlich ν der Transparenzcoefficient einer solchen Platte, d. h. das Verhältniss des gesammten austretenden zu dem gesammten auffallenden Licht, so gelten die entsprechenden Relationen:

$$(4_a) \quad H = \frac{\nu \cdot h}{\pi} \quad \text{und} \quad (5_a) \quad H = p \cdot \cos i.$$

Die Prüfung von (5_a) wurde in folgender Weise gemacht. Auf einem starken um eine verticale Axe drehbaren, auf einer Tischfläche liegenden Brette wurde eine Gasflamme installirt, welche durch einen vorzüglichen Gasdruckregulator aus der Fabrik der Herren P. Suckow u. Co., Breslau, sehr constant erhalten werden konnte. Senkrecht über der Drehaxe in der Höhe der Flamme befand sich, fest aufgestellt, die aus weissem mattirten Milchglase bestehende vordere Verschlussplatte des weiter unten beschriebenen Photometers. Durch die Einstellung des letzteren wurde unmittelbar ein relatives Maass der Helligkeit des transparenten Lichtes der Platte gewonnen. Die Gasflamme wurde nun aus der anfänglichen Stellung senkrechter Incidenz von 10 zu 10 Grad im Kreise herumgedreht. Es ergaben sich bei vier hin und zurück gemachten Beobachtungsreihen folgende Werthe:

| Einfallswinkel | Beobachtete Helligkeit $H = 1000$ für $i = 0^\circ$ | | | | Mittel der Beobachtung | cos Zahlen cos $0^\circ = 100$ | Differenz in Proc. |
|----------------|--|---------|---------|---------|------------------------|-----------------------------------|-----------------------|
| | Reihe 1 | Reihe 2 | Reihe 3 | Reihe 4 | | | |
| 0 | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 | 0 |
| 10 | 967 | 983 | 981 | 991 | 980 | 985 | + 0,51 |
| 20 | 920 | 927 | 952 | 942 | 935 | 940 | + 0,53 |
| 30 | 848 | 861 | 871 | 861 | 860 | 866 | + 0,70 |
| 40 | 749 | 748 | 761 | 759 | 754 | 766 | + 1,6 |
| 50 | 664 | 649 | 676 | 671 | 665 | 648 | - 3,2 |
| 60 | 535 | 520 | 539 | 521 | 529 | 500 | - 5,5 |
| 70 | 374 | 386 | 365 | 365 | 372 | 342 | - 8,1 |
| 80 | 219 | 215 | 213 | 205 | 213 | 174 | -18,3 |

Aus diesen Beobachtungen geht hervor, dass die Helligkeit einer mattirten Milchglasscheibe im transparenten Licht bis zu einem zwischen 40 und 50° liegenden Incidenzwinkel als proportional der nach dem Cosinusetz berechneten indicirten Helligkeit der vorhandenen Lichtquellen betrachtet werden kann. Bei grösseren Incidenzwinkeln wächst die beobachtete Helligkeit gegenüber der berechneten dem Vorzeichen nach in entgegengesetztem Sinne wie bei reflectirtem Lichte. Für die vorliegenden Zwecke wird demnach die Abweichung obiger Zahlen erst in Betracht kommen, wenn die transparenten, zur Beobachtung verwandten Platten unter sehr grossen Incidenzwinkeln von den Lichtquellen beleuchtet werden, wenn also z. B. eine horizontal aufgestellte Platte von der niedrig stehenden Sonne beleuchtet wird. Einen wie geringen Einfluss dagegen die gefundenen Abweichungen auf das Gesamtergebn haben, wenn die Lichtquellen gleichmässig vertheilt sind, wenn also z. B. eine horizontale Milchglastafel von einem gleichmässig hellen Himmel beleuchtet wird, erkennt man folgendermassen:

Ein in P (Fig. 13) liegendes horizontales Element werde von der in gleichmässiger Helligkeit H gedachten Halbkugel AZB beleuchtet. Man zerlege sich die letztere durch Parallelkreise in Elementarzonen, welche mit dem Horizonte parallel laufen. Eine solche, etwa in der Zenithdistanz i gelegene besitze die Projection dI bezüglich einer Verticalen. Alsdann ergibt sich leicht, dass die von dieser Elementarzone für das Element df indicirte Helligkeit gleich ist:

$$\frac{2\pi \cdot l \cdot dI \cdot df \cdot H}{R^2},$$

oder, anders ausgedrückt, proportional dem Inhalte des unendlich schmalen Trapezes zq . Hieraus folgt sofort, dass die ganze von der Zone α indicirte Helligkeit durch Pzq , die von der Calotte i indicirte Helligkeit durch $ZzqQ$ und die von der ganzen Halbkugel indicirte Helligkeit durch das Dreieck ZPQ dargestellt wird.

Die dem Horizonte benachbarten Zonen des Himmels tragen mithin sehr wenig zur Gesammtheit der für das horizontale Flächenelement indicirten Helligkeit bei. So liefert

die Zone bis zu 10° über dem Horizont, wie leicht zu berechnen, nur $0,0303 \dots (= \cos^2 80^\circ)$ oder 3 Proc. der von der ganzen Hemisphäre herrührenden Helligkeit. Nimmt man daher die transparente Helligkeit einer von dem Himmel erleuchteten Milchglasplatte als Maass der indicirten Helligkeit, so werden die obigen, bei grösseren Incidenzwinkeln auftretenden Abweichungen von dem Cosinusgesetz das Gesamtergebnis dennoch nur geringfügig beeinflussen. In Fig. 14 ist das Dreieck ZPQ der Fig. 13 nochmals gezeichnet und gleichzeitig die Linie $Pq'q''Q$ gezogen, welche dadurch gewonnen ist, dass statt der Cosinuslinien zq die entsprechenden Beobachtungswerte von Tafel I eingetragen sind. Die Fläche $Pq'q''QZ$ ist, wie sich aus einer genauen graphischen Ermittlung ergab, nahezu 3 Proc. grösser, als das Dreieck PQZ . Um diesen Betrag wird demnach für den speciellen Fall des gleichmässig hellen Himmels die im transparenten Licht beobachtete Helligkeit zu gross ausfallen gegenüber der indicirten.

Im Falle eines dunklen Horizontes oder einer geneigten Lage der Milchglasplatte würde die Abweichung noch beträchtlich kleiner werden.

Die vorstehenden Ueberlegungen gestatten den Schluss: Es kann die Helligkeit des transparenten Lichtes einer matt geschliffenen Milchglasplatte, welche von diffusen Lichtquellen beleuchtet wird, im wesentlichen als proportional der von jenen Lichtquellen für die Lage der Glasplatte indicirten Helligkeit angesehen werden. Der dabei begangene Fehler ist nicht nur ein geringfügiger, sondern derselbe kann auch durch eine an dem Resultat anzubringende Correction bis auf eine zu vernachlässigende Grösse beseitigt werden. Insbesondere wird sich bei Wiedergabe der Beobachtungen des diffusen Tageslichtes zeigen, dass gegenüber den bedeutenden Schwankungen der zu messenden Grössen jener Fehler kaum in Betracht kommt.

Es bleibt noch zu erörtern, welche Maasseinheit der indicirten Helligkeit zu Grunde zu legen ist. Man kann eine solche aus einer der conventionellen Lichteinheiten, z. B. der

englischen Wallrathkerze oder Siemens'schen Platineinheit, herleiten, und es ist fast unmittelbar gegeben, diejenige Helligkeit gleich Eins zu setzen, welche von einer Kerze (Einheit) in der Entfernung eines Meters bei senkrechter Incidenz für eine ebene Fläche indicirt wird. Diese Einheit kann als Meternormalkerze bezeichnet werden.

Zur weiteren Klarstellung der Beziehung zwischen indicirter Helligkeit und derjenigen Helligkeit (der *claritas visa*) einer Fläche, welche uns dieselbe sichtbar macht, diene Folgendes. Ein weisser Carton, dessen Albedo μ ist, werde von einer Platineinheit (1 qcm Oberfläche schmelzenden Platins) in 1 m Entfernung bei senkrechter Incidenz beleuchtet. Die Helligkeit des schmelzenden Platins sei \S ; diejenige des erleuchteten Cartons sei H . Dann geht die in Betracht kommende photometrische Grundformel:

$$\frac{\pi H}{\mu} = h = \frac{q}{df} = \frac{dF \cos i \cdot \cos e}{R^2} \cdot \S.$$

über in:

$$H = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{100 \cdot 100} \cdot \frac{\S \cdot \mu}{\pi},$$

oder, wenn man consequenterweise $\S = 1$ setzt, in:

$$H = \frac{1}{\pi \cdot 10000} \cdot \mu.$$

Da nun andererseits die indicirte Helligkeit des Cartons gleich Eins ist, so ergibt sich, dass eine Fläche, welche von Lichtquellen mit der indicirten Helligkeit von n Meterplatineinheiten beleuchtet wird, eine Helligkeit erlangt, welche gleich $n \cdot \mu / \pi \cdot 10000$ von derjenigen des schmelzenden Platins ist. Wird z. B. die indicirte Maximalhelligkeit im Sonnenschein zu 5000 Meterplatineinheiten gefunden, so wird ein daselbst senkrecht beschienener weisser Carton, dessen Albedo 0,85 betragen möge, eine Helligkeit besitzen, welche sich zu derjenigen des schmelzenden Platins verhält wie $(5000 \times 0,85) / (\pi \cdot 10000) : 1$ oder etwa wie 1:7,4. Diejenige indicirte Helligkeit, bei welcher noch ohne Nachtheil für das Auge gelesen werden kann, lässt sich auf $\frac{2}{3}$ Meterplatineinheiten oder ca. 10 Meternormalkerzen veranschlagen.

Die Methode der Beobachtung des diffusen Tageslichtes besteht also darin, eine matt geschliffene Milchglasplatte in verschiedenen Lagen dem Lichte zu exponiren, die Helligkeit des transparenten Lichtes zu messen und als Einheit dabei diejenige Helligkeit zu nehmen, welche durch eine in 1 m Distanz aufgestellte Lichteinheit entsteht.

Die bei photometrischen Untersuchungen solcher Lichtquellen auftretende Schwierigkeit, welche andere Farbe als das Normallicht besitzen, lässt sich bekanntlich auf rein physikalischem Wege nur insoweit beseitigen, dass man sich auf die spectrophotometrische Vergleichung einzelner Farben beschränkt, woraus jedoch nicht, wie das häufig geglaubt wird, ein Zahlenwerth für die Gesamtheit des beobachteten Lichtes resultirt. Man gelangt vielmehr zu einem solchen nur durch Benutzung von Methoden, welche mehr oder weniger physiologischen individuellen Einflüssen ausgesetzt sind. Dahin gehört z. B. die Vierordt'sche Methode und, streng genommen, auch die Wild'sche Methode der Beobachtung der minimalen Stärke der Interferenzstreifen bei verschieden gefärbtem Licht. Einen anderen auf die Methode der Sehschärfe basirten und mit einfacheren Hilfsmitteln zu verfolgenden Weg habe ich früher¹⁾ beschrieben. Derselbe ist in Kürze folgender. Diejenige Zahl, welche die bezüglich der Sehschärfe verstandene Aequivalenz entweder einer punktförmigen Lichtquelle oder einer indicirten Helligkeit im Vergleich zu den entsprechenden Grössen einer Normalkerze ausdrückt, sei als Beleuchtungskraft B bezeichnet, dann kann man:

$$B = k \cdot J, \text{ resp. } B = k \cdot H$$

setzen²⁾, worin J und H die Intensität, resp. die indicirte Helligkeit eines beliebig gewählten, möglichst monochromatischen Strahlenbündels der Lichtquellen z. B. des durch ein rothes Glas gegangenen Lichtes sind, und k ein von dieser Farbe und der Lichtquelle abhängiger Factor ist. Eine Bestim-

1) L. Weber, Electrot. Zeitschr. 5. p. 166. 1884.

2) L. Weber, Wied. Ann. 20. p. 326 ff. 1883.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXVI.

nung von k lässt sich dann entweder direct machen mit Hülfe von passenden Objecten, welche auf Erkennbarkeit geprüft werden¹⁾ oder dadurch, dass noch in einer zweiten Farbe, z. B. Grün, beobachtet wird und aus dem Verhältniss beider Werthe k mittelst einer durch besondere Vorversuche hergestellten Tabelle gefunden wird.

Die unter Abschnitt III beschriebenen Beobachtungen sind nun mit Hülfe theils eines rothen, theils eines grünen, vor das Auge gehaltenen Glases gemacht, deren Farbe noch genauer angegeben wird. Das rothe Glas ist soweit monochromatisch, dass Kerzen- und Tageslicht, dadurch gesehen, nicht zu unterscheiden ist. Dies ist völlig ausreichend, da eine absolute Monochromasie nicht erforderlich ist, vielmehr den Nachtheil haben würde, dass man geringe Lichtstärken nicht beobachten könnte. Das benutzte grüne Glas war nicht völlig so beschaffen, und ist deshalb der Einstellungsfehler ein wenig grösser. Jede der beiden Beobachtungsreihen in Roth und Grün gibt daher für sich ein rein physikalisches Maass für die Intensität des betreffenden physikalisch definirbaren Strahlencomplexes des Tageslichtes. Die Combination beider Reihen gestattet, einen physiologisch individuell beeinflussten Zahlenwerth für Aequivalenz des Tageslichtes mit dem Normallicht aufzustellen.

III. Anwendung auf das diffuse Tageslicht.

Eine vollständige Darstellung der Intensität des Tageslichtes besteht nach dem in I Gesagten in der Construction des einem Punkte der Erdoberfläche zukommenden Helligkeitskörpers, dessen einzelne Radienvectoren empirisch zu bestimmen sind aus der transparenten Helligkeit einer in verschiedene Lagen gebrachten mattirten Milchglastafel. Hierzu kann jeder photometrische Apparat benutzt werden, welcher die Helligkeit einer beliebig gemengt aufgestellten Fläche zu messen gestattet. Besonders bequem lässt sich dies, wie ich glaube, mit dem von den Herren Fr. Schmidt

1) L. Weber, *Electrot. Zeitschr.* 5. p. 169. 1884.

und Haensch nach meinen Angaben construirten Photometer¹⁾ ausführen. Schliesst man nämlich den drehbaren Tubus *B* (Fig. 15) mit einer mattirten Milchglasplatte *u* ab, welche nach Beseitigung des Abblendungsconus *k* noch vor den zur Aufnahme der Schwächungsgläser *b* bestimmten Kasten gesetzt wird und ihren Halt durch vier kleine Schraubköpfe gewinnt, so kann man durch Drehung des Tubus *B* diese Platte in jede beliebige Neigung gegen den Horizont bringen, und zwar immer derart, dass dieselbe von dem gesammten durch ihre Ebene markirten Himmelssegment beleuchtet wird, ohne dass die Stellung des Beobachters oder sonstige Theile des Apparates einen Schatten auf dieselben werfen. Die Einstellung und Ablesung des Apparates gibt dann sofort ein Maass für die Intensität des durch die vorgesetzte Milchglasplatte hindurchgegangenen Lichtes, und man erhält die vorhin beschriebene Einheit dieses Maasses, nämlich die Meterkerze, indem man einen zweiten Versuch in der Dunkelkammer macht, bei welchem die mattirte Milchglasplatte von einer Lichteinheit in 1 m Distanz senkrecht beleuchtet wird.

Beschränkt man sich, wie ich das bei den regelmässigen Beobachtungen in Breslau im December und Januar 1884/85, sowie im Juni und Juli 1885 gethan habe, auf die Ausmessung des verticalen Radiusvectors des Helligkeitskörpers, so kann man in Ermangelung eines vollkommen freien Beobachtungsplateaus das beschriebene Verfahren folgenden zwei Modificationen unterwerfen.

1. Falls zwei in einem Thurme vorhandene gegenüberliegende Fenster disponibel sind, welche beide von je der Hälfte der Himmelskugel beschienen werden, so kann man zwei correspondirende Beobachtungen aus beiden Fenstern machen und die Resultate additiv vereinigen. Dabei ist der drehbare Beobachtungstubus des Photometers vertical ausserhalb des Fensters zu stellen, sodass die abschliessende Milchglasplatte *u* horizontal liegt, und durch einen leicht anzubringenden schwarzen Schirm ist das von der Mauer oder den Fenstern reflectirte Licht abzuhalten.

1) L. Weber, Wied. Ann. 20. p. 326. 1883. Centr. Zeit. f. Opt. u. Mech. 4. p. 181. 194. 1883. Journ. f. Gasb. u. Wasservers. 1885.

2. Falls in dem Dache des Beobachtungsortes eine Oeffnung vorhanden ist, kann man etwa so verfahren, wie ich die regelmässigen Beobachtungen im magnetischen Observatorium des physikalischen Institutes angestellt habe. Von der Decke *D* (s. Fig. 16) des Observatoriums *O* führt ein 1 m hoher, 63/63 cm weiter, mit Holz verkleideter Kanal *c* durchs Dach, der für gewöhnlich mit einer leicht zu beseitigenden Klappe verschlossen ist. Es wurde nun ein an beiden Enden offener Holzkasten *T* hergestellt von 1,60 m Länge und 40/40 cm Weite; derselbe wurde oben mit einer 40/40 cm grossen mattirten Milchglastafel *M* abgeschlossen, innen durch schwarze Tuchtapete ausgekleidet und mittelst dreier Holzknacken und Eisenträger derart in dem Kanale *c* aufgehängt, dass die Platte *M* genau horizontal und genügend hoch über dem Dache zu liegen kam. An dem unteren Ende wurde das Photometer *P* angeschraubt und der bewegliche Beobachtungstubus *B* desselben vertical gerichtet. Von einem Gerüste *G* aus wurde die Einstellung des Photometers gemacht. Das Einhängen von *T* konnte bequem in einigen Minuten gemacht werden.

Bei dieser Anordnung war *M* diejenige Platte, deren Helligkeit im transparenten Licht als Maass des von dem Himmel gesandten diffusen Lichtes, und zwar des verticalen Radiusvectors des Helligkeitskörpers benutzt wurde.

Nach Beendigung der täglichen Beobachtungen, deren jede in weniger als einer Minute zu machen war, wurde der Kasten *T* abgenommen, was mit wenig Handgriffen ausgeführt werden konnte, um die gegen Schmutz empfindliche Platte *M* vor Regen und Staub zu schützen.

Bei Anwendung dieser zweiten Modification erfährt natürlich jener Vorversuch, welcher zur Gewinnung des Einheitsmaasses oder mit anderen Worten zur Bestimmung der Constanten des Photometers erforderlich ist, eine entsprechende Aenderung, indem nun der ganze Holzkasten *T* in die Dunkelkammer gebracht werden muss.

Die gleichzeitige Anwendung der Modificationen 1) und 2) ergibt eine Controle für die Genauigkeit der Messung.

Ich habe solche Controlversuche an drei Tagen ausgeführt und erhielt:

| Datum | Zeit | Mit Apparat Fig. 16. | Nach den Modificationen 1) aus dem Fenster nach: | | | |
|----------|------------------------|-------------------------|---|------|------|------|
| | | | WNW | OSO | NNO | SSW |
| 13. Jan. | 12 ^h 22—31' | 3013 | 1460 | 1640 | 1610 | 1510 |
| | | | 3100 | | 3120 | |
| 15. Jan. | 12 ^h 20—27' | 6607 | 1990 | 4370 | 1430 | 4920 |
| | | | 6360 | | 6350 | |
| 16. Jan. | 12 ^h 11—15' | 3443 | — | | 1640 | 1940 |
| | | | 3580 | | | |

Hierin bedeuten die fettgedruckten Zahlen die Grösse des verticalen Radiusvectors des Helligkeitskörpers gemessen nach Meterspermacerkerzen, und zwar für rothes Licht.

Die Details der regelmässigen Tageslichtbeobachtungen vom December und Januar finden sich in der meteorologischen Zeitschrift vom Mai und Juni 1885 abgedruckt. Die Resultate der in Breslau zur wahren Mittagszeit angestellten Beobachtungen vom December 1884, Januar, Juni, Juli 1885 waren:

| | December | | Januar | | Juni | | Juli | |
|--------------|----------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------|
| | Roth | Grün | Roth | Grün | Roth | Grün | Roth | Grün |
| Monatsmittel | 3834 | 11549 | 6875 | 20447 | 51802 | 151233 | 37309 | 105230 |
| Maximum | 9863 | 24270 | 13770 | 37330 | 76560 | 211800 | 69180 | 164400 |
| Minimum | 569 | 2178 | 1592 | 5385 | 4519 | 18410 | 8414 | 31120 |

Die genauere Definition der benutzten Farbencomplexe wurde mittelst eines Glan'schen Spectrophotometers gewonnen. Die Gläser wurden zu dem Zwecke vor die untere Hälfte des Spaltes gestellt, welcher auf eine von Gaslicht scharf beleuchtete mattirte Glasplatte gerichtet war. Die durch die Ablesungen gewonnenen Intensitätsverhältnisse wurden mit den Ordinaten einer aus den Macé de Lépinay'schen Untersuchungen resultirenden Intensitätscurve für Benzinlicht multiplicirt und ergaben dadurch zwei mit sehr scharf ausgeprägten Maximis versehene Curven für Roth und Grün. Das durch das rothe Glas gegangene Licht war merklich zwischen den Grenzen $\lambda = 600$ und $\lambda = 690$, und hatte ein sehr scharfes Maximum bei $\lambda = 630,5$; für das grüne Glas waren die entsprechenden Werthe $\lambda = 480$ bis $\lambda = 570$ mit einem Maximum bei $\lambda = 541,5$.

Breslau, August 1885.

III. *Ueber Herstellung des Farbendreiecks durch wahre Farbenmischung; von W. von Bezold.*

Bekanntlich hat schon Newton nachgewiesen, dass sich die Gesammtheit aller Farbenempfindungen, deren ein gesundes Auge fähig ist, sofern man die Helligkeit nicht in Betracht zieht, beziehungsweise über dieselbe in gewisser Weise verfügt, auf einer Fläche, der sogenannten Farbentafel darstellen lässt.

Will man auch noch die Helligkeit berücksichtigen, so braucht man nur die dritte Dimension zu Hülfe zu nehmen, wie dies zuerst Lambert bei der Construction seines Farbenkegels gethan hat.

Diese Art der Darstellung liefert bei richtiger Vertheilung der einzelnen Farben zugleich einen verhältnissmässig einfachen Ausdruck für das Gesetz der Farbenmischung insofern sich dasselbe alsdann auf blosse Schwerpunktsconstructionen zurückführen lässt, was ebenfalls schon von Newton angedeutet wurde.

Wie dieses Gesetz durch Hrn. v. Helmholtz und Maxwell nach der experimentellen, durch Grassmann nach der mathematischen Seite hin bewiesen wurde, darf ebenfalls als bekannt vorausgesetzt werden.

Wenn nun auch durch diese Untersuchungen das Gesetz in allgemeinen Zügen und in abstrakter Weise festgestellt ist, so hat es doch noch immer hervorragendes Interesse, eine solche Farbentafel in wirklichen Farben ausgeführt zu sehen.

Denn gar nicht zu reden davon, dass die Vorstellung von dem Wesen dieses Gesetzes durch eine solche Ausführung ganz ausserordentlich erleichtert wird, so lassen sich aus einer thatsächlich richtig ausgeführten Farbentafel eine Menge Einzelheiten entnehmen, die man selbst bei Wiederholung der oben angeführten Versuchsreihen doch nie so vollständig überblicken kann. Ja die Herstellung einer grösseren Anzahl richtiger Farbentafeln von verschiedenen Helligkeitsgraden, die dann zusammengenommen den Farbenkegel oder

die Farbenpyramide geben würden, wäre sogar für die Technik von hervorragender Bedeutung.

Man hat deshalb auch schon verhältnissmässig bald derartige Versuche gemacht. Da man jedoch hierbei stets von der unrichtigen Voraussetzung ausging, dass Mischung von Farbstoffen und Mischung der entsprechenden Farben gleichbedeutend sei, so konnten auch die erhaltenen Ergebnisse nicht richtig werden.

Selbst von den prachtvoll ausgeführten Farbenkreisen, welche man in dem Werke von Chevreuil findet ¹⁾, gilt der eben gethane, etwas hart klingende Ausspruch, dass ihnen die eigentliche wissenschaftliche Bedeutung mangle, da auch sie ohne Benutzung des richtigen Farbenmischungsgesetzes und nach nicht einwurfsfreien Methoden ausgeführt sind.

Dieser Mangel springt schon bei dem ersten Blick auf eine solche Tafel in die Augen, da dieselben Gelb und Violett als Ergänzungsfarben enthalten, was bekanntlich unrichtig ist.

Nachdem aber Hr. v. Helmholtz durch seine bahnbrechende Untersuchung in diese Fragen Klarheit gebracht hatte ²⁾, stellte sich die Aufgabe der Ausführung einer wirklich wissenschaftlich richtigen Farbentafel als so schwierig dar, dass man sich begnügte, entweder nur die Farbnamen in ein Diagramm einzuschreiben oder bei Anwendung von Farbendruck ein bloß angenähertes Bild zu geben, das auf nichts weiter Anspruch machen sollte als auf eine Unterstützung des Vorstellungsvermögens. ³⁾

Ich habe zwar selbst einmal einen Versuch gemacht, eine wirklich richtige Farbentafel herzustellen, und habe zu dem Zwecke ein eigenes Instrument construirt ⁴⁾, bei welchem die Doppelbrechung zur Farbenmischung benutzt wird, so-

1) Chevreuil, Mém. de l'Acad. 33. Atlas. 1861.

2) Müller, Arch. f. Anat. u. Pysiol. 1852. p. 461—482.

3) Dies gilt z. B. auch von den technisch sehr hübsch ausgeführten Farbenkreisen meiner Farbenlehre. Braunschweig 1874 u. Boston 1876.

4) W. v. Bezold, Sitzungsber. d. k. bair. Acad. d. Wiss. 1876. p. 206—112. od. Pogg. Ann. 158. p. 606—612. 1876.

wie eine Methode angegeben¹⁾, um Pigmentfarben mit Spectralfarben zu vergleichen, musste jedoch wegen anderer Arbeiten die Sache liegen lassen.

Es unterliegt keinem Zweifel, dass die Herstellung einer solchen Tafel in grösseren Dimensionen, die sehr vielen Nuancen Aufnahme gewähren würde, für das Studium der Gesetze der Farbenempfindung von grösstem Interesse wäre.

Leider kann man nur dann mit Hoffnung auf Erfolg an die Ausführung gehen, wenn man über eine ganz enorme Zahl farbiger Muster von gleichem Material verfügt, da Auftragen mit dem Pinsel, wie ich mich überzeugte, nur unvollkommen zum Ziele führt.

Man müsste sich jedoch selbst dann noch begnügen, eine solche Tafel in einem oder in wenigen Exemplaren herzustellen, da an eine Vervielfältigung derselben nach den bekannten Methoden nicht gut gedacht werden kann.

Wenn ich oben behauptete, dass die Ausführung einer solchen Farbentafel von hervorragender Bedeutung wäre, so gründet sich dies auf die folgenden Betrachtungen:

Erstens würde man dadurch in den Stand gesetzt, die von Hrn. v. Helmholtz gemachten Bestimmungen über die complementären Farben zu verificiren, wenn man nach der oben angeführten Methode den Farbenton der in der Tafel enthaltenen Farben auf bestimmte Stellen im Spectrum beziehen würde, da sich eben nur nach diesen Messungen²⁾, sowie nach den sich daran anschliessenden ähnlichen Untersuchungen die Stellung der einzelnen Farbentöne am Rande der Farbentafel ermitteln lässt.³⁾

Ferner würde man dadurch mit einem Blicke die scheinbaren Sättigungsverhältnisse der Mischfarben übersehen können, ein Punkt, der nach den Untersuchungen von J. J. Müller für die physiologische Erklärung des Mischungsgesetzes von höchster Bedeutung ist.⁴⁾

1) W. v. Bezold, Sitzungsber. d. k. bair. Acad. d. Wiss. 1876. p. 1—5 od. Pogg. Ann. 158. p. 165—169. 1876.

2) v. Helmholtz, Pogg. Ann. 94. p. 1—28. 1855.

3) Vgl. auch v. Bezold, Pogg. Ann. 150. p. 71—93 u. p. 221—247. 1873.

4) J. J. Müller, Pogg. Ann. 139. p. 411—431 u. p. 593—613. 1870.

Diese scheinbaren Sättigungsverhältnisse hängen nämlich aufs engste zusammen mit der Gestalt der Farbentafel, welche, wie bereits Young angedeutet, und Hr. v. Helmholtz streng nachgewiesen hat, unter der Annahme dreier physiologischer Grundfarben, keine Kreisform besitzen kann, sondern sich der eines Dreiecks nähern muss.

Geht man nämlich von drei objectiven Grundfarben aus, wofür man die sattesten des betreffenden Tones auswählen wird, und stellt man, natürlich immer durch wahre Farbenmischung, aus diesen alle erdenklichen Mischfarben her, so müssen diese ihre Stelle sämtlich innerhalb des Dreiecks finden, das durch die Punkte der drei Grundfarben bestimmt ist. Haben nun die auf den Seiten des Dreiecks liegenden Mischfarben geringe (subjective) Sättigung, und gibt es Farben gleichen Tones, welche noch satter erscheinen, dann sind die letzteren ausserhalb dieses Dreiecks unterzubringen, und können alsdann die gewählten Grundfarben nicht als physiologische Grundfarben betrachtet werden. Kann man dagegen drei Farben ausfindig machen, welche der Bedingung genügen, dass sich innerhalb des von ihnen gebildeten Dreiecks oder wenigstens ohne zu bedeutendes Ueberschreiten desselben die Gesamtheit aller Farben unterbringen lässt, dann hat man darin einen der kräftigsten Belege für die Richtigkeit der Young-Helmholtz'schen Theorie.

Ein dritter Punkt endlich, der in einer solchen Farbentafel von selbst Berücksichtigung finden würde, bezieht sich auf gewisse Ausnahmen von dem Mischungsgesetze, wenigstens von der meist üblichen Auffassung dieses Gesetzes.

Zieht man nämlich von dem Rande der Farbentafel, d. h. von einer Stelle, an der sich eine möglichst gesättigte Farbe irgend eines bestimmten Tones befindet, eine Gerade nach dem weissen Centrum der Tafel, so liegen auf dieser Geraden alle Farben, welche sich durch Mischung der betreffenden gesättigten Farbe mit Weiss herstellen lassen. Man sagt von allen diesen Mischfarben, sie gehörten demselben Farbtone an. Man darf dies jedoch nur im physikalischen Sinne thun, d. h. man darf allenfalls eine solche

Bezeichnung durch Definition festsetzen; vom physiologischen Standpunkte aus, d. h. unter Berücksichtigung des subjectiven Eindrucks ist dies nicht allgemein gültig. Für die Mehrzahl der gesättigten Farben, nämlich für die zwischen Orange und Cyanblau (Türkisenblau) gelegenen des Spectrums erhält man freilich durch Mischung mit Weiss Farben, in welchen man den Ton der betreffenden gesättigten Farbe leicht wieder erkennt, dies gilt jedoch nicht mehr von den an den Enden des Spectrums befindlichen Farben Roth und Violett, ja selbst nicht mehr von Blau. Mischungen dieser Farben mit Weiss führen zu Mischfarben, welche stets etwas nach Purpur hin verschoben erscheinen, sodass man z. B. eine Mischung von Ultramarin und Weiss — ich denke hier natürlich nie an Mischung der Farbstoffe, — stets als blassviolett bezeichnen wird und nicht als blassblau. Durch Mischung von Violett oder Roth mit Weiss aber erzielt man Töne, welche als Blasspurpur erscheinen, beziehungsweise einen entschiedenen Stich ins Rosenrothe zeigen.

Man übersieht dies sehr leicht, wenn man aus dem Scalenfernrohre eines gewöhnlichen Spectralapparates die Scala herausnimmt und durch eine davor gehaltene passend beleuchtete weisse Fläche ersetzt. Alsdann bemerkt man sofort, dass beide Enden des abgeblassten Spectrums einen Stich ins Purpurne (Rosenrothe) zeigen.

Will man deshalb in der Farbentafel die sämtlichen Mischfarben, welche dem subjectiven Eindrücke nach dem gleichen Tone angehören, durch Linien verbinden, die sich natürlich alle in dem Punkte des Weissen treffen müssen, so sind diese Linien nur zum Theil gerade, nämlich nur, wenn sie nach den den mittleren Theilen des Spectrums angehörigen Farben führen; je mehr man sich den Grenzen des Spectrums nähert, umso mehr krümmen sie sich, indem sie die concave Seite dem Purpur und dessen Mischungen mit Weiss zuwenden.

Purpur mit seinen blassen Abstufungen nach dem Weiss hin nimmt mithin ein verhältnissmässig grösseres Stück der Farbentafel ein als die übrigen Farbentöne, ein Stück, das etwa eine lanzettförmige Gestalt hat.

Die grosse Bedeutung, welche demnach einer wirklich richtig ausgeführten Farbentafel zukommt, veranlasste mich, nachdem ich die mosaikartige Herstellung mit Hülfe gefärbter Körper aufgeben musste, einen anderen Weg einzuschlagen, um wenigstens in gewissem Sinne das gleiche Ziel zu erreichen.

Der leitende Gedanke war der folgende:

Gesetzt, man habe drei gleichseitige Dreiecke, deren jedes von der Spitze nach der Basis hin abschattirt ist, wie beistehende Figur zeigt, jedoch so, dass in jedem eine andere Ecke als Spitze erscheint. Die Schattirung sei so vorgenommen, dass die Helligkeit der Entfernung von der Basis proportional ist, d. h. dass in der Spitze jeweils das Helligkeitsmaximum, das ich als Einheit nehmen will, herrsche, an der Basis die Helligkeit 0, in halber Höhe die Helligkeit $\frac{1}{2}$ u. s. w.

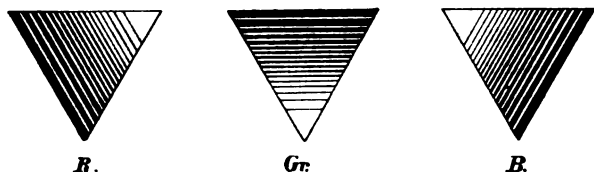


Fig. 1.

Würde man nun diese drei Dreiecke einfach in Weiss und Schwarz ausgeführt optisch übereinander lagern, was sich z. B. durch Spiegelung an unbelegten Glasplatten erreichen lässt, so müsste das resultirende Dreieck gleichmässig grau erscheinen.

Wäre jedoch das eine der Dreiecke von rothem, das andere von grünem und das dritte von blauem Lichte erleuchtet, so müsste man durch Uebereinanderlagerung das Farbendreieck erhalten, wie es sich eben aus den gewählten Grundfarben bilden lässt.

Dabei entspräche das Bild bei Anwendung der oben genannten Helligkeitsverhältnisse genau den Regeln der Schwerpunktsconstruction, wie sie von Newton aufgestellt wurden, d. h. genau dem Mischungsgesetz.

Die optische Uebereinanderlagerung dreier solcher Dreiecke wurde nun auf folgende Weise erreicht:

Innerhalb eines gleichseitigen Prismas aus schwarzgebeiztem Holze befinden sich drei sehr dünne Spiegelglasplatten¹⁾, welche um 45° gegen die Axe des Prismas geneigt sind. Die Neigungsebenen unter sich bilden Winkel von 120° , sodass ein in der Axe des Prismas befindliches Auge von jedem der hintereinander liegenden Spiegel eine andere Seite des Prismas gespiegelt sieht. Das Prisma selbst ist an beiden Enden geschlossen, doch befindet sich in der einen Verschlussplatte eine Oeffnung zum Hineinsehen. In diese ist überdies ein Ocularrohr, jedoch ohne Linse eingesteckt, um den Augenort zu fixiren.

Die Gesamtlänge des Prismas beträgt bei meinem Apparate 45 cm, die Seitenlänge der dreieckigen Basis 9 cm im Lichten.

Bringt man nun in den Seiten des Prismas dreieckige Oeffnungen an von solcher Grösse und Lage, dass sie nach der Spiegelung an den betreffenden Platten in dem durch das Ocularrohr fixirten Augenorte gleich gross erscheinen und einander decken, so handelt es sich nur noch um passende Beleuchtung der drei Oeffnungen durch farbiges Licht und um entsprechende einseitige Verdunkelung derselben (Abschattirung).

Freilich sieht man nicht sämmtliche dreieckige Oeffnungen gleich deutlich, da sie in verschiedenen Entfernungen zu liegen scheinen, und man nicht gleichzeitig für diese accommodiren kann; doch stört dieser Umstand nicht, da ein dreieckiges Diaphragma, welches sich möglichst nahe vor der dem Beobachter nächstliegenden spiegelnden Platte befindet, das Bild von drei Seiten her ein wenig einschränkt und die Zerstreuungsbilder abblendet.

Die Beleuchtung der drei Dreiecke durch farbiges Licht wurde nun auf folgende Weise erzielt:

1) Drei unbelegte Spiegelplatten wurden meines Wissens auch schon einmal von Hrn. E. Albert zur Mischung von drei Farben angewendet, jedoch nicht in der gleichen Weise, überhaupt nicht zur Herstellung des Farbendreiecks.

Vor jeder der drei Oeffnungen befindet sich in einiger Entfernung ein weisser Carton, der unter 45° gegen die entsprechende Prismenfläche geneigt ist, so zwar, dass durch Licht, welches parallel der Axe einfällt, die sämtlichen weissen Schirme gleich stark beleuchtet werden. Deckt man demnach die Oeffnungen wechselweise zu, sodass immer nur eine frei bleibt, so erblickt man jedesmal ein weisses Dreieck von der nämlichen Helligkeit.

Für den oben näher bezeichneten Zweck hat man aber abschattirte Dreiecke nöthig. Um dies zu erreichen, legte ich immer schmalere Streifen dünnen Pauspapieres übereinander, sodass in jeder der dreieckigen Oeffnungen eine Ecke frei blieb, aber von da ab gegen die gegenüber liegende Grundlinie zu und dieser parallel immer dickere Schichten folgten, bis ganz nahe an dieser Linie ein vollkommen undurchsichtiger Streifen eine totale Abblendung bewirkte.

Hätte man Papier von ganz richtiger Durchsichtigkeit zur Verfügung, so müssten bei richtiger Wahl der Lage der frei bleibenden Ecken die drei Bilder durch Uebereinanderlagerung eine gleichmässig erleuchtete schwach graue Fläche liefern.

Bringt man nun vor die drei Oeffnungen farbige Gläser, so erhält man eine richtige Farbentafel, die um so farbenreicher ist, je glücklicher die Farbentriade gewählt ist.

Man kann also hier bei genügender Auswahl an farbigen Gläsern höchst einfach herausprobiren, welche drei Farben mit meistem Rechte den Anspruch erheben können, als Grundfarben betrachtet zu werden.

Durch die Gefälligkeit des in der Kunstwelt rühmlichst bekannten Glasmalers Hrn. Burkhardt in München befand ich mich in der glücklichen Lage, aus einer sehr reichhaltigen Musterkarte von farbigen Gläsern auswählen zu können.

Das Ergebniss sprach in hervorragendster Weise zu Gunsten der Young-Helmholtz'schen Farbentriade.

Ein rothes Ueberfangglas, das nach meiner oben erwähnten Vergleichsmethode einem Tone zwischen *B* und *C* nahe bei *C* des Spectrums entsprach, ein grünes Glas von einem Tone zwischen *b* und *E* und eine blaues Cobaltglas,

welches in der Gegend von *G* nach der blauen Seite hin zu stehen kam, lieferten eine äusserst vollständige Farbentafel¹⁾, während bei der Wahl der zwischenliegenden Töne: Purpur, Gelb und Türkisenblau das Ergebniss ein geradezu klägliches ist.

Auch Roth, Blau und Gelb gibt, wie schon Hr. von Helmholtz aus seinen Versuchen folgerte, eine arme Farbentafel, in der das Grün mit den benachbarten Abstufungen vollkommen mangelt.

Man besitzt demnach in dem eben beschriebenen Apparat ein ungemein einfaches Mittel zur Orientirung über die sogenannten Grundfarben.

Zugleich aber lassen sich, wie schon angedeutet, noch sehr verschiedene andere Verhältnisse leicht übersehen.

Es wurde oben bemerkt, dass zur Erzielung einer Farbentafel, welche den Bedingungen des Schwerpunktsatzes entspricht, die Abschattirung so vorgenommen werden müsste, dass nach Entfernung der farbigen Gläser das durch Ueber-einanderlagerung der drei Bilder erhaltene Dreieck vollkommen gleichförmig weiss erscheine. Diese Bedingung ist mit dem von mir angewendeten Hilfsmittel nur schwer erfüllbar und führt sogar, wenn man sich ihr zu nähern sucht, zu einem Resultate, das man vielleicht nicht erwartet hat.

Die Farbentafel wird nämlich in diesem Falle nicht so reich, als wenn man in gewissem Sinne von der erwähnten Bedingung abweicht.

Unter der Erfüllung dieser Bedingung treten nämlich die gewählten Grundfarben im Innern des Dreiecks nur mit Bruchtheilen ihres Gewichtes auf, im Schwerpunkte jede nur mit ein Drittel. In diesem Falle aber fehlt sowohl richtiges Weiss als gesättigtes Gelb.

1) Diese drei Töne entsprechen demnach genau jenen Stellen des Spectrums, an welchen ich in der Abhandlung „über das Gesetz der Farbenmischung“ aus theoretischen Gründen die Grundfarben glaubte suchen zu müssen. Ich war über diese Uebereinstimmung selbst sehr erstaunt, da ich die Auswahl der drei Gläser und die Bestimmung ihrer Farbtöne traf, ohne mich von jenen theoretischen Betrachtungen, an die ich mich kaum mehr erinnerte, irgendwie beeinflussen zu lassen.

Diese beiden letzteren Empfindungen hat man nur, wenn die einzelnen Componenten mit vollem Gewichte in die Mischung eintreten, d. h. wenn die Mischung heller ist als jede der Componenten.

Es bedarf eben jede bestimmte Farbe einer ganz bestimmten Helligkeit, um ihren specifischen Eindruck voll zur Geltung zu bringen, d. h. um gesättigt zu erscheinen.¹⁾

Gerade dies war der Grund, weshalb ich schon früher vorgeschlagen habe, hinsichtlich der Sättigung von der Helmholtz'schen Definition abzuweichen, und der geringeren oder grösseren Beimischung von Weiss, welche Hr. v. Helmholtz als „Sättigungsgrad“ bezeichnet, lieber die Bezeichnung der „Reinheit“ zu geben, eine Definition, nach welcher die Spectralfarben zwar sämmtlich als reine Farben zu bezeichnen sind, aber nur dann als gesättigte, wenn sie eben die richtige Helligkeit besitzen.

Die Sättigung ist nach dieser Auffassung wesentlich physiologischer, die Reinheit aber rein physikalischer Natur.

In wie eigenthümlicher Weise der Eindruck der Sättigung von der Helligkeit abhängt, und wie eigenartig wir andererseits die Helligkeit beurtheilen, dies lässt sich mit Hülfe des beschriebenen Apparates, und zwar sogar bei besonderer Vereinfachung desselben leicht übersehen.

Wendet man nämlich an den drei Oeffnungen einfach dunkle Schirme in der Art an, dass in jedem der drei Dreiecke an einer Seite ein Streifen bis auf ein Viertel der Höhe vollständig abgeblendet wird, während die gegenüberliegende Ecke bis über den Mittelpunkt des Dreieckes ganz frei bleibt, so erhält man ein Bild wie Fig. 2, in welchem die Ecken von den drei Grundfarben, die zwischenliegenden trapezförmigen Stücke von den Mischfarben zu zweien eingenommen werden, die Mitte dagegen die Mischfarbe der drei gewählten Grundfarben liefert.

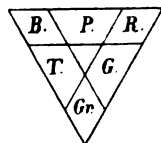


Fig. 2.

Diese Mischfarben sind bei Anwendung der oben ange-

1) Vgl. E. Albert, Wied. Ann. 16. p. 129—160. 1882.

führten den Young-Helmholtz'schen Grundfarben möglichst nahe kommenden Gläser: Gelb, Türkisenblau¹⁾ und Purpur, und zwar hat jedes die physikalische Helligkeit gleich der Summe der beiden Componenten.

Dabei erscheint jedoch bei genügender Gesamthelligkeit das Gelb sehr satt, aber nicht besonders hell, nur wenig heller als die beiden Rauten, welche die Componenten zeigen, Türkisenblau und Purpur dagegen blass und erheblich heller als die beiden Componenten.

Das mittlere Dreieck erscheint bei richtiger Stellung der weissen Cartons weisslich, zur Erzielung von recht intensivem Weiss müsste die Helligkeit jedoch noch grösser sein, als sie durch die Summe der Componenten erhalten wird.

Will man satteres Purpur erhalten, so muss man die Gesamthelligkeit so herabstimmen, dass nur mehr bräunliches Gelb erscheint.

Bis zu einem gewissen Grade erhöht eine verminderte Helligkeit auch die Sättigung des Türkisenblau, doch bleibt letzteres immer ziemlich blass, wie man ja auch unter allen existirenden farbigen Körpern vergeblich nach einem Repräsentanten sucht, der diesen Ton satt wiedergibt, und wie selbst im Spectrum die Gegend um *F* immer einen minder gesättigten Eindruck macht.

Aus diesen Versuchen geht hervor, dass bei Ausführung der Farbentafel nach dem Grundsatz, dass die mittlere Helligkeit überall die gleiche sei²⁾, unmöglich alle gesättigten Farbenempfindungen in derselben vorkommen können, man wird sie vielmehr nur in der Pyramide unterbringen können, welche man erhält, wenn man sich in einiger Entfernung, oberhalb des Schwerpunktes des Dreieckes das Schwarz angebracht denkt und durch diesen Punkt und die Seiten des Dreieckes Ebenen legt. Die gesättigten Farben werden alsdann auf krummen Linien liegen, wobei die das Gelb ent-

1) Ich wähle gern die Bezeichnung Türkisenblau anstatt Cyanblau, weil sie allgemeiner verstanden wird.

2) Immer vorausgesetzt, dass die Helligkeit der drei Grundfarben die gleiche sei, was natürlich eine mehr oder minder willkürliche Annahme in sich schliesst.

haltende die concave, die beiden anderen aber die convexe Seite der schwarzen Spitze zukehren.

Dies sind die wesentlichsten Resultate, welche sich mit dem Apparat in der gegenwärtigen Form erzielen lassen, abgesehen von seiner Bedeutung als Demonstrationsapparat, die nicht zu unterschätzen sein dürfte, besonders da man durch einfaches Decken der einen oder anderen Oeffnung sofort die Farbentafel eines Farbenblinden erhalten kann.

Ich zweifle nicht, dass der Apparat noch grosser Vervollkommnung fähig ist, und habe deshalb auch unterlassen, eine Abbildung davon zu geben, wie ich überhaupt mit der Veröffentlichung gezögert hätte, wenn ich nicht wegen Uebernahme anderweitiger Verpflichtungen befürchten müsste, wenn überhaupt je, so doch erst nach Jahren, den Gegenstand wieder aufnehmen zu können.

Als Mangel desselben erscheint mir erstens die Schwierigkeit, vollkommen gleich starke Beleuchtung der drei weissen Cartons zu erzielen; auch die gesetzmässige Abschattirung der drei Bilder lässt sich auf die angegebene Weise nur annäherungsweise erreichen, und würden keilförmig geschliffene Rauchgläser in dieser Hinsicht wohl viel Vorzüglicheres leisten.

Alle diese Mängel hoffe ich zu beseitigen durch eine vollständig andere Methode der Uebereinanderlagerung der drei Bilder, und zwar durch Anwendung einer sehr stumpfen dreikantigen Pyramide aus Glas mit ebener Basis.

Eine solche Pyramide, deren Seitenflächen mit der Grundfläche nur Winkel von wenigen Graden bilden, liefert bei senkrechtem Aufblicke auf die Grundfläche oder auf die Spitze drei Bilder eines dahinter gelegenen Gegenstandes.

Bringt man nun in einem dunklen Schirme drei dreieckige Oeffnungen von gleicher Grösse an, so sieht man neun Bilder, von denen man bei passender Entfernung vom Schirme die drei mittleren zur Deckung bringen kann.

Setzt man alsdann vor diese Oeffnungen drei gleiche keilförmig geschliffene Rauchgläser und ausserdem die oben erwähnten farbigen Gläser (oder in diesem Falle auch farbige Flüssigkeiten), so muss sich die Herstellung der Farbentafel in viel vollkommenerer Weise verwirklichen lassen.

Da sich überdies die genannte Pyramide innerhalb eines Fernrohres anbringen lässt, so muss es möglich sein, mit kleineren Dimensionen der Oeffnungen dasselbe Ziel zu erreichen wie oben. Desgleichen muss man auch im Stande sein, mit diesem Hilfsmittel unter passender Verwendung von Linsen die Tafel auf eine weisse Fläche zu projectiren. Es wäre bei Anwendung dieser Pyramide sogar die Benutzung von Spectralfarben zur Beleuchtung der drei Oeffnungen nicht ausgeschlossen.

Da es mir, wie schon bemerkt, kaum möglich sein wird, die Sache selbst weiter zu verfolgen, so wollte ich wenigstens meinen Plan nicht unterdrücken, um vielleicht den einen oder anderen Forscher zur Fortsetzung der Arbeit anzuregen.

Es handelt sich dabei natürlich nur um einen Ausbau ins Einzelne. Die Hauptergebnisse lassen sich jedoch auch mit dem bisher benutzten Apparate übersehen und gipfeln in einer unleugbaren Bestätigung der Young-Helmholtz'schen Theorie.

Dabei erblicke ich das Wesen dieser Theorie in der Annahme, dass es drei physiologische Grundfarben oder Grundempfindungen gibt, und dass diese dem Roth, Grün und einem dem Violetten nahestehenden Blau entsprechen.

Zugleich scheint mir der Ausbau dieses Grundgedankens sehr wohl eine Annäherung an die Hering'sche Auffassung zu gestatten, ohne dass man deshalb genöthigt wäre, dieselbe mit allen ihren Einzelheiten und theilweise sehr kühnen Voraussetzungen und Folgerungen anzunehmen.

Eine solche Annäherung ist aber seit der Entdeckung des Sehpurpurs und des Optogramms beinahe geboten, und ist es wohl nur der Rücksicht auf diese Verhältnisse zu danken, dass Hering's Theorie überhaupt Anhänger finden konnte.

Diese Theorie stützt sich bekanntlich auf die Annahme, dass in der Netzhaut Zersetzungen und Wiederbildungen, oder wie Hering sagt, Dissimilationen und Assimilationen eintreten, die alsdann erst ihre Wirkungen auf die Nervenendigungen äussern.

Bei der Verfolgung dieses Grundgedankens kommt jedoch Hering zu einer weiteren Annahme, welche ich für durchaus irrthümlich halten möchte.

Hering betrachtet nämlich diese beiden Vorgänge, nämlich die Dissimilation und Assimilation, wenn auch dem Sinne nach entgegengesetzt, so doch in der Intensität ihrer Wirkung auf die Nerven als vollkommen gleichwerthig, so dass er bei den von ihm angenommenen Grundempfindungen des Blau-Gelb und Roth-Grün ¹⁾ sogar die Frage offen lässt, welche Farbenempfindung in jedem der Paare der Dissimilation, und welche der Assimilation entsprechen.

Diese Annahme der Gleichwerthigkeit von Dissimilation und Assimilation entbehrt meines Erachtens nicht nur jeder Analogie in den übrigen physiologischen Vorgängen, sondern führt auch gerade in der Lehre von der Lichtempfindung Folgerungen ein, die mit den Thatsachen schwer vereinbar sind.

Weit natürlicher gestaltet es sich meines Erachtens, wenn man die Annahme macht: Auf der Netzhaut befinden sich Substanzen, welche durch den Einfluss des Lichtes zersetzt werden (Dissimilation), und welche sich in der Dunkelheit oder unter dem Einfluss schwachen oder andersfarbigen Lichtes allmählich wieder bilden (Assimilation).

Die Zersetzung erfolgt um so reichlicher und rascher, je intensiver das wirkende Licht ist, die Wiederbildung immer nur allmählich. Es kann sich deshalb auch die Empfindung der durch das Licht hervorgerufenen Zersetzungen (die objective Lichtempfindung)

1) Dass nicht Roth, sondern Purpur die Ergänzungsfarbe von Grün ist, dies mag nur nebenher erwähnt werden. Freilich fällt damit auch eine der Hauptstützen, welche Hering gerade für die Wahl dieser Paare anführt, nämlich dass die vier Componenten lauter Farben sein sollen, welche der „unbefangene Beobachter“ als einfache angibt. Vom Purpur kann man dies gewiss nicht behaupten, da die Bezeichnung dieser Töne im allgemeinen eine unsichere ist, und man nicht selten den Purpur als ein bläuliches Roth bezeichnen hört, wollte man aber Roth in dem genannten Paare festhalten, dann müsste man als Ergänzungsfarbe „Blau-grün“ wählen, das schon durch seinen Namen verräth, dass es der oben genannten Bedingung nicht entspricht.

ausserordentlich hoch, ja bis zum Schmerze steigern, während die Wiederbildung nur zu viel schwächeren Reizen Veranlassung gibt.

Analoga für diese Auffassung sind leicht und reichlich zu finden. In allen Organen kann durch gewaltige Anstrengung oder sehr starke Reize rasche Ermüdung eintreten, Ermüdung, die ja z. B. beim Muskel auch nichts anderes als Folge von Zersetzungen ist, während die Erholung, d. h. die Wiederbildung immer nur langsam von statten geht und sich nie über eine enggezogene Grenze hinaus beschleunigen lässt.

Dabei kann leichte oder veränderte Inanspruchnahme die Erholung des ermüdeten Organes rascher fördern, als vollständige Ruhe, wie dies insbesondere bei der Gehirnthätigkeit der Fall ist, wo Abwechslung, sogenannte Zerstreuung, oft am allergünstigsten wirkt.

Das eigenthümliche Verhalten grauer Flächen bei Contrastversuchen scheint darauf hinzuweisen, dass auf der Netzhaut ähnliche Verhältnisse obwalten.

Präcisirt man die eben in den Hauptzügen entworfenen Anschauungen dahin, dass man annimmt, es seien auf der Netzhaut drei Substanzen vorhanden, von denen die eine vorzugsweise durch rothes, die andere durch grünes und die dritte durch blaues Licht zersetzt werde, während Einwirkung anders farbigen Lichtes eben eine gleichzeitige Zersetzung von zwei oder drei der genannten Substanzen bewirkt und dadurch auch zu Wahrnehmungen Veranlassung gibt, welche sich von jenen der Grundfarben mehr oder weniger entfernen, so erklärt sich daraus das Farbmischungsgesetz genau ebenso wie nach der Young-Helmholtz'schen Hypothese. Zugleich aber bietet diese Formulirung Vorthelle bei Erklärung der Irradiation, des simultanen und nachfolgenden Contrastes.

Hat man z. B. eine begrenzte weisse Fläche stark fixirt, und blickt man dann auf eine graue, so geht anfangs gleich nach dem Aufhören des Reizes die Zersetzung noch fort, man hat ein positives Nachbild. Bald hat aber diese ihr Ende erreicht, und nun scheint die Stelle dunkler, weil das Licht hier weniger Stoff zur Zersetzung mehr vorfindet, als in der

Nachbarschaft. Blickt man dagegen auf eine schwarze Fläche, so erscheint die Stelle tiefer schwarz als die Umgebung, weil dort die Wiederbildung lebhafter ist als ringsherum, ähnlich wie man nach der Ermüdung nun auch der Empfindung der Ruhe fähig ist, eine Empfindung, die jedoch nie so positiv auftritt, wie die eines Reizes. Ebenso ist die Empfindung des tief Schwarzen, wie sie durch den angegebenen Versuch sich erzeugen lässt, doch nie so intensiv wie jene des Lichtes sein kann, was einfach aus der Thatsache hervorgeht, dass das Schwarz vielfach gar nicht als Empfindung angesehen wird.

In ähnlicher Weise würde sich der simultane Contrast am Rande einer weissen und schwarzen Fläche erklären.

Die Erscheinungen der Irradiation zwingen nämlich schon zu der Annahme, dass ein Uebergreifen der Zersetzungen von einer gereizten Stelle auf die nicht gereizten, d. h. ein Austausch der Sehsubstanzen stattfindet.

Wird nun ein Netzhautgebiet durch weisses Licht gereizt, während dicht nebenan kein oder nur geringer Reiz erfolgt, so wird von den benachbarten geschützten Stellen unzersetzte Substanz überströmen nach den gereizten, und das weisse Licht wird deshalb an der Grenze stets mehr Substanz zur Zersetzung vorfinden als im Innern einer ausgedehnteren weissen Fläche, und daher der scheinbar hellere Rand; ebenso wird auf der geschützten Seite dieses Randes gerade wegen des Abfliessens fortgesetzte stärkere Wiederbildung eintreten müssen, und deshalb die schwarze Fläche am Rande dunkler erscheinen als im Innern.

Die Uebertragung dieser Betrachtungen, welche sich auf den Fall der gleichzeitigen Zersetzung oder Wiederbildung der drei Sehsubstanzen beziehen, auf jene Fälle, wo nur eine oder zwei derselben zersetzt oder wiedergebildet werden, d. h. auf die Fälle des farbigen Contrastes, scheint so einfach, dass sie jeder leicht selbst machen kann.

Vor allem aber dürfte diese Auffassung geeignet sein, die Eigenthümlichkeiten zu erklären, welche eigentliche Blendungsbilder zeigen, jenachdem man abwechselnd den Blick auf hellere oder dunklere Flächen richtet. Das farbige Ab-

klingen der Nachbilder dürfte sich hierbei aus dem Umstande erklären, dass Zersetzung und Neubildung der drei hypothetischen Substanzen ungleich rasch von statten geht.

Selbstverständlich gehen alle diese Erklärungen im Grunde genommen auf dasselbe hinaus, wie jene, welche die sogenannte Ermüdung zu Hülfe nehmen, ist doch die Annahme von der Zersetzung bestimmter Substanzen unter dem Einflusse eines Reizes und der Neubildung nach dem Aufhören desselben eigentlich nichts anderes, als eine bestimmte Vorstellung von den Vorgängen der Ermüdung und Erholung.

Ob man neben der Annahme von den drei den Grundfarben entsprechenden Sehsubstanzen nun auch noch dreierlei Arten Nervenfasern annehmen muss, von denen jede nur für die Zersetzung einer dieser Substanzen empfänglich ist, oder ob es denkbar ist, dass durch verschiedenartige Reizung der Nervenendigungen ein und derselben Faser die drei verschiedenartigen Empfindungen vermittelt werden; dies ist eine Frage, welche das Grundprincip der specifischen Sinnesenergien so nahe berührt, dass ich sie lieber offen lassen möchte.

Eine mehr ins Einzelne gehende Verfolgung der zuletzt gemachten Andeutungen würde hier viel zu weit führen, habe ich doch den durch die Ueberschrift dieses Aufsatzes gegebenen Rahmen ohnehin schon beträchtlich überschritten.

Es schien mir jedoch wichtig, darzulegen, dass die Eingangs beschriebenen Versuche mit einer durch wahre Farbmischung dargestellten Farbentafel durchaus zu Gunsten der Young-Helmholtz'schen Theorie ausfallen.

Nicht minder wichtig aber schien es mir, nachzuweisen, dass diese Theorie ihrem innersten Wesen nach sehr wohl vereinbar ist mit der Annahme von Sehsubstanzen, welche durch die Einwirkung des Lichtes zersetzt werden, und dass man sie sehr wohl jenen Vorstellungen anpassen kann, zu welchen man durch die Entdeckungen von Boll und Kühne beinahe gezwungen ist.

IV. *Nachträgliche Bemerkung zu der Abhandlung
„Ueber Strömungsfiguren in Flüssigkeiten“;
von Wilhelm von Bezold.¹⁾*

Erst längere Zeit nach Veröffentlichung der oben genannten Abhandlung wurde ich darauf aufmerksam gemacht, dass Hr. Tito Martini schon im Jahre 1877 ähnliche Versuche beschrieben habe.²⁾

Bei dem Nachlesen der Arbeiten des Hrn. Martini überzeuete ich mich, dass dieselben thatsächlich mit meinen Versuchen eine gewisse Aehnlichkeit zeigen, sodass ich sicher nicht versäumt hätte, derselben Erwähnung zu thun, wenn auch die Verwandtschaft zwischen den von uns beiden beschriebenen Versuchen nur eine sehr lose ist.

Diese Verwandtschaft besteht nämlich einzig und allein darin, dass auch Hr. Martini Diffusionsvorgänge in Flüssigkeiten durch passende Färbung der einen der dabei benutzten Flüssigkeiten sichtbar gemacht und dabei Figuren erhalten hat, welche, wenn auch ziemlich entfernt, an einzelne der von mir beschriebenen erinnern.

Dabei beschränkte sich jedoch Hr. Martini ganz im Einklange mit dem Titel seiner Abhandlung wirklich nur auf Diffusionsversuche im engeren Sinne des Wortes.

Von den Strömungen, wie sie durch Temperaturdifferenzen hervorgerufen und durch geeignete Färbung mitgerissener, nebenher freilich auch diffundirender Flüssigkeiten hervorgerufen werden, ist in den Abhandlungen des Hrn. Martini keine Rede.

Gerade diese Vorgänge bilden aber den Kern meiner Untersuchung, sodass die Berührungspunkte zwischen den beiderseitigen Arbeiten nur sehr schwache sind, und deshalb

1) W. v. Bezold, Wied. Ann. 24. p. 569. 1885.

2) Tito Martini, Nuov. Cim. (3a) 9. p. 156—162. 1881. Desgl. in Nature. 17. p. 87—80. Die „Rivista scientifico-industriale“, anno 1877, in welcher Hr. Martini die erste auf diesen Gegenstand bezügliche Abhandlung veröffentlicht hat, ist mir nicht zugänglich.

die Bemerkung genügen wird, dass die Citation der Abhandlung des Hrn. Martini nicht absichtlich unterblieb.

Bei dieser Gelegenheit will ich jedoch nicht versäumen, noch eines kleinen Experiments Erwähnung zu thun, welches ich vor kurzem angestellt habe, und das mir als Vorlesungsversuch gewisses Interesse zu besitzen scheint.

Es handelt sich dabei um einen einfachen Nachweis des Satzes, dass Körper, welche Strahlen lebhafter absorbiren, sich unter dem Einflusse derselben auch stärker erwärmen, als andere, welche bei sonst gleichen Eigenschaften ein geringeres Absorptionsvermögen besitzen.

Dies lässt sich unter Benutzung der in der Abhandlung über Strömungsfiguren erwähnten Flüssigkeit recht leicht und hübsch sichtbar machen.

Man sende nämlich mit Hülfe eines Heliostaten Sonnenlicht in horizontaler Richtung in einen Raum und concentrirte die einfallenden Strahlen durch eine Sammellinse in der Art, dass die Spitze des Strahlenkegels etwa in halber Höhe in das Innere eines mit kaltem Wasser gefüllten Glases fällt. Gibt man alsdann Probeflüssigkeiten in der Weise auf, dass einer der absteigenden Aeste sich dem Brennpunkte nähert, so verwandelt sich die absteigende Bewegung in eine aufsteigende, sowie die farbige Flüssigkeit in den Strahlenkegel eintritt.

Dies zeigt, dass die Erwärmung des klaren, ungefärbten Wassers in dem Brennpunkte nicht stark genug ist, um wenigstens bei richtiger Temperatur des Wassers der im allgemeinen herrschenden Strömung entgegenzuwirken, während dies in den dunkel gefärbten, stark absorbirenden Theilen der flüssigen Masse sofort der Fall ist.

**V. Die Dissociation wasserhaltiger Salze und
daraus abgeleitete Folgerungen über die Constitu-
tion der Salzbestandtheile;
von W. Müller-Erbach.¹⁾**

Nach der von mir im 23. Bd. dieser Ann., p. 607 beschriebenen Methode habe ich für eine grössere Zahl von wasserhaltigen Salzen die Dampfspannung bestimmt. Werden bei diesen Bestimmungen die von mir empfohlenen²⁾ Vorsichtsmaassregeln beachtet, so können sie die Genauigkeit barometrischer Messungen erreichen. Die so über die Dissociationsspannung fester Körper gewonnenen Resultate stimmen untereinander meist so vollständig überein wie die Spannungsbeobachtungen bei verdunstenden Flüssigkeiten, und deshalb ist die neue Methode ein geeignetes Hilfsmittel geworden, um aus der Dissociation wasserhaltiger Salze über die Constitution des gebundenen Wassers Aufschlüsse zu erhalten, die theilweise früheren Versuchsergebnissen entsprechen, theilweise aber auch bisher unbekannt waren. Da die Beobachtung der Salze in der Barometerröhre wiederholt und namentlich nach den eingehenden Versuchen von Naumann³⁾ als unzuverlässig für die Ermittlung des Dampfdruckes erkannt ist, so konnte die absolute Grösse der Dissociationsspannung bis jetzt nur nach der hier angewandten relativen Verdampfungsgeschwindigkeit der Salze gegen reines Wasser bestimmt werden. Selbst die Thatsache, dass bei gleichbleibender Temperatur die Dampfspannung der Salze eine unveränderliche ist, war vorher nicht festgestellt worden, ja auf Grund der sorgfältigen und zahlreichen barometrischen Messungen wurde sogar die Möglichkeit einer solchen Feststellung stark bestritten.

Unter der ziemlich grossen Zahl der bis jetzt untersuchten Salze zeigte sich nur in einem Falle bei einer Art

1) Im Auszug Ber. d. Berl. Acad. 1885. p. 371.

2) W. Müller-Erbach, Wied. Ann. 25. p. 358. 1885.

3) A. Naumann, Chem. Ber. 7. p. 1573. 1874.

von Boraxkrystallen, die aus wässeriger Lösung ausgeschieden waren, eine bemerkenswerthe Ausnahme von der Gleichmässigkeit der Spannung. Der unter der Einwirkung von Wasserdampf gebildete Borax zeigte sie überhaupt nicht, und seine Spannung blieb ebenfalls andauernd constant. Während der fortschreitenden Zerlegung der Salze hielt sich die Spannung nun entweder unverändert, bis alles Wasser verdunstet war, oder sie wurde von bestimmten Zusammensetzungen an sprungweise eine schwächere, die dann wieder gleichmässig blieb. Die Versuche führten deshalb unmittelbar und meist recht auffallend an diejenige Grenzen, an welchen der Uebergang von den zurückgebliebenen einfachen zu den ursprünglichen weniger einfachen Molecülen stattfindet. Bei früheren Zerlegungsversuchen, die namentlich Graham¹⁾ in grosser Zahl und mit vieler Sorgfalt ausgeführt hat, ist häufig erhöhte Temperatur und meist unter Abkürzung der Versuchsdauer das Vacuum zur Zersetzung mitbenutzt, die schwächeren Spannungen der zurückbleibenden Salze sind nicht weiter beachtet und wahrscheinlich als verschwindend klein angesehen.

Nach den bereits publicirten Resultaten²⁾ betrug für eine Temperatur von 15° mit Abrechnung des Gegendruckes beim phosphorsauren Natron $\text{Na}_2\text{HPO}_4 + 12\text{H}_2\text{O}$ für die fünf letzten Wassermolecüle die Spannung 8,8 mm, für die folgenden fünf Molecüle blieb sie andauernd 5,8 mm und fiel dann beim Entweichen des letzten Wassers auf den abermals constanten Werth von 1,6 mm. Die direct gefundenen Zahlen für das Verhältniss der Spannung des im Salze gebundenen Wassers zu der des freien Wassers gaben ohne Correctur die Werthe 0,67—0,41 und 0,05, und diese Werthe der relativen Spannung sind schon vollständig ausreichend, um den grossen Unterschied im Verhalten der drei Salze mit 12, 7 und 2 Mol. Wasser deutlich zu machen. Da die relative Spannung ausserdem auf den Grad der Anziehung des gebundenen Wassers hinweist, so sollen die nachstehenden An-

1) Graham, Pogg. Ann. 38. p. 132. 1836.

2) W. Müller-Erbach, Wied. Ann. 23. p. 616. 1884.

gaben nur die unmittelbar gefundenen relativen Spannungen enthalten, und weil diese mit zunehmender Temperatur wachsen, so ist zugleich für möglichst viele Fälle eine Temperatur von 15° festgehalten worden. Die nähere Untersuchung über die Aenderung der Spannung mit wachsender Temperatur behalte ich mir noch vor. Für die Beurtheilung der Resultate ist ausserdem zu beachten, dass meine Versuche fast regelmässig, besonders aber bei entstehendem Zweifel wegen der Zuverlässigkeit des Ergebnisses noch einmal mit solchen Salzen wiederholt wurden, die aus wasserfreien oder wasserärmeren Verbindungen und dem Wasserdampf feucht gehaltener Luft zurückgebildet waren. Zunächst wurden an die erwähnten früheren Versuche die über schwefelsaure Salze mit 7 und mit 5 Mol. Wasser angeschlossen, und diese Reihenfolge ist auch in der nachstehenden Mittheilung festgehalten.

Magnesiumsulfat. $\text{MgSO}_4 + 7\text{H}_2\text{O}$.

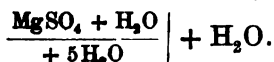
In einer der mit dem gewöhnlichen rhombischen Bittersalz ausgeführten Versuchsreihe habe ich die nachstehenden Resultate erhalten.

| Gewicht des Salzes | Gewicht des Krystallwassers | Mittlere Temp. (annähernd) | Gewichtsverlust des Salzes | Gewichtsverlust des unverbundenen Wassers | Relative Spannung |
|--------------------|-----------------------------|----------------------------|----------------------------|---|-------------------|
| 1,499 g | 0,768 g | $17^3 \cdot 4^0$ | 6 mg | 22 mg | 0,27 |
| | | $18^{1/2}$ | 9 | 29 | 0,31 |
| | | 18 | 13 | $38^{1/2}$ | 0,34 |
| | | 19 | 9 | 30 | 0,31 |
| | | 18 | 19 | 61 | 0,31 |
| | | 17 | 29 | 101 | 0,29 |
| | | $17^{1/2}$ | 17 | 61 | 0,28 |
| | | 17 | 8 | 40 | 0,20 |
| | | $16^{1/2}$ | 0 | 23 | 0 |
| | | 16 | $1^{1/2}$ | 59 | 0,025 |
| | | 16 | $1^{1/2}$ | 81 | 0,008 |
| | | 17 | 2 | 126 | 0,016 |

Anfangs ist, wie später näher erörtert wird, die Spannung etwas geringer, sie steigt dann bei 18° auf 0,34° und nimmt schliesslich wegen der zunehmenden Entfernung der

zersetzten Salztheile von der Oeffnung der Röhre etwas ab, um dann an der Grenze des sechsten Wassermolecüls eine mehr als fünfzehnfache Verminderung zu erfahren.

Auf dasselbe Magnesiumsulfat $\text{MgSO}_4 + 6\text{H}_2\text{O}$ war E. Wiedemann¹⁾ aus der Volumveränderung des Salzes bei 99° geführt worden und auch Mitscherlich und Haidinger hatten es dargestellt. Nach Mulder verliert das Bittersalz an trockener Luft bis $\frac{1}{57}$ seines Wassers, er hatte es also auch bei schwächerer Spannung noch etwas weiter zersetzt. Da nun nach Graham's Beobachtung das erste Molecül Wasser wesentlich fester gebunden ist als die übrigen und erst bei 110° verdampft, so kann das Verhalten des Salzes durch folgende Zusammensetzungsformel ausgedrückt werden:



Doch sind wahrscheinlich die 5 Mol. Wasser der zweiten Verbindungsstufe ebenfalls noch nicht gleichwerthig, sie erleiden eine langsame Dissociation, deren Endresultat bis jetzt nicht festgestellt werden konnte. Nach den bisherigen Beobachtungen scheint die Dampfspannung an der Grenze der Verbindung $\text{MgSO}_4 + 4\text{H}_2\text{O}$ von neuem stark abzunehmen und eine minimale zu werden. Nimmt man den Durchschnitt aus den sieben ersten Versuchen, für welche ausreichend Krystallwasser vorhanden war, so erhält man die relative Spannung 0,30 für 18°. Das Bittersalz kann daher nur verwittern, wenn der Feuchtigkeitsgehalt der Luft unter 30 Proc. gesunken ist, und dem entsprechend wird das Salz als ein solches beschrieben¹⁾, welches nur an warmer trockener Luft ein wenig verwittert.

Um die Bedingungen für das Zerfließen des Salzes kennen zu lernen, bestimmte ich die relative Spannung seiner gesättigten Lösung, und zwar ebenfalls nach der Verdampfungsgeschwindigkeit. Dabei muss man sich vorsehen, dass die sich ausscheidenden Krystalle nicht zu weit in die Versuchsröhre hineinwachsen, weil sonst die durch Capillaranziehung

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. 17. p. 561. 1882.

2) Gmelin, 1. Aufl. 2. p. 217. 1853.

gehobene Lösung wegen geringerer Entfernung von der Oeffnung schneller verdunstet. Man erhält meist gut übereinstimmende Resultate, wenn man bei bekanntem Procentgehalt der gesättigten Lösung Salz und Wasser in den erforderlichen Mengen in der Versuchsröhre erwärmt und nachher die abgekühlte Lösung beobachtet. Dabei kann indessen eine der Verdampfung hinderliche Uebersättigung vorkommen, und man muss deshalb nach der Ausscheidung des Salzes jedenfalls den Versuch fortsetzen. War die Lösung übersättigt, so zeigt sich bei der ersten beträchtlichen Ausscheidung des Salzes regelmässig bei den meisten Lösungen die Dampfspannung zu gross und, wie ich annehme, deshalb, weil die freiwerdende Lösungswärme auf längere Zeit die Temperatur der verdunstenden Flüssigkeit erhöht. Auch durch die später fortgesetzte regelmässige Ausscheidung aller sich unter Abkühlung lösenden Krystalle wird anscheinend die Verdampfungsmenge des Lösungswassers ein wenig vergrössert.

Für die Lösung von schwefelsaurer Magnesia fand ich nun bei 16° unmittelbar vor dem ersten Ausscheiden von Krystallen die relative Spannung 0,81, während sie nachher 0,83 betrug. Die Atmosphäre des Salzes müsste also andauernd mehr als 81 Proc. Feuchtigkeit besitzen, wenn es zerfliessen soll, innerhalb der Procentsätze 80 und 81 lässt sie es weder verwittern noch Feuchtigkeit aufnehmen.

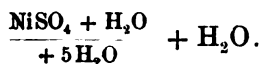
Nickelsulfat. $\text{NiSO}_4 + 7\text{H}_2\text{O}$.

Das Salz wurde durch Umkrystallisiren gereinigt und dann entweder direct oder nach längerem Liegen und schwachem Verwittern untersucht. Durch das Umkrystallisiren war es jedenfalls in die rhombische Form gebracht und an dieser Modification haben schon Brooke und Philipps beobachtet ¹⁾, dass sie an der Luft annähernd 1 Molecül Wasser verliert. Meine Versuche hatten dasselbe Ergebniss.

1) Brooke u. Philipps, Pogg. Ann. 6. p. 193. 1825.

| Gewicht des Salzes | Wassergehalt | Temperatur | Gewichtsverlust des Salzes | Gewichtsverlust des unverbundenen Wassers | Relative Spannung |
|--------------------|--------------|------------|----------------------------|---|-------------------|
| 0,2835 g | 0,128 g | 17° | 12 mg | 19 mg | 0,63 |
| | | | 3½ | 6 | 0,58 |
| | | | 2 | 11½ | |
| | | | 2 | 37 | |
| | | | 2 | 162 | 0,012 |
| 0,410 g | 0,184 g | 20° | 1½ | 160 | 0,003 |
| | | | 3 | 990 | 0,003 |
| | | | 19 | 35 | 0,54 |
| | | | 6 | 20 | |
| | | | 1½ | 21 | |
| | | | 1½ | 126 | |
| | | | 0 | 308 | |

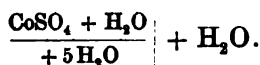
Es entweicht demnach genau ein Molecül Wasser unter einer mittleren Spannung von 0,56. Nun beträgt das Jahresmittel für den Feuchtigkeitsgehalt der Luft beispielsweise hier in Bremen 79 Proc., aber im Sommer ist gegen Mittag überall und im Winter regelmässig im geheizten Zimmer der Procentgehalt beträchtlich kleiner, sodass er leicht unter die Verwitterungsgrenze von 56 Proc. fallen kann. Die bekannte schwache Verwitterung des Salzes steht daher mit der beobachteten Dissociationsspannung in vollständiger Uebereinstimmung. Berücksichtigt man neben den vorstehenden Versuchen wieder die Beobachtung von Graham, dass das erste Molecül Wasser fester gebunden ist und erst über 279° verdampft, so ergibt sich die Formel:



Cobaltsulfat. $\text{CoSO}_4 + 7\text{H}_2\text{O}.$

| Gewicht des Salzes | Wassergehalt | Mittlere Temp. | Gewichtsverlust des Salzes | Gewichtsverlust d. unverbund. Wassers | Relative Spannung |
|--------------------|--------------|----------------|----------------------------|---------------------------------------|-------------------|
| 0,205 g | 0,092 g | 16° | 16½ | 20 mg | 0,50 |
| | | | 3½ | 18 | |
| | | | 0 | 17 | |

Ebenso verloren 0,411 g über Schwefelsäure 26 mg oder 1 Molekül Wasser bei den relativen Spannungen 0,57 und 0,53, nach der neuen Aufnahme von Wasserdampf 0,53, sodass ich die letztere Spannung als die normale ansehe. Der Rückstand enthielt in beiden Fällen 6 Moleküle Wasser, und diese Verbindung ist auch von Mitscherlich durch Krystallisation der Vitriollösung zwischen 20 und 30°, von Marignac zwischen 40 und 50° beobachtet. Bei 15½° betrug die relative Spannung der gesättigten Vitriollösung 0,90, und die Krystalle des Cobaltvitriols sind deshalb für einen Feuchtigkeitsgehalt der Atmosphäre zwischen 53 und 91 Proc. luftbeständig. Die Zusammensetzungsformel ist der des Nickelsalzes analog:



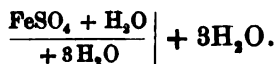
Eisensulfat. $\text{FeSO}_4 + 7\text{H}_2\text{O}$.

Der gewöhnliche monoklinische Eisenvitriol zeigte nach der Entstehungsart und dem Alter der Krystalle ziemlich starke Abweichungen, die eine grosse Zahl aufklärender Versuche erforderten. Die wichtigsten derselben sind die folgenden.

| Gewicht des Salzes | Wasser- gehalt | Mittlere Temp. | Gewichtsverlust | | Relative Spannung |
|---|----------------------------------|--|--|-----------------------------|-----------------------|
| | | | des Salzes | d. unverb. Wassers | |
| 0,563 g (ältere, gut erhaltene Krystalle) | 0,252 g (0,250 g gefunden) | 20° | 13 mg | 25½ mg | 0,51 |
| | | 19 | 17 | 34½ | 0,49 |
| | | 17½ | 9 | 18 | 0,50 |
| | | 16½ | 15½ | 35 | 0,44 |
| | | 17½ | 24½ | 56 | 0,44 |
| | | 20 | 24 | 57 | 0,42 |
| | | } 108 zusammen, 3 Moleküle = 108 mg | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | 17 | 14 | 42 | 0,33 |
| | | 16½ | 8½ | 30 | 0,28 |
| | | 16 | 9 | 37 | 0,25 |
| | | 15½ | 4½ | 19 | 0,24 |
| | | zwischen | 2 | 128 | 0,008 |
| | | 15 u. 19° | 1 | 1195 | |
| | | } 142 mg; mit d. vorig., 4 Mol. = 144 mg | | | |
| | | | | | |
| 0,217 g die zuerst ausgeschie- denen Krystalle des vorigen Salzes nach dem Umkrystallisiren | 0,098 g | 18 bis 22° | 42 mg Genau 3 Mol., nicht ½, mg verloren | 92 mg nachher in 6 Tagen | 0,46 Im Durchschn. |

| Gewicht des Salzes | Wasser- gehalt | Mittlere Temp. | Gewichtsverlust | | Relative Spannung |
|--|---|-------------------|--------------------------|-----------------------|----------------------|
| | | | des Salzes | d. unverb. Wassers | |
| 0,2445 g durch Al- koh. gefällt, sehr halt- bar | 0,110 g berechnet und gefunden | 17° | 1 1/2 mg | 17 1/2 mg | |
| | | 18 | 9 | 25 | 0,36 |
| | | 18 1/2 | 9 | 28 1/2 | 0,39 |
| | | 18 1/2 | 9 1/2 | 24 | 0,40 |
| | | 18 | 8 1/2 | 22 1/2 | 0,38 |
| | | 17 1/2 | 7 1/2 | 21 | 0,36 |
| | | 17 | 8 1/2 | 25 | 0,14 |
| 0,325 g später aus- geschied. u. grössere Krystalle | 0,147 g | 22 | 7 | 26 | 0,27 |
| | | 21 1/2 | 20 | 55 | 0,36 |
| | | 18 | 17 1/2 | 51 | 0,34 |
| | | 18 | 13 | 40 | 0,32 |
| | | 17 | 5 | 21 | 0,24 |
| | | | 0 | 21 | |
| 0,244 g 15 T. nach Ausscheid. d. Kryst. | 0,110 g | 16 bis 18° | 45/2 genau 3 Molecüle | 155 39 | 0,29 |
| | | | | | |
| 0,244 g Bis zum Verlust von 87 mg od. von 6 Mol. Wasser erhitzt u. in feuchte Luft gebracht, bis 86 mg wieder auf- genommen sind | 0,101 g | 16 1/2 | 5 1/2 | 18 | 0,30 |
| | | 16 | 5 1/2 | 18 | 0,30 |
| | | 16 | 5 1/2 | 18 | 0,30 |
| | | 15 1/2 | 7 1/2 | 25 | 0,30 |
| | | 14 | 21 | 69 | 0,30 |
| | | 14 1/2 | 8 1/2 | 36 | 0,24 |
| | | | 0 | 71 | |

Die älteren Krystalle erfuhren demnach bei grösserer Spannung eine die vier letzten Wassermolecüle umfassende Zersetzung, eine nur wenig geringere Spannung zeigten auch noch die aus jenen durch Umkrystallisation gebildeten und zuerst ausgeschiedenen Krystalle, aber die Zersetzung blieb genau an der Grenze des vierten Wassermolecüls stehen, und ebenso liessen alle anderen Proben von der Spannung 0,29 bis 0,36 oder 0,38 nur die drei letzten Wassermolecüle verdunsten. Besonders nach dem Verhalten des letzten aus Wasserdampf gebildeten Salzes halte ich die Spannung 0,30 für die normale und finde bei der bekannten grösseren Verwandtschaft des ersten Wassermolecüls die Formel:



Regnault hat ebenfalls durch Abdampfen einer Vitriol-lösung bei 80° die Verbindung mit 4 Molecülen Wasser als

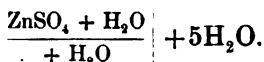
eine festere erkannt. Für die gesättigte Lösung des Eisen-
vitrriols fand sich bei 18° die relative Spannung 0,91.

Zinksulfat. $\text{ZnSO}_4 + 7\text{H}_2\text{O}$.

Das gewöhnliche rhombische Salz wurde in den Formen
der bei langsamer Ausscheidung entstehenden grösseren Kry-
stalle und der dem Bittersalz gleichen nadelförmigen Krystalle
verwandt.

| Gewicht des Salzes | Wasser- gehalt | Mittlere Temp. | Gewichtsverlust | | Relative Spannung |
|---|---|--------------------|---|-----------------------|--|
| | | | des Salzes | d. unverb. Wassers | |
| 1,156 g grosse Krystalle | 0,508 g 1 Molecül = 72 $\frac{1}{7}$ mg | 17 $\frac{1}{2}$ ° | 29 $\frac{1}{2}$ mg | 72 mg | 0,41 |
| | | 16 $\frac{1}{2}$ | 11 $\frac{1}{2}$ | 35 | 0,33 |
| | | 16 $\frac{1}{2}$ | 25 | 69 | 0,35 |
| | | 16 | 32 $\frac{1}{2}$ | 100 | 0,33 |
| | | 16 $\frac{1}{2}$ | 20 $\frac{1}{2}$ | 70 | 0,30 |
| | | 19 | 58 | 184 | 0,32 |
| | | 20 | 14 | 38 | 0,37 |
| | | 22 | 34 | 96 | 0,36 |
| | | 23 | 17 | 38 | 0,35 |
| | | 22 bis 24° | 111 | 312 | 0,35 |
| | | 24 | 15 | 52 | 0,29 |
| | | 22 | 29 mg | 120 mg | 0,24 |
| | | 21 | 10 | 55 | 0,18 |
| | | 16 bis 21° | 22 | 1044 | 0,02 |
| | | 16 bis 18 | 0 | 420 | — |
| | | mässig erhitzt | 78 im ganzen 507 | — | — |
| | | | 368 mg zusammen, 363 sind 5 Molecüle | | Wegen der Ungleichheit der Vergleichsröhre mit unverändertem Wasser weniger genau |
| 0,2875 g kleine Krystalle | 0,126 g | 18 $\frac{1}{2}$ ° | 9 $\frac{1}{2}$ mg | 25 $\frac{1}{2}$ mg | 0,37 |
| | | 16 $\frac{1}{2}$ | 13 $\frac{1}{2}$ | 38 | 0,35 |
| | | 16 $\frac{1}{2}$ | 13 $\frac{1}{2}$ | 39 | 0,35 |
| | | 17 | 3 $\frac{1}{2}$ | 26 | 0,14 |
| | | 19 | 16 | 72 | 0,22 |
| | | 23 | 6 | 20 | 0,30 |
| | | 22 | 23 $\frac{1}{2}$ | 79 | 0,30 |
| | | 23 | 7 $\frac{1}{2}$ | 40 | 0,19 |
| | | 21 | 2 $\frac{1}{2}$ | 45 | 0,06 |
| | | | 0 in 31 Tagen | | |
| 0,1659 g entwässertes Zinkvitrriol u. 0,101 g Was- serdampf aus der Luft | 0,101 g (0129 = 7 Molecülen) | 17 | 11 $\frac{1}{2}$ | 26 | 0,44 |
| | | 14 bis 16° | 12 $\frac{1}{2}$ | 28 | 0,445 |
| | | 14 bis 19° | 14 $\frac{1}{2}$ | 34 | 0,48 |
| | | | 12 | 26 | 0,46 |
| | | | 11 $\frac{1}{2}$ | 27 | 0,43 |
| | | | | | |
| | | 14° | 5 $\frac{1}{2}$ | 15 | 0,36 |
| | | | 5 | 15 | 0,33 |
| | | | 4 $\frac{1}{2}$ | 14 $\frac{1}{2}$ | 0,31 |
| | | | 1 $\frac{1}{2}$ | 14 | 0,04 |
| | | erhitzt | 20 od. 1 $\frac{1}{9}$ Mol. | — | — |

Der aus feuchter Luft und wasserfreiem Salz gebildete Zinkvitriol besitzt demnach eine etwas grössere Spannung als der aus wässriger Lösung ausgeschiedene, für ersteren beträgt sie 0,44 und für letzteren 0,35. In allen Fällen zeigt sich nach dem Entweichen von 5 Wassermoleculen eine starke Abnahme der Spannung, aber zweimal erstreckt sich die Dissociation noch auf den grössten Theil des sechsten Moleculs, während sie im dritten Falle, bei den nadelförmigen Krystallen, nur ein Drittel davon umfasste. Da auffälligerweise die Zersetzung nicht genau an der Grenze voller Molecüle stehen blieb, so wurde eine neue Probe neben einem grossen Ueberschuss an entwässertem Aetzkali in eine zugeschmolzene Glasröhre abgesperrt und die Röhre nach 8 Monaten erst geöffnet, aber auch jetzt fand sich ein Wasserrückstand von $1\frac{1}{7}$ Moleculen, also nahe mit dem der früheren Versuche übereinstimmend. Graham hat übrigens, wie nachher noch näher anzugeben ist, mit Mangansulfat ähnliche Erfahrungen gemacht. Eine Veränderung der Dissociation hinter dem sechsten Molecul des Krystallwassers, wie es der von Mitscherlich und Marignac über 30° ausgeschiedenen Verbindung $\text{ZnSO}_4 + 6\text{H}_2\text{O}$ entsprechen würde, findet entschieden nicht statt, dagegen fiel bei den dem Bittersalz ähnlichen Krystallen vor dem fünften Molecul die Spannung beträchtlich, während sie nachher allerdings allmählich fast wieder zu der früheren Höhe anstieg. Die von dem siebenfach gewässerten Salze jedenfalls als fester zu unterscheidende Verbindung mit 2 Moleculen Wasser ist von Schindler beim Zerfallen des Zinkvitriols durch Erwärmen auf 50° beobachtet und ebenso von Kühn durch Kochen mit absolutem Alkohol. Kühn erhielt auch durch Erhitzen bis 100° das einfach gewässerte Salz, aber ich darf nicht annehmen, dasselbe ebenfalls abgeschieden zu haben, dazu waren die von mir beobachteten Wasserreste zu gross. Die mit Sicherheit erkannten Unterschiede im Verhalten des Wassers finden demnach in der folgenden Formel ihren Ausdruck:



Die relative Spannung der gesättigten Lösung betrug 0,83 bei 15° .

Die Sulfate mit 7 Molekülen Wasser zerfallen also nach ihrer Dissociation in drei voneinander verschiedene Gruppen, die des Magnesiums, Nickels und Cobalts bilden die erste, die des Eisens und Zinks die zweite und dritte. Trotz der ganz gleichen Gefrierpunktserniedrigungen durch die beiden letzten ist also ihre Constitution doch wesentlich verschieden.

Kupfersulfat. $\text{CuSO}_4 + 5\text{H}_2\text{O}$.

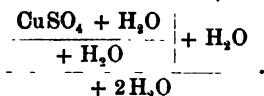
Kupfervitriol zeigt noch auffälliger, als ich früher vom Borax beschrieben habe, das merkwürdige Verhalten einer langsam zu dem normalen Werthe aufsteigenden Dissociationsspannung.

| Gewicht des Salzes | Wasser- gehalt | Mittlere Temp. | Gewichtsverlust | | Relative Spannung |
|---|---|----------------------|-------------------------------|-----------------------|----------------------|
| | | | des Salzes | d. unverb. Wassers | |
| 0,131 g fein zerrieben | 0,047 g | 9 bis 16° | 0 in 5 Tagen | — | — |
| | | 16 bis 17° | 2 mg in den folg. 14 Tagen | — | — |
| | | 17 bis 19° | 14 mg in d. folg. 24 Tagen | — | — |
| 0,185 g fein zerrieben | 0,067 g | 14 bis 16° | 0 in 4 Tagen | | |
| | | 16 bis 23° | 4 in 17 Tagen | 322 mg | 0,012 |
| | | 16½ bis 20° | 7 | 140 | 0,05 |
| | | 20 bis 21° | 3½ | 80 | 0,044 |
| | | 17° | 3½ | 90 | 0,04 |
| | | 16½° | 6½ | 162 | 0,04 |
| | | 19° | 6 zusammen | 158 | 0,038 |
| | | | 30½ mg = 2¼ M. | | |
| | | 19 bis 24° | 3½ | 115 | 0,03 |
| | | 18 bis 23° | 2 | 1320 | 0,0015 |
| | | 12 bis 18° | 4½, zusammen | 1660 | 0,0027 |
| | | | 40½ = 3 Mol. | | |
| | | | 1,2 | 2940 | 0,0004 |
| 0,162 g entwässer- ter Kupfer- vitriol | 0,091 g od. 5 Mol. Wasser aus feucht. Luft aufgenomm. | 17° 13 bis 18 | 3½ | 39 | 0,09 |
| | | | 3 | 37 | 0,08 |
| | | | 3½ | 46 | 0,08 |
| | | | 14 | 154 | 0,09 |
| | | | 12 | 160 | 0,08 |
| | | | 1 | 154 | 0,006 |
| | | | ½ in 10 Tagen | | |

Ein anderer Kupfervitriol, der bei schwächerem Erhitzen 1 Mol. Wasser zurückbehalten und nachher aus feuchter Luft die vier übrigen wieder aufgenommen hatte, zeigte mit dem Salze des letzten Versuches übereinstimmend die relative

Spannung 0,09—0,10 und 0,08. Daher unterliegt es keinem Zweifel, dass die Spannung des regenerirten Kupfersulfats, abweichend von allen bis jetzt untersuchten Salzen, von derjenigen des aus wässriger Lösung ausgeschiedenen gewöhnlichen Salzes ganz erheblich verschieden ist. Letztere kann durchschnittlich zu 0,04 angenommen werden, während die erstere 0,09 beträgt. Aus dieser Thatsache erklären sich ohne weiteres grössere Unregelmässigkeiten, wie sie Naumann aus der barometrischen Messung der Dissociationsspannung von Kupfervitriol mitgetheilt hat.

Nachdem die grössere Spannung erreicht ist, bleibt sie gleichmässig, bis 2 Mol. Wasser verdampft sind, und sie hält sich besonders genau an diese Grenze bei dem aus feuchter Luft regenerirten Salze. Das dritte Mol. Wasser verdampft mit bedeutend geringerer Spannung, die wegen des Gegendruckes der über der benutzten Schwefelsäure restirenden Feuchtigkeit noch genauer bestimmt sein müsste. Nachdem 3 Mol. Wasser verschwunden sind, erfährt die Spannung von neuem eine beträchtliche Verminderung und nimmt den minimalen Werth von 0,0004 an. Da das letzte Wassermolecül allein sich wieder fester gebunden erweist, und nach Graham erst über 221° verdampft, so sind vier Stufen in der Anziehung des Wassers zu unterscheiden, und die Formel heisst:



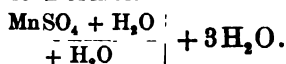
Graham hat an dem bei etwas höherer Temperatur von 19—21° im Vacuum gehaltenen Kupfervitriol ebenfalls einen Rest von fast 2 Mol. Wasser bestimmt. Der Einwirkung einer grösseren Menge von entwässertem Kali in einer zugeschmolzenen Glasröhre ausgesetzt, zeigte er nach mehreren Wochen weisse Streifen, die sich allmählich vergrösserten, und es blieb dabei nach zehn Monaten ein Rückstand von $1\frac{2}{3}$ Mol. Wasser. Bei einer geringeren Menge von mit eingeschlossenem Kali enthielt der Kupfervitriol nach 15 Monaten genau 3 Mol. Wasser, während von dem Aetzkali im ganzen $\frac{5}{6}$ Mol. Wasser aufgenommen waren. Die gesättigte Sulfatlösung hat bei 13° die relative Spannung 0,94.

Mangansulfat. $\text{MnSO}_4 + 5\text{H}_2\text{O}$.

| Gewicht des Salzes | Wasser- gehalt | Mittlere Temp. | Gewichtsverlust | | Relative Spannung |
|---|----------------------------------|-------------------|--|-----------------------|----------------------|
| | | | des Salzes | d. unverb. Wassers | |
| 0,5355 g etwas ver- wittert | 0,200 g (0,195 g gefunden) | 16° | 11 $\frac{1}{3}$ mg | 18 mg | 0,64 |
| | | 16 | 8 $\frac{1}{2}$ | 14 | 0,61 |
| | | 17 | 14 | 37 | 0,40 |
| | | 17—19 | 19 | 37 | 0,51 |
| | | 20 | 22 $\frac{1}{2}$ | 42 | 0,54 |
| | | 21—23 | 24 $\frac{1}{2}$ | 47 | 0,52 |
| | | 24 | 13 | 25 | 0,52 |
| | | | noch 82 od. nahezu 2 Mol. rückständig | | |
| | | 22 | 18 | 46 | 0,89 |
| | | 22 | 9 | 71 | 0,13 |
| | | 17—23 | 3 $\frac{1}{2}$ | 549 | 0,006 |
| | | | 0 in 52 Tagen | 206 | |
| | | beim Erhitzen | 51 od. 1 $\frac{1}{4}$ Mol. | | |
| Das vorige Salz, nach- dem es entwässert war, und dann 2 $\frac{2}{3}$ Mol. Wasser aus feuchter Luft aufgenommen hatte | 14—16 | 15 $\frac{1}{2}$ | 9 | 14 | 0,64 |
| | | { | 6,8 | 14 | 0,49 |
| | | | 15,2 | 28 | 0,54 |
| | | | 7 $\frac{1}{2}$ | 26 | 0,29 |
| | | | 3 | 20 | 0,15 |
| | | | rückständ. 1 $\frac{1}{2}$ Mol. | 35 | |

Nachdem eine geringe Menge Wasser mit höherer Spannung verdunstet ist, fällt letztere auf 0,50 bis 0,54, und ich möchte nach dem letzten Versuche 0,52 als dem normalen Werthe am nächsten liegend hinstellen. Die Abweichungen sind grösser als bei den übrigen Salzen, aber es bleibt trotz derselben eine entschiedene Abstufung zwischen dem zweiten und dritten Wassermolecul unverkennbar. Und ebenso unzweifelhaft muss im Gegensatz zum Kupfervitriol das Verhalten und die daraus gefolgerte Anziehung zwischen dem dritten und vierten Molecul als gleichartig angesehen werden. Während in meinen Versuchen Wasserreste von 1 $\frac{1}{4}$ und 1 $\frac{1}{3}$ Mol. bestimmt sind, hatte Graham durch Austrocknen im Vacuum bis 22° einen Rückstand von 1 $\frac{2}{3}$ Mol. erhalten. In der zugeschmolzenen Glasröhre liess Aetzkali in acht Monaten bei einem ersten Versuche 1 $\frac{1}{3}$, bei einem zweiten bei etwas höherer Temperatur in zwei Monaten 1 $\frac{1}{6}$ Mol. zurück, während Graham wieder durch Erhitzen an der Luft bis 114° etwas über 1 Mol. im Rückstande gefunden

hat. Die Thatsache muss deshalb als feststehend angesehen werden, dass bei mehreren Salzen innerhalb des einzelnen Wassermolecüls die Dampfspannung sprunghaft abnimmt, und dass die Theile solcher Molecüle sich physikalisch ungleichartig erweisen. Vielleicht fällt in diesem Stadium der Zersetzung der ganze Rest der Verbindung in sich zusammen und erfährt dann eine derartige Umlagerung, dass nachher das Wasser fester gebunden ist. Weil nach Graham das letzte Fünftel des Wassers wieder viel schwieriger verdampft, als das übrige, nämlich zwischen 194 und 210°, so ergab sich für Mangansulfat die Formel:



Da sich das Salz nicht wie die übrigen unter starker Abkühlung, sondern unter ganz geringer Wärmeabsonderung in Wasser löst, so war bei der Bestimmung der relativen Spannung der gesättigten Lösung ein störender Einfluss der Lösungswärme nicht vorhanden. Sie erwies sich recht gleichmässig und betrug 0,83 für 15° und 0,84 für eine mittlere Temperatur von beinahe 17°.

Zum Vergleiche wurden noch zwei zusammengesetzte schwefelsaure Salze untersucht, nämlich die Doppelsalze:

Kalialaun $\text{K}_2\text{SO}_4, \text{Al}_2\text{SO}_4 + 24\text{H}_2\text{O}$
und Ammoniakalaun $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4, \text{Al}_2\text{SO}_4 + 24\text{H}_2\text{O}$.

Sie zeigten beide geringe und untereinander fast genau übereinstimmende Dissociation, die im Laufe von 65 Tagen bei einer von 14 bis 19° wechselnden Temperatur innerhalb der Werthe von 0,025 bis 0,036 für die relative Spannung schwankte, und also noch schwächer war als beim Kupfervitriol. Bei der Langsamkeit der Zersetzung waren beim Kalialaun trotz der langen Dauer des Versuchs erst 5 Mol. Wasser verdunstet, und von Ammoniakalaun, von dem eine grössere Menge zu dem Versuche verwandt war, noch weniger. Die Grenze einer geringeren Spannungsstufe wurde dabei in keinem Falle erreicht.

Neben der grossen Verschiedenheit in der Constitution der Salze, die sich auf diese Weise durch die genauere Beob-

achtung ihrer Dissociation zu erkennen gibt, erscheint mir ein anderer Umstand von ganz besonderer Bedeutung für die Auffassung über die Anordnung der einzelnen Bestandtheile innerhalb der einheitlichen Gruppen, die wir als Molecüle zu bezeichnen pflegen. Im Laufe der Dissociation zeigte sich nämlich, wie schon erwähnt, ziemlich häufig die merkwürdige Erscheinung, dass beim Uebergang von einer wasserreicheren zu einer Verbindung von geringerem Wassergehalt und geringerer Spannung anfangs tagelang fast gar kein Wasser verdampfte und erst allmählich eine grössere und schliesslich constante Gewichtsabnahme wahrgenommen werden konnte. Mehrere Salze von überhaupt schwacher Dissociationsspannung verhielten sich bei der ersten Einwirkung der trockenen Atmosphäre ganz ähnlich und deshalb erkläre ich mir jenen Stillstand bei dem Uebergange zu einem schwerer zersetzbaren Complexe dadurch, dass das zuerst abgegebene Wasser diesem Complexe in einem gewissen Grade getrennt gegenübersteht. Anfangs reagirt das loser gebundene Wasser für sich allein auf den äusseren Feuchtigkeitsdruck in dem das Salz umgebenden Raume, ist dieses erste Wasser dann verschwunden, so lockert sich allmählich durch die innere Dampfspannung, die nun keinen Gegendruck mehr findet, in allen Molecülen die Festigkeit der rückständigen Verbindung, und so entsteht schliesslich von neuem ein gleichmässiger Dampfdruck. Man hat also nach dieser Auffassung innerhalb der einzelnen Molecüle von manchen Salzen getrennt wirksame Complexe von Wasser und von wasserhaltigem Salz anzunehmen. Das bezügliche Verhalten fiel unter den von mir untersuchten Verbindungen an folgenden besonders auf: am phosphorsauren Natron, Borax, an dem durch Alkohol ausgeschiedenen Eisenvitriol, am Zinkvitriol, Kupfervitriol, Chlorcalcium, Chlormagnesium und Chlorbarium. Als eine vereinzelt vorkommende Ausnahme kann man demnach die Erscheinung entschieden nicht ansehen, und es verdiente näher geprüft zu werden, ob vielleicht eine Veränderung des Volumens mit jenem Vorgang verbunden ist.

VI. Ueber die Inconstanz der Dämpfungsfunction eines Galvanometers und ihren Einfluss auf die absolute Widerstandsbestimmung mit dem Erd-inductor; von F. Kohlrausch.

Es wurde neulich die Behauptung aufgestellt¹⁾, dass meine alte absolute Widerstandsbestimmung²⁾ wegen eines von mir irrthümlich geschätzten Einflusses einen „erheblichen Fehler“ enthalte. Ehe ich diese Bemerkung widerlege, bemerke ich zur Uebersicht folgendes:

Bei Gelegenheit der genannten Arbeit hatte ich an dem von mir angewandten Galvanometer auch die Abhängigkeit des Dämpfungsverhältnisses von der Schwingungsweite bestimmt, um zu entscheiden, ob innerhalb der gebrauchten Schwingungsweiten die Veränderlichkeit der Dämpfung im Vergleich mit anderen Fehlerquellen vernachlässigt werden konnte, so wie man das bis dahin stillschweigend zu thun pflegte.

Ich bemerkte damals zunächst, dass die Abweichungen offenbar dem Quadrate der Schwingungsweite proportional sein müssen. Dann untersuchte ich das Dämpfungsverhältniss für zwei verschiedene Schwingungsweiten und schloss aus den Resultaten, welche ich in Zahlen mittheilte, dass für meine Zwecke und für das Maass der erreichbaren Genauigkeit meines Resultates der Fehler aus der Inconstanz des Dämpfungsverhältnisses nicht beträchtlich war.

Der Hr. Verfasser des eingangs erwähnten Einwandes nun behauptet am Schlusse seiner Auseinandersetzungen, dass dieser mein obengenannter „vermeintlicher Beweis der Constanz der Multiplicatorfunction jedenfalls einen erheblichen Fehler im Resultat der bezüglichen Untersuchungen des Hrn. Kohlrausch zur Folge gehabt habe“. Nach seinen „Erfahrungen über die Grösse der Inconstanz

1) H. Wild, Wied. Ann. 24. p. 209. 1885. Ich antworte hier nur auf denjenigen Theil dieser Veröffentlichung, welcher etwas Sachliches enthält. Die anderen darin mir gemachten Vorhalte überlasse ich der eigenen Kritik des Lesers.

2) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. Ergbd. 6. p. 1. 1871.

bei ähnlichen Multiplicatoren dürfte der Fehler wohl nahezu 0,3 Proc. betragen“.

Selbstverständlich war ich zunächst der Meinung, eine solche bestimmte, mit gesperrter Schrift hervorgehobene Kritik seitens eines erfahrenen Beobachters gegenüber fremden Resultaten werde nicht grundlos abgegeben worden sein. Ich versuchte daher, mir den von dem Hrn. Verfasser nicht gegebenen Nachweis seiner Behauptung selbst zu liefern. Indessen, wie man sehen wird, mein Bemühen war vergeblich. Meine frühere Untersuchung des Multiplicators und die daraus gezogenen Schlüsse werden in einer, wie ich glaube, unanfechtbaren Weise bestätigt, wonach ich den Einwand in der That als einen irrthümlichen zurückweisen muss.

Es liegen nämlich ausser meinen Zahlen weitere eingehende Beobachtungen an dem von mir gebrauchten Galvanometer vor, da Hr. K. Schering bei seiner späteren grundlegenden Arbeit über die Inconstanz der Dämpfungsfunction¹⁾ gerade dasselbe Instrument als Beispiel zu einer sorgfältigen Untersuchung verwendet hat.

Dieser Arbeit von Schering entnehme ich das Folgende, wobei ich zur Einfachheit aus seiner Theorie den Einfluss der Luftdämpfung weglassen und ferner das rücktreibende Drehungsmoment auf die Nadel dem Ausschlage proportional setze. Diese Umstände können hinreichend genau für sich behandelt werden; die daraus folgenden Correctionen sind in meiner Arbeit bereits berücksichtigt worden.

Die Schwingung einer Magnetnadel im geschlossenen Multiplicator finde statt nach dem Ausdruck²⁾:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2M(1 - M_1\varphi^2)\frac{d\varphi}{dt} + n^2\varphi = 0.$$

$M_1\varphi^2$ misst die Abhängigkeit der Dämpfungsfunction von dem augenblicklichen Ausschlage φ .

Es sei nun λ der Grenzwert des natürlichen logarithmischen Decrementes für kleine Schwingungen. Dasjenige Decrement λ , welches aus zwei aufeinanderfolgenden beob-

1) K. Schering, Wied. Ann. 9. p. 287 u. 452. 1880.

2) K. Schering, p. 471.

achteten Ausschlägen α_1 und α_2 als $\lambda = \log(\alpha_1/\alpha_2)$ gefunden wird, ist dann nach Schering:

$$(1) \quad \lambda = A(1 - S_2 \alpha_1^2),$$

und die Geschwindigkeit v_0 , mit welcher die Nadel bei dem Antritt der grösseren Schwingung α_1 die Ruhelage passirte, ist:

$$(2) \quad v_0 = n \alpha_1 e^{\frac{1}{\pi} \arctg \frac{\pi}{A}} (1 - S_3 \alpha_1^2).$$

S_2 und S_3 sind Constanten des Galvanometers, die sich unter Zusammenfassung der Schering'schen Formeln ergeben:

$$(3) \quad S_2 = \frac{M_1}{8} \frac{1 - e^{-2\lambda}}{\lambda} \frac{\pi^2 + 7\lambda^2}{\pi^2 + \frac{1}{4}\lambda^2},$$

$$(4) \quad S_3 = \frac{M_1}{8} e^{\frac{3}{\pi} \arctg \frac{\pi}{A}} \frac{\lambda}{\pi} \frac{(\pi^2 + \lambda^2) - (\pi^2 + 7\lambda^2)}{\pi^2 + \frac{1}{4}\lambda^2}.$$

Für mein Galvanometer findet Schering:

$$M_1 = 3,553.$$

Vergleich meiner früheren Beobachtungen über die Veränderlichkeit der Dämpfung. Es war hierbei¹⁾ das Dämpfungsverhältniss = 1,744, also $\lambda = \log \text{nat } 1,744 = 0,556$. Hieraus ergibt sich nach Formel (3) $S_2 = 0,64$.

Meine Beobachtungen gaben nun:

für den grösseren Schwingungsbogen 3° , d. h. $\alpha_1 = 0,026$ $\lambda = 0,55636$
 „ „ „ „ „ „ 7° , d. h. $\alpha_1 = 0,061$ $\lambda' = 0,55535$

sodass ich gefunden hatte $\lambda/\lambda' = 1,0018$.

Nach Schering müsste sein:

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{1 - 0,026^2 \cdot 0,64}{1 - 0,061^2 \cdot 0,64} = 1,0019.$$

Meine Beobachtung wird also durch die später von Schering ausgeführte Untersuchung bestätigt.

Correction der absoluten Widerstandsbestimmung wegen der Inconstanz der Dämpfungsfuction bei Zurückwerfungsbeobachtungen mit dem Erdinductor. Ich schätzte seiner Zeit aus den eben gegebenen Beobachtungen, dass der Einfluss der Inconstanz des Däm-

1) F. Kohlrausch, l. c. p. 19.

pfungsverhältnisses etwa $\frac{1}{4000}$ des kleineren Schwingungsbogens betragen werde. Mit Rücksicht auf die Fehlerformeln¹⁾ würde das Endresultat hiernach etwa um $\frac{1}{2000}$ zu corrigiren sein. Da eine genaue Theorie des Einflusses damals nicht vorlag, so unterliess ich die neben den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern nicht erhebliche Correction.

Aus Schering's Abhandlung soll zunächst die erforderliche Correction allgemein abgeleitet und dann mit Hülfe der Beobachtungsdaten auf meine Messung angewandt werden.

Der absolute Widerstand W meiner Leitung (Erdinductor und Galvanometer) wäre, von dem Luftwiderstand abgesehen, zu berechnen gewesen²⁾:

$$(5) \quad W = 8\pi \frac{F^2 H^2}{t K} \frac{1}{I^2} \frac{1}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}.$$

Statt dessen wurde gerechnet:

$$(6) \quad w = 8\pi \frac{F^2 H^2}{t K} \frac{\lambda}{\gamma^2} \frac{1}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}.$$

Inductorfläche F , Erdmagnetismus H , Schwingungsdauer t und Trägheitsmoment K sind in beiden Formeln gleich. Das logarithmische Decrement λ und die durch einen Inductionsschoss der Nadel zugefügte Winkelgeschwindigkeit γ sind aus dem grösseren und dem kleineren Ausschlage α_1 und α_2 bei der Zurückwerfungsmethode so berechnet worden, als wäre das Dämpfungsverhältniss von der Schwingungsweite unabhängig. λ und γ sind nun auf die corrigirten Werthe A und Γ umzurechnen.

Setzen wir:

$$A - \lambda = \Delta\lambda, \quad \Gamma - \gamma = \Delta\gamma,$$

so ist also der in gewöhnlicher Weise berechnete Widerstand w um Δw zu corrigiren, wo:

$$(7) \quad \frac{\Delta w}{w} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \frac{\pi^2}{\pi^2 + \lambda^2} - 2 \frac{\Delta\gamma}{\gamma}.$$

Aus (1) folgt:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = + S_2 \alpha_1^2.$$

1) F. Kohlrausch, l. c. p. 18.

2) F. Kohlrausch, l. c. p. 14.

Um $\Delta\gamma$ zu erhalten, stellen wir folgende Ueberlegung an. Γ ist bei der Zurückwerfungsmethode gleich der Geschwindigkeit v_0 , mit welcher die Nadel ihre grössere Elongation α_1 antritt, vermehrt um die (absolute) Geschwindigkeit v_2 , welche sie am Ende der kleineren Elongation α_2 bei der Rückkehr in die Ruhelage noch besass, weil die Wirkung des Inductionsstosses sich aus der Vernichtung von v_2 und der Ertheilung von v_0 summirt.

$$\Gamma = v_0 + v_2.$$

Nun ist (Gl. 2):

$$(2) \quad v_0 = n \alpha_1 e^{\frac{\Delta}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\Delta}} (1 - S_3 \alpha_1^2).$$

v_2 lässt sich folgendermassen finden. Zunächst können wir die Geschwindigkeit v_1 , mit welcher die Nadel bei dem Antritt der kleineren Schwingung die Ruhelage passirt, in dem kleineren Ausschlage α_2 ebenso ausdrücken, wie eben v_0 in α_1 :

$$v_1 = n \alpha_2 e^{\frac{\Delta}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\Delta}} (1 - S_3 \alpha_2^2).$$

Setzt man hierin $\alpha_2 = \alpha_1 e^{-\lambda}$, so lässt sich v_1 schreiben:

$$v_1 = n \alpha_1 e^{-\lambda} e^{\frac{\Delta}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\Delta}} (1 - S_3 \alpha_1^2 e^{-2\lambda}),$$

und da $e^{-\lambda} = e^{-\Delta} e^{\Delta\lambda} = e^{-\Delta} (1 + \Delta\lambda) = e^{-\Delta} (1 + \lambda S_2 \alpha_1^2)$:

$$v_1 = n \alpha_1 e^{-\Delta} e^{\frac{\Delta}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\Delta}} (1 + S_2 \lambda \alpha_1^2 - S_3 \alpha_1^2 e^{-2\lambda}).$$

Höhere als zweite Potenzen von α_1 sind stets vernachlässigt.

Gerade so wie v_1 als Function der vorausgehenden Elongation α_1 wird nun v_2 sich als Function von α_2 ausdrücken:

$$(9) \quad v_2 = n \alpha_2 e^{-\Delta} e^{\frac{\Delta}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\Delta}} (1 + S_2 \lambda \alpha_2^2 - S_3 \alpha_2^2 e^{-2\lambda}).$$

Aus (2) und (9) findet sich die Summe $\Gamma = v_0 + v_2$ nach einigen einfachen Kürzungen:

$$\Gamma = n e^{\frac{\Delta}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\Delta}} (\alpha_1 + \alpha_2 e^{-\Delta}) \left[1 + \frac{S_2 \lambda \alpha_2^2 e^{-\lambda} - S_3 \alpha_1^2 - S_3 \alpha_2^2 e^{-3\lambda}}{\alpha_1 + \alpha_2 e^{-\lambda}} \right].$$

Statt dessen wurde berechnet:

$$\gamma = n e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}} (\alpha_1 + \alpha_2 e^{-\lambda}).$$

$\Delta\gamma/\gamma$ oder $(\Gamma - \gamma)/\gamma$ wird hieraus erhalten:

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = S_2 \left[\alpha_1^2 \left(\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda} - \frac{\lambda^2}{\pi^2 + \lambda^2} - \frac{\lambda \alpha_2 e^{-\lambda}}{\alpha_1 + \alpha_2 e^{-\lambda}} \right) + \frac{\lambda \alpha_2^3 e^{-\lambda}}{\alpha_1 + \alpha_2 e^{-\lambda}} \right] \\ - S_3 \frac{\alpha_1^3 + \alpha_2^3 e^{-3\lambda}}{\alpha_1 + \alpha_2 e^{-\lambda}}.$$

Ersetzt man noch α_2 durch $\alpha_1 e^{-\lambda}$, so wird:

$$(10) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\Delta\gamma}{\gamma} &= \alpha_1^2 \left[S_2 \lambda \left(\frac{1}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda} - \frac{\lambda}{\pi^2 + \lambda^2} - \frac{e^{-2\lambda} - e^{-4\lambda}}{1 + e^{-2\lambda}} \right) \right. \\ &\quad \left. - S_3 \frac{1 + e^{-6\lambda}}{1 + e^{-2\lambda}} \right]. \end{aligned} \right.$$

Will man die Correction $\Delta w/w = (\Delta\lambda/\lambda) \pi^2/(\pi^2 + \lambda^2) - 2\Delta\gamma/\gamma$ zusammenfassen, so wird nach (7), (8) und (10):

$$(11) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\Delta w}{w} &= \alpha_1^2 \left[S_2 \left(-2 \frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda} + 1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2 + \lambda^2} + 2\lambda \frac{e^{-2\lambda} - e^{-4\lambda}}{1 + e^{-2\lambda}} \right) \right. \\ &\quad \left. + 2 S_3 (1 - e^{-2\lambda} + e^{-4\lambda}) \right]. \end{aligned} \right.$$

Wenn λ gegen π klein ist, so rechnet man bequemer:

$$\frac{\Delta w}{w} = \alpha_1^2 \left[S_2 \left(+2 \frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\lambda}{\pi} + 1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2 + \lambda^2} - \lambda \frac{1 - e^{-2\lambda} + 2e^{-4\lambda}}{1 + e^{-2\lambda}} \right) \right. \\ \left. + 2 S_3 (1 - e^{-2\lambda} + e^{-4\lambda}) \right],$$

indem $\operatorname{arc\,tg} \lambda/\pi$ nahe $= \lambda/\pi$ ist.

Numerische Bestimmung.

Bei der absoluten Widerstandsmessung¹⁾ war:

$\lambda = 0,495$, also $S_2 = 0,658$, $S_3 = 0,189$ (Gl. 3 und 4).

Weiter war die halbe grosse Amplitude $\alpha_1 = 0,0229$. Die relative Correction des logarithmischen Decrements auf kleine Schwingungen ist demnach:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = S_2 \alpha_1^2 = 0,00034,$$

beträgt also etwa $1/3000$.

1) F. Kohlrausch, l. c. p. 30.

Noch zehnmal kleiner wird die Correction der von dem Inductionsstosse mitgetheilten Winkelgeschwindigkeit γ , denn man erhält (Gl. 10) aus obigen Daten:

$$\frac{\Delta \gamma}{\gamma} = - 0,000\ 04.$$

Die an der früheren Widerstandsberechnung anzubringende relative Correction beläuft sich also, wie ich dieselbe ungefähr auch geschätzt hatte, auf:

$$\frac{\Delta w}{w} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \frac{\pi^2}{\pi^2 + \lambda^2} - 2 \frac{\Delta \gamma}{\gamma} = + 0,00041,$$

also nicht 0,3, sondern 0,04 Procent.

Meine alte absolute Widerstandsbestimmung ist häufig Gegenstand der Discussion gewesen, um die beträchtliche Abweichung des von mir erhaltenen Resultates von anderen Messungen aufzuklären. Da ein Anderer so wenig wie ich selbst argwöhnen konnte, dass die bei der Herstellung des Inductors ausgeführte Messung seiner Windungsfläche die letztere über 1 Proc. zu gross ergeben hatte, wie ich später zeigte¹⁾, so wurden alle möglichen sonstigen Fehlerquellen von verschiedenen Seiten besprochen. Hierbei ist aber, wie ich gern constatire, nur ein Umstand gefunden worden, den ich bei meiner Arbeit übersehen hatte, d. i. die Selbstinduction des durch die schwingende Nadel inducirten dämpfenden Stromes. Hierauf haben die Herren Rowland und Stoleto²⁾ hingewiesen, und der letztere hat die hieraus entspringende Correction berechnet zu:

$$\frac{\Delta w'}{w} = - 0,00032.$$

Es hebt sich also zufällig diese Correction gegen die in der vorliegenden Mittheilung aus der Inconstanz der Dämpfungsfuction berechnete bis auf den gegen die Beobachtungsfehler ganz gleichgiltigen Betrag von 0,01 Proc. heraus.

1) F. Kohlrausch, Gött. Nachr. p. 661. 1882.

2) Rowland, Phil. Mag. (4) 50. p. 161. 1875; Stoleto²⁾, ib. p. 404.

Es bleibt also das von mir nach der Richtigstellung der Inductorfläche gegebene Resultat meiner Arbeit¹⁾:

$$1 \text{ Quecksilbereinheit} = 0,944 \text{ Ohm}$$

von den Correctionen unberührt.

Ich würde diese Umstände nicht einer Veröffentlichung für werth halten, wenn nicht meine damalige Messung der einzige Repräsentant der von Weber gegebenen combinirten Inductions- und Dämpfungsmethode wäre. In dieser Eigenschaft, und da die Messung mit der grössten Sorgfalt ausgeführt worden ist, darf ihr Ergebniss immer noch seinen Platz beanspruchen, auch wenn unter den neueren, von ausgezeichneten Beobachtern herrührenden Messungen sich natürlich solche befinden, welche ein grösseres Gewicht als meine vor 16 Jahren ausgeführte Bestimmung verdienen.

Praktische Ermittlung der Veränderlichkeit einer Multiplicatorfunction. Ich erlaube mir, einen kleinen Kunstgriff für diese Aufgabe zu empfehlen, der ihre Ausführung sehr genau und einfach macht. Der zu untersuchende Multiplicator stehe auf einer Kreistheilung, welche etwa Zehntelgrade zu schätzen gestattet, und deren Drehungsaxe mit dem Aufhängefaden der Nadel zusammenfällt. Ein Strom gehe durch diesen Multiplicator und durch ein zweites Spiegelgalvanoskop von nahe gleicher Empfindlichkeit. Eine Wiedemann'sche Bussole lässt diese Bedingung leicht erfüllen. Die Scalenabstände beider Instrumente seien nahe gleich.

Es werden nun die gleichzeitigen Nadeleinstellungen beider Instrumente bei verschiedenen Azimuthen des zu untersuchenden Multiplicators abgelesen. Man sieht leicht, wie auf diesem Wege die Correctionsconstante der Galvanometerfunction und die symmetrische Stellung des Multiplicators gegen die Nadel, unabhängig von den kleinen Schwankungen der Declination, Intensität und der Stromstärke selbst,

1) F. Kohlrausch, Gött. Nachr. p. 661. 1882. Da mir diese ungefähre Neutralisation beider Umstände bekannt war, so habe ich dieselben in der kurzen Mittheilung nicht erwähnt.

mit jeder wünschenswerthen Schärfe erhalten wird. Die ganze Arbeit ist in einer Viertelstunde auszuführen.

Natürlich muss hierbei der etwaige eigene Localeinfluss des gedrehten Multiplicators auf die Nadel, sowie der zuweilen vorkommende Einfluss des mitgedrehten Deckglases auf die Einstellung des Spiegelbildes beachtet werden.

VII. *Ueber einige neue Methoden zur Beobachtung electrischer Schwingungen und einige Anwendungen derselben*¹⁾; von R. Colley.

(Hierzu Taf. IV Fig. 17–19.)

I. Theil. Versuchsmethoden.

§ 1. Die Möglichkeit einer schwingenden oder alternirenden Bewegung der Electricität bei der Entladung eines electrisch geladenen Leiters ist seit dem Jahre 1853 von W. Thomson²⁾ theoretisch vorausgesehen worden. Mehrere Forscher: Feddersen³⁾, v. Helmholtz⁴⁾, v. Oettingen⁵⁾, Bernstein⁶⁾ u. a. haben seitdem vermittelt verschiedenartiger Versuchsmethoden die thatsächliche Existenz oscillirender Ströme bei der Entladung von Leydener Flaschen, sowie in ungeschlossenen Inductionsspiralen dargethan. Durch die Untersuchung von Schiller⁷⁾ für den letzteren Fall, und die von L. Lorenz⁸⁾ für den ersteren, ist die volle Uebereinstimmung der experimentellen Gesetze der Erscheinung mit

1) Auszug des Verfassers aus den Sitzungsberichten der physikalisch-mathematischen Abtheilung der Naturforschergesellschaft zu Kasau.

2) W. Thomson, Math. and phys. Papers. 1. p. 540.

3) Feddersen, Pogg. Ann. 103. p. 69. 1858; 108. p. 497. 1859; 112. p. 452. 1861; 113. p. 437. 1861; 115. p. 336. 1862; 116. p. 132. 1862. Die Resultate seiner Versuche sind von Kirchhoff commentirt und berechnet worden. (Gesamm. Abh. p. 168.)

4) v. Helmholtz, Gesamm. Abh. 1. p. 531.

5) v. Oettingen, Pogg. Ann. 115. p. 115. 1862.

6) Bernstein, Pogg. Ann. 13. p. 142. 1828.

7) Schiller, Pogg. Ann. 152. p. 535. 1872.

8) L. Lorenz, Wied. Ann. 7. p. 161. 1879.

den theoretischen nachgewiesen worden. Aus den späteren Arbeiten über diesen Gegenstand sind mir die folgenden bekannt: eine Arbeit von Mouton¹⁾, in welcher eine der Schiller'schen sehr ähnliche Versuchsmethode gebraucht und auch zu ähnlichen Resultaten gelangt wird, ferner die Aufsätze von v. Oettingen²⁾, Kolaček³⁾ und Olearsky⁴⁾, welche specielle Fragen auf diesem Gebiete behandeln. Oberbeck⁵⁾ bediente sich oscillirender Entladungen als Mittel zur Erzeugung alternirender Ströme für Versuche über galvanische Polarisations; Bichat und Blondlot⁶⁾ beobachteten die Drehung der Polarisationssebene des Lichtes durch die electricen Schwingungen.

Aus dem Gesagten ist ersichtlich, dass, Dank der soeben genannten theoretischen und experimentellen Arbeiten, die Gesetze der electricen Schwingungen in den Hauptzügen als bekannt betrachtet werden können. Wenn ich trotzdem diese Erscheinung zum Gegenstande einer neuen Experimentaluntersuchung machte, so hatte ich dabei ein anderes Ziel im Auge. Es bestehen nämlich, wie die Theorie uns lehrt, gewisse mathematisch ausdrückbare Beziehungen zwischen den die alternirenden Ströme charakterisirenden Coëfficienten (der Schwingungsperiode und dem logarithmischen Decrement) einerseits und andererseits denjenigen Grössen, welche die Natur des Stromkreises bedingen. Im Falle eines einfachen metallischen Schliessungskreises, welcher mit einem Condensator in Verbindung steht, sind diese letzteren: die Capacität des Condensators, der Selbstinductionscoëfficient und der Widerstand der Leitung. Die Gleichungen, welche diese Beziehungen ausdrücken, erlauben einige unter den genannten Grössen zu bestimmen, wenn die anderen gegeben sind, resp. durch den Versuch ermittelt werden können. Dies gibt uns, wie mir scheint, ein neues und mächtiges

1) Mouton, Thèse. Paris 1876. Journ. de Phys. 6. p. 5. 46. 1876.

2) v. Oettingen, Pogg. Ann. Jubelbd. p. 269. 1874.

3) Kolaček, Beibl. 7. p. 541. 1883.

4) Olearsky, Verhandl. der Academie von Krakau. 7. p. 141. 1882.

5) Oberbeck, Wied. Ann. 17. p. 816. 1040; 19. p. 213. 825.

6) Bichat u. Blondlot, Compt. rend. 94. p. 1590—1882; Beibl. 6. p. 810.

Untersuchungsmittel auf dem Gebiete der Electricität in die Hände, denn: *erstens* kann es unter Umständen Anwendung finden, wo andere Methoden ihren Dienst versagen; *zweitens* für Grössen, die schon anderweitig bestimmt sind, kann es uns die Möglichkeit darbieten, dieselben auf eine neue, von den früheren principiell verschiedene Art zu messen, was stets eine wünschenswerthe Controle ihrer Genauigkeit ist; eine derartige Anwendung findet sich im neunten Theil dieser Abhandlung; *drittens* kann man mittelst derselben Untersuchungen bei ganz eigenthümlichen Versuchsbedingungen anstellen, wie es z. B. bereits Schiller für die Dielectricitätsconstanten bei sehr kurz dauernden Ladungen gethan hat.¹⁾

Es ist nicht zu vergessen, dass unsere gewöhnlichen galvanischen Messapparate, welche die Stromstärke (Galvanometer, Voltameter), oder die Stromenergie (Electrodynamometer, Riess'sches Thermometer) messen, uns entweder nur Mittelwerthe dieser Functionen für eine gewisse Zeit, oder auf bestimmte Zeitintervalle ausgedehnte Integrale derselben geben; wie aber diese Functionen selbst in den genannten Zeiträumen variiren, darüber geben sie uns keinen Aufschluss. Bei den electrischen Schwingungen können wir aber eben den zeitlichen Verlauf der Variation einer dieser Functionen messend verfolgen, was in vielen Fällen für das in Untersuchung stehende Problem von entscheidendem Einfluss sein kann.

Was das Messverfahren selbst anbelangt, so muss hier bemerkt werden, dass Versuchsmethoden, wie die von Bernstein, Schiller und Mouton in den Händen geübter Experimentatoren und bei Gebrauch sorgfältig eingerichteter und controlirter Instrumente allerdings sehr genaue Resultate geben können. Doch sind diese Methoden äusserst umständlich, denn die die Erscheinung darstellende Curve muss gewissermassen durch Aufsuchung ihrer einzelnen Punkte construirt werden. Eine jede solche Bestimmung nimmt aber

1) Schiller, l. c. p. 555. Die Resultate ergaben sich als sehr abweichend von denen bei längerer Ladungsdauer.

einen selbständigen, oft ziemlich complicirten Versuch in Anspruch, und ausserdem muss das Phänomen selbst unbedingt eine gewisse Constanz und Regelmässigkeit darbieten, d. h. sich beliebig oft auf ganz identische Weise wiederholen lassen können. Sobald der Stromkreis nicht allein aus metallischen Leitern besteht, sondern Electrolyte, Funkenstrecken oder dergl. enthält, so ist diese Constanz kaum erreichbar, und folglich das Verfahren nicht anzuwenden.

Ich stellte mir zum Ziel, mich zunächst nach Methoden umzusehen, welche den obenerwähnten an Genauigkeit nicht nachstünden, aber einfacher und bequemer in der Anwendung wären. Der Beschreibung dieser Methoden widme ich den ersten Theil dieser Abhandlung. Der Verständlichkeit wegen muss ich jedoch zuvor an die Theorie der Erscheinung erinnern und zugleich einige allgemeine Bemerkungen über den Gang derselben hinzufügen.

§ 2. Es sei c die Capacität eines Condensators, dessen Belege durch einen Schliessungsbogen vom Widerstand r und Selbstinductionscoëfficient p verbunden sind. Der eine Beleg sei stets zur Erde abgeleitet, das Potential des andern erhalte in dem Augenblicke, den wir als Zeitanfang nehmen, einen gewissen Maximalwerth v_0 ; zur Zeit t sei v dies Potential und i der Strom im Schliessungskreise, wobei der Entladungsstrom des positiv geladenen Condensators als positiver Strom gerechnet wird. Drücken wir nun aus: erstens, dass die in dem Zeitelement durch die Leitung in positiver Richtung fliessende Electricitätsmenge gleich der entsprechenden Abnahme der Ladung des Condensators ist, und zweitens, dass das Product der Stromstärke und des Widerstandes gleich der Summe aller electromotorischen Kräfte im Stromkreise ist, so erhalten wir folgendes Gleichungssystem:

$$(1) \quad i = -c \frac{dv}{dt}, \quad 2) \quad ir = v - p \frac{di}{dt}.$$

Ist $4p/c > r^2$, so stellen diese Gleichungen eine oscillirende Bewegung der Electricität dar; dieser Fall allein soll der Gegenstand aller nachfolgenden Betrachtungen sein. Führen

wir zwei neue Grössen, τ , die Dauer einer (einfachen) Schwingung, und λ , das logarithmische Decrement ein, welche durch die zwei Gleichungen:

$$(3) \quad 2 \frac{\lambda}{\tau} = \frac{r}{p}, \quad (4) \quad \frac{\pi^2 + \lambda^2}{\tau^2} = \frac{1}{pc}$$

definiert werden, und nehmen wir, wie oben angedeutet, als Anfangsbedingungen $i = 0$, $v = v_0$ für $t = 0$, so erhalten wir durch Integration:

$$(5) \quad v = \frac{v_0}{Cs\delta} e^{-\frac{\lambda}{\tau}t} Cs \left(\frac{\pi}{\tau} t - \delta \right), \quad (6) \quad i = \frac{v_0}{Cs\delta} \sqrt{\frac{p}{c}} e^{-\frac{\lambda}{\tau}t} \operatorname{Sn} \frac{\pi}{\tau} t,$$

wo $\delta = \arctg \lambda/\pi$ ist.

Die Formeln (5) und (6) drücken die Gesetze der Erscheinung aus.

Die electrischen Schwingungen können auf verschiedene Art hervorgerufen werden.

1) Man kann einen Condensator, z. B. eine Leydener Flasche, durch irgend welche Electricitätsquelle laden und sie dann durch den Schliessungskreis entladen. (Feddersen, Lorenz).

2) Man kann die Schwingungen in einer ungeschlossenen Inductionsrolle hervorbringen, indem man den Hauptstrom in der inducirenden Rolle schliesst und unterbricht. Diese Methode ist von v. Helmholtz, Bernstein, Schiller und Mouton angewendet worden; ich bediente mich auch derselben, bis ich es zweckmässiger fand, sie durch die folgende zu ersetzen.

3) Die Energie eines electromagnetischen Feldes wird benutzt, um in einem Stromkreise, dessen Enden mit den Belegen eines Condensators in Verbindung stehen, eine alternirende Bewegung der Electricität hervorzurufen und zu unterhalten, bis der Energievorrath durch die Ueberwindung des Widerstandes der Leitung und einige andere hier mögliche Wirkungen verbraucht wird. Fig. 17 zeigt die Anordnung des Versuchs. E ist eine Kette (bei meinen Versuchen meistens 8 Bunsen'sche Elemente), B eine Drahtrolle oder Rollensystem, in einigen Fällen mit Eisenkern, C der Condensator, A der zur Beobachtung der Schwingungen dienende

Apparat, K ein Commutator. Es ist leicht zu sehen, dass, solange K geschlossen ist, der Strom der Kette durch die Drahtrollen B geht; unterbricht man ihn aber bei K , so ladet der Oeffnungsextrastrom den Condensator, und in dem Kreise BAC entstehen Schwingungen. Diese Methode erwies sich aus zwei Gründen vortheilhafter, als die vorhergehende: erstens konnte eine grössere Anfangsamplitude erzielt werden¹⁾, zweitens waren keine Störungen zu befürchten, welche, wie es bei der vorhergehenden Methode der Fall ist, von der Gegenwart eines zweiten benachbarten Stromkreises herrühren könnten, denn in Bezug auf den letzteren kann man nämlich nicht mit Gewissheit entscheiden, von welchem Momente an er wirklich unterbrochen ist; weiter unten werden Versuche angeführt werden, aus welchen ersichtlich ist, dass er wenigstens bei starken Strömen eine nicht unerhebliche Zeit durch Vermittelung des Oeffnungsfunkens geschlossen bleibt.

Die Anfangsbedingungen der Erscheinung können leicht auf folgende Weise festgestellt werden, wenn man in Betracht zieht, dass die Gegenwart des Condensators in den ersten Augenblicken, solange er nämlich noch keine endliche Ladung besitzt, auf die Potentialvertheilung in dem betreffenden Schliessungskreise keinen Einfluss ausübt. Ein derartiges Problem für einen geschlossenen Kreis ohne Condensator ist von Lord Rayleigh²⁾ behandelt worden. Es sei J die Stromintensität in EBK , solange K geschlossen ist, p_1 der Selbstinductionscoefficient des Rollensystems B , p_2 der des Apparats A , welcher auch Spiralen, resp. Electromagnete, enthält (die Summe $p_1 + p_2 = p$ ist der Coefficient des ganzen Kreises ABC). Der Anfangswerth i_0 des

1) Die Einrichtung der mit A bezeichneten verschiedenen Messapparate, deren Beschreibung weiter unten folgt, erforderte, dass die Spiralen B von dickem Draht und der Condensator von bedeutender Capacität seien. Man konnte also, wegen des geringen Widerstandes der ersteren, in ihnen einen starken Strom und folglich ein intensives magnetisches Feld erhalten; mit der Capacität des Condensators wuchs der Effect der Ströme auf die Apparate A .

2) Lord Rayleigh (the Hon. J. W. Strutt). Phil. Mag. (4) 38. p. 1. 1869.

Stromes i in ABC , welcher dem Unterbrechungsmoment des Stromes in EBK , (nicht aber unserem Zeitanfange $t = 0$) entspricht, wird dann durch die Gleichung:

$$p_1 J = (p_1 + p_2) i_0$$

bestimmt. Die Energie des Stromes i_0 ist $\frac{1}{2}(p_1 + p_2) i_0^2$ ¹⁾; denkt man sich, dass sie in dem Condensator bei der ersten Ladung derselben bis zum Potential v_0 angehäuft wird, d. h. vernachlässigt man den Energieverlust während der ersten halben Schwingung, so hat man zur Bestimmung von v_0 die Gleichung:

$$\frac{1}{2} c v_0^2 = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) i_0^2 = \frac{1}{2} \frac{p_1^2}{p_1 + p_2} J^2.$$

Einen etwas genaueren Werth von v_0 erhält man, wenn man den genannten Energieverlust berücksichtigt. Zu diesem Zwecke muss man das logarithmische Decrement λ kennen, auch muss man voraussetzen, dass die Erscheinung während der ersten halben Schwingung denselben Gesetzen folgt, wie in den nachfolgenden, was, wie Schiller, Mouton u. a. gezeigt haben, nur annähernd richtig ist. Ich will mich bei diesen Rechnungen nicht aufhalten, da die Kenntniss des genauen Werthes von v_0 für unsere Zwecke kein besonderes Interesse darbietet. Um eine Idee von der Grössenordnung von v_0 zu geben, will ich erwähnen, dass bei der Anordnung der Apparate, mit welcher die meisten meiner Versuche ausgeführt worden sind, diese Grösse ca. 250 Volts betrug.

§ 3. Es sei mir gestattet, an dieser Stelle einige Bemerkungen über den allgemeinen Gang der Erscheinung unter den Versuchsbedingungen, die bei meiner Anordnung der Apparate zugegen waren, hinzuzufügen. Aus Gl. (3) und (4) erhalten wir zunächst:

$$(7) \quad \tau = \pi \frac{2p}{\sqrt{\frac{1}{4} \frac{p}{c} - r^2}}, \quad (8) \quad \lambda = \pi \frac{r}{\sqrt{\frac{1}{4} \frac{p}{c} - r^2}}.$$

Bei meinen Apparaten war nicht nur $4(p/c) > r^2$, was erforderlich ist, damit der Strom alternirend, d. h. τ und λ

1) Diese Grösse ist stets kleiner, als $\frac{1}{2} p_1 J^2$, die Energie des Stromes J ; die Differenz beider Grössen stellt die Energie dar, welche als Wärme in dem Unterbrechungsfunken auftritt. Vgl. Strutt l. c.

reell seien, sondern es war r^2 verschwindend klein gegen $4(p/c)$. Lässt man r^2 im Nenner weg, so vereinfachen sich die Ausdrücke, und wir erhalten:

$$(9) \quad \tau = \pi \sqrt{pc}, \quad (10) \quad \lambda = \frac{\pi r}{2} \sqrt{\frac{c}{p}}.$$

Die erstere Formel drückt die praktisch sehr wichtige Thatsache aus, dass die Schwingungsperiode vom Widerstande der Leitung so gut wie unabhängig ist, wenn nur letzterer nicht allzugross ist.

Die zweite Formel gibt uns den Werth des logarithmischen Decrements oder kürzer des „Dämpfungscoefficienten“ λ . Diese Grösse ist ein Maass für die Schnelligkeit des Verbrauches der Schwingungsenergie, d. h. der Verwandlung derselben in Wärme. Berechnet man aber λ aus Gl. (10) und vergleicht mit der Erfahrung, so findet man, dass der wirkliche Werth von λ stets bedeutend grösser als der durch Rechnung gefundene ist. Am Anfange meiner Untersuchung, bevor ich die Hauptursachen dieses Unterschiedes ins Klare gebracht hatte, war dies ein sehr verwirrender und störender Umstand für mich; die Dämpfung ist zuweilen so stark, dass die ganze Erscheinung der electricischen Schwingungen dadurch gewissermassen bis zur Unkenntlichkeit entstellt werden kann. Ich erlaube mir daher, hier ein paar Worte über diesen Gegenstand beizufügen.

In unseren Grundgleichungen ist stillschweigend die Voraussetzung gemacht worden, dass die Energie der alternierenden Ströme einzig und allein zur Wärmeentwicklung in den Leitern des Stromkreises nach dem Joule'schen Gesetze verbraucht wird. Ein schnellerer Verbrauch der Energie, als es die Theorie erfordert, weist also zweifellos darauf hin, dass auf Kosten derselben noch andere Wirkungen hervorgebracht werden, die nicht berücksichtigt worden sind.

1. Der erste Umstand, der eine Vergrösserung von λ bewirken kann, ist der Gebrauch von Eisenkernen, die in die Spiralen eingeschoben werden. Der Durchgang von unterbrochenen oder von alternierenden Strömen durch die letzteren bringt, wie zahlreiche Versuche¹⁾ gezeigt haben,

1) Siehe Wiedemann, *Electricität*. 3. p. 409 u. 621.

eine Erwärmung der Eisenkerne hervor. Was auch die Ursache dieser Erscheinung sein mag, sei es eine Art innerer Reibung der Eisenmoleculé oder eine Einwirkung von Inductionsströmen, so kann die Wärme in den Eisenkernen nur auf Kosten der Energie der Schwingungen sich entwickeln, muss also eine raschere Dämpfung der letzteren bewirken. Offenbar übt hier der Eisenkern eine in beiden Fällen leicht zu erklärende Rückwirkung auf die ihn umgebende Spirale aus. Aus meinen Versuchen habe ich den Schluss ziehen können, dass die Inductionsströme hier eine vorwiegende Rolle spielen. Bei Bündeln von dünnen und sorgfältig lackirten Eisendrähten war die Wirkung sehr viel geringer, als bei dickeren Drähten; mit einem massiven Eisencylinder waren keine Schwingungen mehr zu erhalten. Ich will hier beiläufig bemerken, dass der Gebrauch von Eisen für genaue Versuche noch aus einem anderen Grunde verwerflich ist: der Selbstinductionscoëfficient einer Rolle mit Eisenkern wäre nur in dem Falle eine constante Grösse, wenn das magnetische Moment des letzteren der Stromstärke stets proportional wäre. Dem ist aber, wie die Erfahrung lehrt, nicht so; die Abhängigkeit dieser beiden Grössen von einander ist im Gegentheil eine sehr complicirte. Bei genauen Versuchen entschloss ich mich daher, auf den Gebrauch von Eisenkernen gänzlich zu verzichten.

2. Eine mangelhafte Isolation der dielectricischen Schicht des Condensators hat auch ein rascheres Verschwinden der Schwingungen zur Folge, denn ein Theil der Energie muss dann als Wärme in dem Dielectricum auftreten. Dieses Problem ist schon von Schiller¹⁾ mathematisch behandelt worden. In den Grundgleichungen muss zu dem Strom i durch die Leitung noch ein anderer durch das Dielectricum gehende hinzukommen, welcher der Potentialdifferenz v der Belege direct, dem Widerstande ρ des Dielectricums umgekehrt proportional ist. Man erhält so für τ und λ Ausdrücke, welche sich von den früheren dadurch unterscheiden, dass zu dem Widerstande r des Leitungsbogens noch ein Glied

1) Schiller, l. c. p. 536 u. 560.

von der Form $p/c\rho$ hinzutritt. Ist die Isolation nicht gar zu schlecht, d. h. ρ nicht gar zu klein, so ist dies Glied im allgemeinen von derselben Grössenordnung wie r . Wenn also r , wie oben angegeben, verschwindend klein gegen $\sqrt{4p/c}$ ist, so hat dieses Glied keinen Einfluss auf die Schwingungsperiode τ , wohl aber auf den Dämpfungscoefficient λ , welcher dem Werthe von r , resp. $r + p/c\rho$ proportional ist.

3. Eine dritte, nicht minder wesentliche Ursache, welche die Dämpfung der Schwingungen vergrössern kann, ist die electricische Absorption. Es ist leicht zu sehen, dass diese Erscheinung von Energieverbrauch begleitet ist. Man denke sich einen Condensator, der mit einer bestimmten Menge positiver Electricität geladen sei; durch die electricische Absorption vermindert sich das Potential der Ladung, und beim Ausladen sinkt dieselbe Electricitätsmenge von einem minder hohen electricchem Niveau auf Null herunter. Diese verlorene Energie tritt als Wärme in dem Dielectricum auf.¹⁾ Im Falle, dass die Belege des Condensators mit Electricitätsquellen von constanter Potentialdifferenz, z. B. den Polen einer Kette verbunden werden, erhält man zunächst einen starken, nahezu momentanen, Ladungsstrom, dann aber zeigt sich ein langsames allmähliches Ansteigen der Ladung. Als erste und völlig genügende Annäherung kann man annehmen, dass diese Zunahme während eines nicht zu grossen Zeitintervalles der Ladungszeit proportional ist. Es folgt daraus, dass der die Ladungszunahme hervorbringende Strom, während des genannten Zeitintervalles, bei gegebener Potentialdifferenz constant ist. Ist letztere variabel, so ist er ihr proportional, wie aus zahlreichen Versuchen folgt, welche constatiren, dass das als scheinbare Zunahme der Capacität oder der Dielectricitätsconstante aufgefasste Phänomen von

1) Es lässt sich leicht beweisen, dass bei einem vollkommenen Condensator alle zu seiner Ladung verwendete Energie beim Ausladen in den Schliessungsbogen wieder frei wird. Das von Siemens, Herwig u. a. constatirte Auftreten von Wärme in dem Dielectricum kann also nur von Leitung, electricischer Absorption oder ähnlichen Processen, die von Energieverbrauch begleitet sind, herrühren.

der Potentialdifferenz unabhängig ist¹⁾, was ich auch bei meinem Versuche bestätigt fand. Wir haben aber gesehen, dass bei einem Dielectricum, welchem wir eine gewisse (constante) Leitungsfähigkeit zuschreiben, der durch dieselbe bedingte Strom auch der Potentialdifferenz der Belege proportional, sonst aber constant ist. Daraus folgt, dass der bei der electrischen Absorption auftretende Strom ganz denselben Gesetzen folgt, wie der letztgenannte Leitungsstrom, und die mathematische Behandlung der beiden Fälle ist völlig identisch, wenn man nur bei der electrischen Absorption ein kurzes Zeitintervall betrachtet. Da nun aber bei den electrischen Schwingungen die Ladung des Condensators stets nur sehr kurze Zeit dauert, um dann zu verschwinden und einer entgegengesetzten Platz zu machen, so sind hier die soeben genannten Annahmen völlig zulässig, und die Einwirkung der electrischen Absorption lässt sich mathematisch auf die einer mangelhaften Isolation des Dielectricums zurückführen. Auf die Analogie dieser beiden Erscheinungen hat übrigens schon Maxwell²⁾ aufmerksam gemacht.

§ 4. Ich gehe jetzt zur Beschreibung der Apparate über, die zur Beobachtung der electrischen Schwingungen, namentlich zunächst zur Ausmessung ihrer Periode dienen. Meine Drahtrollen und Condensatoren hier ausführlich zu beschreiben, unterlasse ich, da diese Apparate, sowie die Methoden zur Bestimmung ihrer bezüglichen Constanten in absolutem Maasse im zweiten Theile dieser Abhandlung ausführlich besprochen werden sollen. Ich will hier nur kurz erwähnen, dass die Rollen aus dickem, gut isolirten Kupferdraht bestanden und einen geringen Widerstand besaßen. Sie konnten theils ineinandergeschoben, theils nebeneinandergelegt und so zu einem System angeordnet werden, welches als eine einzige Rolle fungirte, in welchem aber zwischen den einzelnen Drahtschichten eine nur unbedeutende Potentialdifferenz bestehen konnte. Das System konnte also nur eine sehr kleine electrostatische Ladung annehmen, und seine

1) Siehe: Schiller, l. c. p. 558; Silow, Pogg. Ann. 158. p. 311. 1876; Herwig, Wied. Ann. 13. p. 172. 1881.

2) Maxwell, Electr. a. Magn. 1. p. 374. (1. Ausgabe).

electrostatistische Capacität (die ich aus einigen hier weiter nicht zu erledigenden Gründen auf weniger als 0,001 Mikrofara-
d schätze) war im Vergleich mit der Gesamtcapacität meiner Condensatoren (2,12 Mikrofara-
d) verschwindend klein. Ich konnte also diese Grösse, die ihrem Wesen nach ziem-
lich unbestimmt, und deren Constanz und Unabhängigkeit von der Versuchsanordnung jedenfalls noch des Beweises
dürftig ist, ohne weiteres bei meinen Versuchen vernach-
lässigen. Zur Anfertigung der Condensatoren wurden Stan-
niolblätter abwechselnd mit Schichten des Isolators aufein-
andergelegt. Letzterer bestand entweder aus zwei Blättern
starken, in kochendem Paraffin getränkten Papiere oder aus
zwei Blättern dünneren Paraffinpapiers, zwischen denen noch
eine Schicht mit Schellackfirniss bestrichenen Baumwollen-
zeuges sich befand. Das Isolationsvermögen der Conden-
satoren liess wenig zu wünschen übrig, doch erwies sich die
electrische Absorption als sehr bedeutend; infolgedessen
wurden die electrischen Schwingungen stark gedämpft. Dies
war ein sehr ungünstiger Umstand, doch erlaubten leider
die Hilfsmittel unseres physikalischen Cabinets nicht, einen
Condensator von genügender Capacität aus einem besseren
Material anzuschaffen.

A. Das Telephon war der erste Apparat, mit dem
ich die Periode der electrischen Schwingungen zu messen
suchte, indem ich eine Bestimmung der entsprechenden Ton-
höhe vornahm. Da ein gewöhnliches Telephon mit langem
und dünnem Draht nicht in den Hauptstrom eingeschlossen
werden kann, ohne die Schwingungen wegen seines grossen
Widerstandes stark zu dämpfen, so habe ich für diese Ver-
suche ein besonderes Telephon, System Siemens, mit dicke-
rem Draht construiren lassen, das einen Widerstand von nur
2,12 Ohm besass. Denselben Zweck erreicht man einfacher,
indem man ein gewöhnliches Siemens'sches Telephon in
einen besonderen secundären Kreis einschliesst. Durch Ver-
mittlung zweier übereinandergeschobener Spiralen, deren
eine von geringem Widerstande dem primären, die zweite
von grösserem dem secundären Kreise angehört, können in
letzterem Schwingungen von derselben Periode wie die des

ersteren inducirt werden. Freilich übt die Gegenwart des secundären Stromkreises einen Einfluss auf die gemeinsame Schwingungsperiode beider Kreise aus, doch wenn die erstgenannte der beiden Spiralen klein ist im Vergleich mit den übrigen Spiralen des primären Stromkreises, so ist dieser Einfluss nur äusserst gering.

Sind die Schwingungen langsam, d. h. gebraucht man Condensatoren von grosser Capacität und Rollen von grossem Selbstinductionscoëfficienten, so lässt das Telephon ganz deutlich einen Klangunterschied bei der Aenderung der Schwingungsperiode erkennen. Bei einiger Uebung gelang es mir, die betreffende Tonhöhe durch Vergleich mit dem Tone eines Monochords feststellen zu können. Das Verfahren wird durch die grosse Unähnlichkeit der Klangfarbe beider Töne, sowie das rasche Verklingen des einen (wegen der starken Dämpfung der electricischen Schwingungen) sehr erschwert. Aus diesem Grunde verzichtete ich darauf, genaue messende Versuche nach dieser Methode anzustellen; zu einer vorläufigen Orientirung über den ungefähren Werth der Schwingungsperiode und etwaige Aenderungen derselben erwies sich aber das Telephon als sehr nützlich. Bei Schwingungen, die weniger rasch gedämpft werden als die meinigen, wird es gewiss von noch grösserem Nutzen sein.

Bei raschen Schwingungen, (deren Tonhöhe jedoch als innerhalb der Hörbarkeitsgrenze liegend berechnet wurde), versagte mir das Telephon seinen Dienst. Sein Klang verwandelte sich dabei in einen kurzen Laut, welcher ganz demjenigen glich, den man durch Anklopfen mit dem Finger oder einem weichen Hammer auf die Telephonplatte erhält. Versuche, die ich mit Entladungen von Leydener Batterien nach dieser Methode anstellte, blieben ohne Erfolg. Ob das nur von dem zu raschen Abklingen meiner Töne oder von etwaigen Eigenthümlichkeiten des Telephons selbst abhing, weiss ich nicht zu sagen.

Ich will hier noch erwähnen, dass bei allen diesen Versuchen in den Drahtrollen und in den Condensatoren, besonders wenn letztere von Paraffinpapier sind, gewisse Töne hör-

bar sind¹⁾; auch wenn man die electricischen Schwingungen nach der zweiten im § 2 erwähnten Methode, d. h. durch Induction in einem secundären ungeschlossenen Stromkreise erzeugt, so wird die Stromunterbrechung im primären Kreise vom Geräusch des Oeffnungsfunkens begleitet. Alle diese Klänge, wenn sie gleichzeitig zugegen sind, lassen dieselbe Tonhöhe erkennen, und es findet sich, dass der Klang des Telephons nur eine treue Reproduction derselben ist (abgesehen von der diesem Instrumente eigenen metallischen Klangfarbe). Dieses Ergebniss ist in zweierlei Hinsicht beachtenswerth. Erstens folgt daraus, dass zwischen diesen Tönen und den electricischen Schwingungen ein enger Zusammenhang besteht; letztere müssen als die Ursache der ersteren betrachtet werden. Zweitens sieht man, dass bei Gebrauch der soeben erwähnten zweiten Versuchsmethode der primäre Stromkreis eine zeitlang durch Vermittelung des Funkens geschlossen bleibt, während in dem secundären electricische Schwingungen vorgehen; wäre das nicht der Fall, so könnte der Ton des Funkens nicht von der Schwingungsperiode abhängen. Wegen der gegenseitigen Einwirkung beider Stromkreise ist also diese Methode principiell sehr complicirt und lässt sich für genaue Versuche, wenigstens bei starken Strömen, nicht empfehlen.

Die Apparate, die von mir speciell zur Beobachtung electricischer Schwingungen construirt worden sind, werde ich kurz Oscillometer nennen; die besten Resultate erhielt ich mit dem

B. Spiegeloscillometer. Das Princip desselben beruht auf der Combination zweier Bewegungen, der geradlinigen und gleichförmigen Bewegung eines Lichtpunktes und der eines Spiegels, welcher durch alternirende Ströme in Oscillationen versetzt wird. Ich will hier bemerken, dass dieser Apparat zur Beobachtung nur verhältnissmässig langsamer Schwingungen geeignet ist.²⁾ Das von mir gebrauchte Exemplar hatte einen ziemlich provisorischen Charakter;

1) Ueber das Auftreten von Tönen bei unterbrochenen Strömen unter ähnlichen Umständen siehe Wiedemann, Electricität. 2. p. 105, 3. p. 730.

2) Bei den im zweiten Theil dieser Abhandlung beschriebenen mit diesem Apparat ausgeführten Versuchen variierte die Schwingungsperiode τ zwischen den Grössen 0,0013 und 0,0016 Secunden.

Fig. 18 stellt die Haupttheile desselben dar; das Instrument ist einer viel vollkommeneren Construction fähig. Der wesentlichste Bestandtheil derselben ist eine Art Galvanometer G ; es besteht aus zwei Drahtrollen; die innere Bohrung der vorderen Rolle erweitert sich kegelförmig nach vorn. Beide sind in einen massiven Messingring eingesteckt und vermittelt eines Holzstabes B an einem Stativ befestigt. Durch Vermittelung passender Oeffnungen und zweier federnder Messingstücke q und q' ist zwischen den beiden Rollen in verticaler Richtung ein Coconfaden ausgespannt. Dieser trägt in seiner Mitte einen sehr leichten versilberten Glasspiegel p von etwa 5 mm Durchmesser, auf dessen Rückseite eine kleine flache, stark magnetisirte Stahllamelle aufgekittet ist. Vor der kegelförmigen Oeffnung der vorderen Drahtspirale befindet sich eine ziemlich massive Kupferscheibe S , die vermittelt eines Uhrwerkes und eines Schnurlaufes in sehr gleichmässige Drehung versetzt werden kann. Die Scheibe S trägt nahe am Rande ein nadelfeines Loch O , welches durch das Tageslicht von einem gegenüberliegenden Fenster erhellt wird. Bei einer bestimmten Stellung der Scheibe kann man das Bild der Oeffnung O im Spiegel p durch das in gleicher Höhe mit der Drehungsaxe der Scheibe angebrachte Mikroskop M sehen, welches in der Focalebene ein verticales Mikrometer trägt. Die Bewegung des Spiegelbildes kann auf der kurzen Strecke, die es im Gesichtsfelde durchläuft, als geradlinig, vertical und gleichförmig angesehen werden. Werden aber durch die Drahtrollen G alternirende Ströme geleitet, so ertheilen sie dem Spiegel eine horizontale oscillatorische Bewegung. Die Combination dieser beiden Bewegungen gibt eine Sinuscurve mit abnehmender Amplitude. Misst man die Wellenlänge mit dem Mikrometer und kennt man die Umdrehungszeit der Scheibe S , so ergibt sich daraus unmittelbar die Schwingungsperiode.

Zur bequemen und sicheren Beobachtung dieser Curve ist es unerlässlich, dass bei jedem Erscheinen derselben im Gesichtsfelde ihr Anfangspunkt stets auf einen bestimmten Theilstrich des Mikrometers falle. Zu diesem Zwecke wird die Stromunterbrechung automatisch durch die Scheibe S

bewerkstelligt. Sie trägt in einer Entfernung von ungefähr einem Quadranten von der Oeffnung *O* ein vorragendes Metallstück *a*, welches bei jeder Umdrehung auf das eine Ende des Hebels *b* aufschlägt, wodurch das andere Ende in die Höhe gehoben wird. Letzteres besteht aus einem Platinstängelchen und taucht in ein mit Weingeist gefülltes Gefäss *c*, in dessen Boden eine ziemlich massive Platinscheibe eingelassen ist, mit welcher es im Ruhezustande in Berührung steht und den Durchgang des Stromes vermittelt. Arbeitet man nach meiner dritten Versuchsmethode (mit dem Oeffnungsextrastrom), wie ich es stets mit diesem Apparate gethan habe, so entspricht die soeben beschriebene Vorrichtung dem Stromunterbrecher *K* des Schemas Fig. 17, die Rollen *G* dem Apparate *A*. Will man nach der zweiten Methode arbeiten, so muss selbstverständlich erstere in den primären, letztere in den secundären Stromkreis eingeschaltet werden. Durch Verschiebung des den Hebel *b* tragenden Stativs und, zur feineren Regulirung, durch Heben und Senken des Gefässes *c* durch Stellschrauben kann man es dahin bringen, dass das erste Maximum der Curve stets sehr annähernd mit einem bestimmten Theilstrich des Mikrometers zusammenfalle. Ist der Unterbrechungsfunke klein, so lässt sich dies ohne Schwierigkeit erreichen; bei jedem einzelnen Erscheinen der Curve im Gesichtsfelde wich bei meinen Versuchen dieser Anfangspunkt im Durchschnitt nicht mehr als 0,1, selten bis zu 0,2 Theilstriche, von einer gewissen mittleren Lage nach der einen oder der anderen Seite ab. Bei grösseren Untersuchungsfunken sind diese Abweichungen etwas bedeutender; jedenfalls kann man sich aber durch ungefähre Schätzung der Funkenlänge und der entsprechenden Verschiebungen des Hebels *b* und des Lichtpunktes im Gesichtsfelde überzeugen, dass bei Gebrauch meiner dritten Versuchsmethode die Stromunterbrechung lange vor Eintritt des ersten Maximums vollendet ist, sodass von diesem Momente an die Erscheinung als frei von allen fremden störenden Einflüssen vorgehend betrachtet werden kann. In Bezug auf die Drahtrollen will ich noch bemerken, dass bei der Anfertigung derselben darauf getrachtet wurde, wenig wirksame Win-

dungen, welche den Widerstand und den Selbstinductionscoëfficient unnützerweise vergrössern, möglichst zu vermeiden. Die inneren Windungen waren aus dünnerem, die äusseren aus dickerem Draht gewickelt. Der Messingring, welcher die Rollen umgab, trug zwar wegen der in ihm inducirten Ströme zur rascheren Dämpfung der Schwingungen bei, indess verminderte er aus demselben Grunde bedeutend den Selbstinductionscoëfficienten des Apparates und infolgedessen den Funken im Unterbrecher.¹⁾ Ausser den beschriebenen Theilen gehörte zu dem Apparate ein in der Figur nicht abgebildeter, horizontaler Magnetstab, welcher auf einem besonderen Stativ in gleicher Höhe mit dem Magnet *p* beweglich aufgestellt war. Sein Hauptzweck war, den letzteren unabhängig vom Erdmagnetismus und der Torsion des Coconfadens stets den Windungen der Rollen parallel zu stellen.

Aus der Theorie des Apparates kann man leicht ersehen, dass die im Gesichtsfelde sichtbare Curve sehr annähernd als eine graphische Darstellung der zeitlichen Variation der entsprechenden Stromintensität angesehen werden kann. Wir haben es nämlich hier mit einem Falle sogenannter „erzwungener Schwingungen“ zu thun; nur vereinfacht sich hier das Problem sehr bedeutend, indem man in Betracht zieht, dass die Richtkraft des aus der Gleichgewichtslage abgelenkten Magnets sehr klein im Vergleich mit den übrigen auf ihn einwirkenden Kräften ist; dies ist schon daraus ersichtlich, dass die Schwingungsperiode des sich selbst überlassenen Magnets und diejenige, welche ihm durch die Einwirkung der electrischen Schwingungen ertheilt wird, praktisch von verschiedener Grössenordnung sind. Berücksichtigt man also nur: 1. die Einwirkung der durch die Drahtrollen

1) Vgl. Strutt, l. c. p. 6. Nach meinen Beobachtungen stimmen übrigens die theoretischen Betrachtungen dieses Autors insofern mit der Erfahrung nicht ganz überein, als bei allmählicher Aenderung der Versuchsanordnung der Uebergang des Funkens von einer verschwindend kleinen zu einer bedeutenden Grösse nicht allmählich, sondern plötzlich erfolgt. Dies hängt offenbar davon ab, als die Funkenbildung, besonders innerhalb einer isolirenden Flüssigkeit, selbst ein sehr complicirtes Phänomen ist. Es würde mich zu weit führen, auf diesen Gegenstand an dieser Stelle weiter einzugehen.

fließenden alternirenden Ströme, 2. die Trägheit des Magnets, 3. die Luftreibung, so kann man die Differentialgleichung der Bewegung des Magnets (durch sein Trägheitsmoment dividirt gedacht) in folgender Form schreiben:

$$(11) \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + a \frac{d\theta}{dt} = gi.$$

Hier ist θ der Ablenkungswinkel aus der Ruhelage, a und g zwei Constanten, deren erstere von der Luftreibung, deren zweite von der Zahl und Anordnung der Drahtwindungen abhängt; die Stromintensität i ist hier eine bestimmte Function der Zeit, welche durch Gl. (6) gegeben ist.

Integriert man diese Differentialgleichung unter Berücksichtigung der Gl. (1) und (5), und nennt man $-a\theta_0$ und B die beiden Integrationsconstanten, so erhält man schliesslich:

$$(12) \quad \theta - \theta_0 = Ae^{-\frac{\lambda}{\tau}t} \operatorname{Sn}\left(\frac{\pi}{\tau}t + \gamma - \delta\right) + Be^{-at}.$$

Der Kürze wegen ist hier:

$$A = -gcv_0 \frac{\tau}{\pi} \cdot \frac{Cs\gamma}{Cs\delta}, \quad \gamma = \operatorname{arc} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha\tau}{\pi} - \frac{\lambda}{\pi}\right)$$

gesetzt. Nimmt man die Ruhelage des Magnets zum Anfang des Winkel θ , so ist offenbar $\theta_0 = 0$.

Die Gleichung (12) stellt eine gedämpfte Sinuscurve dar, deren Axe aber nicht durch eine gerade Linie, sondern durch die Exponentialcurve Be^{-at} gebildet wird. Die Erfahrung zeigte mir jedoch, dass, vom ersten Maximum an, diese Axe in meinem Apparate nicht merklich von einer verticalen Geraden abwich. Dies kann von zwei entgegengesetzten Ursachen herrühren; entweder ist der Luftdämpfungscoefficient a sehr gross, oder er ist sehr klein. Ich vermute, dass die zweite Hypothese die richtigere ist. Wie dem aber auch sei, so sieht man doch, dass unsere Curve vom ersten Maximum an mit grosser Annäherung als eine gedämpfte Sinuscurve mit gerader Axe, also in der That als eine graphische Darstellung der durch Gl. (6) dargestellten alternirenden Ströme betrachtet werden kann. Die Phasenverschiebung ändert hier offenbar nichts an der Sache.

Beim Gebrauch dieses Instrumentes muss man sorgfältig

danach sehen, dass der Magnet nur um kleine Winkel aus der Windungsebene der Drahtrollen abgelenkt werde. Treffen ihn die electricischen Schwingungen zufällig in einer stark abgelenkten Lage an, so wird er augenblicklich entmagnetisirt, oder es wird sein Magnetismus derart geschwächt, dass ein weiteres Arbeiten ohne neue Magnetisirung unmöglich wird. Bezüglich einiger weiteren praktischen Anweisungen zum Gebrauch dieses Oscillometers, namentlich zur Vermeidung der störenden Unregelmässigkeiten in der Bewegung des Magnets, muss ich auf die Originalabhandlung verweisen.

C. Das Gasflammenoscillometer¹⁾ (Fig. 19). Die Einrichtung des Instrumentes beruht auf dem Gebrauch der König'schen manometrischen Kapseln und Gasflammen. Der bewegliche Theil derselben ist ein sehr leichter ringförmiger Stahlmagnet, welcher auf die Membran einer Kapsel aufgeklebt ist. In der Figur ist er punktirt in *ns* abgebildet. Er befindet sich zwischen den Polen zweier hufeisenförmiger, durch eine Schlittenvorrichtung und die Schrauben L_1 und L_2 verschiebbarer Electromagnete $B_1 B_2$ und $B_3 B_4$. Der innerhalb der Drahtspiralen befindliche Kern dieser Magnete besteht aus Bündeln von dünnem, gut lackirtem Eisendraht, auf deren Enden Eisenringe mit den entsprechenden Vorsprüngen $a_1 a_2 a_3 \dots$ aufgesetzt sind, welche einander gegenüberstehen, und zwischen denen die Pole des Ringmagnets liegen. Die Drahtverbindungen sind derart, dass wenn die Pole $a_1 a_2$ des ersten Electromagnets den Ring anziehen, das andere Paar ihn abstösst und umgekehrt. Werden nun durch die Electromagnete alternirende Ströme hindurchgesandt, so wird der Ringmagnet eine oscillatorische Bewegung erhalten und sie durch Vermittelung der Membran auf die Gasflamme übertragen.

So einfach das Princip des Apparates ist, so ist es mir doch nur erst nach langem Probiren gelungen, die endgültige in Fig. 19 abgebildete Form desselben festzustellen. Dieser Apparat ist sehr geeignet, die electricischen Schwingungen einem grösseren Auditorium zu demonstriren, doch

1) Der Apparat ist für mich von Hrn. Tscheparin, Universitätsmechaniker in Kasan, ausgeführt worden.

sind seine Angaben viel weniger zuverlässig als die des oben beschriebenen Spiegeloscillometers; man muss sehr sorgfältig alle Einzelheiten seiner Wirkung studiren, um sicher zu sein, durch dieselben nicht in Irrthum geleitet zu werden. Es ist nämlich sehr schwer, die eigenen, durch die Elasticität bedingten Schwingungen der Membran völlig zu vermeiden. Ist die Membran dick oder stark gespannt, so erhält man bei Betrachtung der Flamme im rotirenden Spiegel sehr elegante Curven, welche aber mit den electrischen Schwingungen eigentlich nichts zu thun haben, denn nur der Anfangsimpuls wird durch letztere ertheilt, die Hauptschwingungsperiode hängt aber ausschliesslich von der Elasticität der Membran ab. Die Spannung einer dünnen Membran durch den einseitigen Druck des Gases ist genügend, um das Phänomen hervorzurufen. Zur möglichen Vermeidung dieser Uebelstände besteht die Gaskammer *C* des Apparates aus zwei Hälften, die durch eine äusserst dünne, ganz schwach gespannte Kautschukmembran mit aufgeklebtem Ringmagnet voneinander geschieden sind; seitlich sind sie durch zwei dickere Kautschukplatten verschlossen. Das Leuchtgas dringt durch die Röhre *E*, welche einen etwa 15 mm langen capillaren Theil hat, in die eine Hälfte der Kammer ein und strömt durch die Brennröhre *F* aus. Die andere Hälfte steht durch eine sehr feine hufeisenförmige Capillarröhre *K* mit der ersten in Verbindung, sodass im Ruhezustande von beiden Seiten der Membran derselbe Druck herrscht. Ausserdem communicirt diese zweite Hälfte durch eine ziemlich weite Röhre *D* mit einem geschlossenen geräumigen Behälter, wodurch ein Ausweichen des Gases aus dieser Abtheilung während der Schwingungen der Membran ermöglicht wird. Die Einrichtung des Brenners *F* bietet einige Eigenthümlichkeiten dar. Er besteht nämlich, ganz ähnlich dem eines gewöhnlichen Gasgebläses aus zwei concentrischen Röhren; nur strömt hier das Leuchtgas durch die innere Röhre, während durch die äussere ein Strom Sauerstoffgas geleitet wird. Das Leuchtgas verbrennt so in einer Atmosphäre von Sauerstoff; die Verbrennung wird dadurch viel vollständiger, und man erhält im rotirenden Spiegel Curven von ausgezeichneter

Reinheit und Schönheit, in welchen die geringsten Details ihrer Umrisse sichtbar sind.¹⁾ Bei messenden Versuchen beobachtete ich diese Curven mit einem Fernrohr, dessen Fadekreuz, dem in einem astronomischen Rohre ähnlich, mehrere verticale Fäden besass. Damit der Anfangspunkt der Curve stets seine Stellung im Gesichtsfelde beibehielt, geschah die Stromunterbrechung automatisch auf eine der oben beschriebenen sehr ähnliche Weise. Auf die Axe des rotirenden Spiegels war ein vorspringendes Metallstück aufgesetzt, welches bei jeder Umdrehung auf das eine Ende eines Winkelhebels anschlug, wodurch das andere Ende aus einer mit Weingeist gefüllten Schale mit Platinboden herausgehoben, und der den Stromdurchgang vermittelnde Contact unterbrochen wurde.

Bei der Handhabung dieses Instrumentes ist zu beachten, dass die beiden Electromagnete stets symmetrisch gegen den Ringmagnet angeordnet seien. Ist dies nicht der Fall, so inducirt der näherstehende Magnet temporären Magnetismus in dem Ringe, wodurch die Bewegung des letzteren einen ganz anderen Charakter erhält, und auch sein permanenter Magnetismus sehr bald verschwindet oder geschwächt wird. Die Theorie des Apparates lässt sich auf die des vorhergehenden

1) Ich empfehle ganz besonders diese Einrichtung für akustische Versuche. An den parabolischen Schalltrichter eines sogenannten Scott'schen Phonographen brachte ich eine Kapsel mit einem solchen Brenner an. Die geringsten Unterschiede in der Klangfarbe verschiedener Töne konnten auf diese Weise beobachtet werden. Die Curven der verschiedenen Vocale konnte man in ausgezeichnete Schönheit erhalten; ganz feine Unterschiede in der Klangfarbe, wie z. B. die Verschiedenheit zwischen Bruststimme und Kopfstimme, oder das Singen desselben Tones durch zwei verschiedene Personen entgingen nicht der Beobachtung; bei Orgelpfeifen konnte man die allmähliche Intensitätszunahme der Obertöne bei Verstärkung des Windes sehen u. s. w. Das Zuflussrohr des Gases zur Kapsel hatte, wie oben erwähnt, einen capillaren Theil, während die Brennröhre selbst verhältnissmässig weit war und nur am einen Ende in einer nadelfeinen Oeffnung mündete. Der Druck des Leuchtgases darf nicht zu gross sein, und den Zufluss des Sauerstoffs muss man so reguliren, dass die blaue Flamme nur einen ganz kleinen dunkelrothen Saum habe; dann springen bei jeder Druckvergrösserung rothe Flammen aus dem Brenner hervor, und man erhält eine dunkelrothe Curve auf bläulichem Grunde.

den zurückführen, wenn man von diesen, vom temporären Magnetismus herrührenden Störungen absieht und das magnetische Feld innerhalb der Grenzen, in welchen der Ringmagnet oscillirt, als homogen betrachtet. Nur haben wir es hier statt mit einer Rotationsbewegung mit einer Translation, nämlich einer Schwingungsbewegung parallel einer gewissen Geraden zu thun. Ich will noch bemerken, dass auch dieser Apparat nur bei langsamen Schwingungen zu gebrauchen ist.

Ausser den zwei beschriebenen Oscillometern habe ich noch einen Apparat construirt, dessen Einrichtung im wesentlichen die folgende war. Eine evacuirte Glaskugel mit Electroden befand sich zwischen zwei Drahtrollen, welche in den Schliessungskreis der alternirenden Ströme eingeschaltet waren. Die Electroden der Kugel communicirten mit den Polen einer Holtz'schen Maschine oder eines Inductionsapparates mit schnell wirkendem Unterbrecher. Es war zu erwarten, dass die alternirenden Ströme auf den Lichtbogen in der Glaskugel eine electrodynamische Wirkung ausüben würden, wie es in anderen analogen Fällen geschieht. In dem von mir construirten Apparat war leider diese Wirkung zu schwach, um eine praktische Verwendung dieser Versuchsmethode zu gestatten; doch glaube ich, dass ein auf diesem Princip basirtes Instrument, bei zweckmässiger Einrichtung, den anderen nicht nachstehen würde. Eine Eigenthümlichkeit desselben besteht darin, dass der bewegliche Theil, nämlich der Lichtbogen, so gut wie gar keine Masse besitzt.

§ 5. Die bisher beschriebenen Versuchsmethoden hatten hauptsächlich zum Zweck, die Periode der electricen Schwingungen zu bestimmen. Ich muss schliesslich ein Paar Worte über die Messung des Dämpfungscoëfficienten oder des logarithmischen Decrements hinzufügen. Eine grobe Schätzung der Abnahme der Schwingungsamplitude lässt sich zwar schon an den beschriebenen Instrumenten machen, doch sind sie zur genauen Messung der Dämpfung wenig geeignet. Ich suchte daher selbstständige und genaue Methoden zur Bestimmung des Schwingungsdecrements zu finden. Meine Versuche in dieser Richtung musste ich leider aus zeitigem Mangel an passenden Apparaten, deren Her-

stellung die Kunst eines geübten Glasbläfers beanspruchte, unterbrechen. Ich hoffe sie wieder vorzunehmen, sobald die nöthigen Hilfsmittel in meine Hände gelangt sind, und begnüge mich, einstweilen hier kurz das Princip der Methode anzudeuten, vermittelt deren ich zum Ziele zu gelangen glaube. Meine Versuche beziehen sich auf Entladungen von Leydener Flaschen und Batterien, d. h. auf den Fall, wo in dem Schliessungskreise eine Funkenstrecke enthalten ist.

Ein bekannter Apparat ist das sogenannte „electriche Ventil“, beschrieben von Gaugain, Poggendorff, Holtz u. a.¹⁾; es lässt die electriche Entladung nur in einer bestimmten Richtung, nicht aber in der entgegengesetzten durchgehen. Denken wir uns nun, dass der Entladungskreis einer Leydener Flasche verzweigt sei, und dass die beiden Zweige zwei ganz gleiche Rollen eines Wiedemann'schen Galvanometers enthalten. Sind die Rollen so eingeschaltet, dass ihre Wirkungen auf den Magnet einander verstärken, so erhält man einen bestimmten Ausschlag, welcher der gesammten sich entladenden Electricitätsmenge proportional ist; schaltet man aber die Rollen so ein, dass sie einander entgegenwirken, so ist der Ausschlag Null. Schliessen wir nun in die beiden Zweige zwei entgegengesetzt gerichtete electriche Ventile ein, so ist leicht zu begreifen, dass dann die Wirkung der beiden Rollen der arithmetischen Summe der Electricitätsmengen aller Ströme proportional sein wird, denn entgegengesetzt gerichtete Ströme gehen dann durch verschiedene Rollen. Der Ausschlag wird im allgemeinen viel grösser als im ersteren Falle sein.²⁾

In der That, nennen wir Q_1 die Gesammtmenge der Electricität, welche den Entladungsströmen, Q_2 die, welche den Ladungsströmen entspricht, so haben wir nach dieser Definition:

$$Q_1 = \int_0^{\tau} idt + \int_{2\tau}^{3\tau} idt + \dots \quad Q_2 = \int_{\tau}^{2\tau} idt + \int_{3\tau}^{4\tau} idt + \dots$$

oder nach Benutzung von Gl. (1) und einigen Umformungen:

1) Siehe Wiedemann, Electricität 4. p. 474 u. folg.

2) Auf diese Thatsache hat schon Feddersen aufmerksam gemacht. Pogg. Ann. 115. p. 336. 1862; Vgl. auch Riess, Paalzow u. a. Wiedemann, Electricität 4. p. 162.

$$Q_1 = cv_0 \frac{1}{1 - e^{-\lambda}}, \quad Q_2 = -cv_0 \frac{e^{-\lambda}}{1 - e^{-\lambda}}.$$

Die algebraische Summe dieser beiden Grössen ist gleich cv_0 , der Ladung der Flasche, die arithmetische Summe jedoch gleich:

$$cv_0 \frac{1 + e^{-\lambda}}{1 - e^{-\lambda}}.$$

Der Werth dieses letzten Ausdrucks ist stets grösser, als cv_0 . Misst man den entsprechenden Ausschlag am Galvanometer, dessen Reductionsfactor als bekannt vorausgesetzt wird, und bestimmt man ausserdem die Grösse cv_0 , indem man z. B. ein zweites Galvanometer in den unverzweigten Theil der Leitung einschaltet, so erhält man schliesslich einen Ausdruck, der keine unbekannten Grössen ausser λ enthält, und aus welchem letzteres bestimmt werden kann.

Im Vorhergehenden haben wir vorausgesetzt; erstens dass die Entladung der Flasche vollständig erfolgt; ist dies nicht der Fall, so lässt sich eine entsprechende Correction leicht anbringen, wenn man die Grösse und das Vorzeichen der rückständigen Ladung kennt; zweitens, dass die electrischen Ventile die entgegengesetzten Ströme vollständig voneinander isoliren; und drittens, dass das Vorhandensein einer Funkenstrecke einem supplementären, und zwar constanten Widerstande äquivalent ist, nicht aber die Einführung einer neuen electromotorischen Kraft in den Schliessungskreis bedeutet. Die letztgenannte Annahme ist bekanntlich von Edlund gemacht worden. Ich glaube, dass uns die electrischen Schwingungen ein Mittel in die Hände geben, die Richtigkeit derselben einer experimentellen Prüfung zu unterwerfen; auf diesen Gegenstand hoffe ich in einer besonderen Abhandlung zurückzukommen.

Die Bestimmung von λ nach der beschriebenen Methode habe ich aus oben erwähntem Grunde nicht vornehmen können; einige Versuche, die ich anstellte, zeigten mir nämlich, dass die electrischen Ventile (Holtz'sche Röhren), die mir zu Gebote standen, schlecht eingerichtet waren und die entgegengesetzten Entladungen nicht in genügender Weise voneinander isolirten. Qualitativ zeigte das Resultat den erwar-

teten Charakter, doch war an messende Versuche nicht zu denken. Mit besseren Apparaten hoffe ich auch bessere Resultate zu erzielen.

Ich habe unterdessen versucht, die im vorliegenden ersten Theil dieser Abhandlung beschriebenen Methoden zur experimentellen Untersuchung einiger Fragen aus dem Gebiete der Electricitätslehre zu verwerthen. So wird der zweite Theil eine Anwendung derselben auf die Bestimmung des Verhältnisses zwischen der electrostatischen und electromagnetischen Einheit der Electricitätsmenge enthalten. Weitere Anwendungen sollen in späteren Abhandlungen folgen.

Phys. Laboratorium der Univ. Kasan, April 1885.

**VIII. Bestimmung der Constante für die electromagnetische Drehung der Polarisationssebene des Natriumlichtes in Schwefelkohlenstoff;
von Adolf Koepsel.**

(Inauguraldissertation.)

(Hierzu Taf. IV Fig. 20.)

Die Bestimmungen der Constante für die electromagnetische Drehung der Polarisationssebene des Lichtes im Schwefelkohlenstoff, welche bis jetzt gemacht worden sind¹⁾, konnten noch nicht als eine befriedigende Lösung dieser Aufgabe betrachtet werden, da die Resultate der einzelnen Beobachter so bedeutende Abweichungen zeigten, dass es wünschenswerth erschien, die Messungen zu wiederholen.

Von diesem Gefühl geleitet, nahm Hr. Arons²⁾ eine neue Bestimmung dieser Constante vor, und es muss nur bedauert werden, dass er vor den Schwierigkeiten, welche Schwefelkohlenstoff der Genauigkeit der Messungen entgegensetzt, zurückschreckte und an seine Stelle destillirtes Wasser setzte, welches ja ein optisch homogeneres Mittel ist. Er

1) Gordon, Phil. Trans. 1. p. 1. 1877. H. Becquerel, Ann. de chim. et de phys. 27. p. 312. 1882. Beibl. 2. p. 257; 5. p. 873, 897; 7. p. 625. Lord Rayleigh, Proc. of the Roy. Soc. 37. p. 146. 1884. Beibl. 9. p. 58.

2) Arons, Wied. Ann. 24. p. 161. 1885.

hat dadurch einen directen Vergleich seiner Messungen mit denen der übrigen Beobachter unmöglich gemacht, und eine aus dieser Messung abgeleitete Drehung für Schwefelkohlenstoff kann nur auf das Maass von Genauigkeit Anspruch machen, mit welcher das Verhältniss der Drehungsvermögen beider Stoffe bestimmt ist.

Wenn man auch zugeben muss, dass der Schwefelkohlenstoff schwieriger zu behandeln ist, als Wasser, wegen der Schlierenbildung, die sich, worauf ich später zurückkommen werde, bei ganz geringen Temperaturunterschieden sofort bemerkbar macht, so ist es doch eine nicht zu unterschätzende, vortheilhafte Eigenschaft dieses Stoffes, dass er ein über dreimal grösseres Drehungsvermögen besitzt, als Wasser. Es ist dies um so beachtenswerther, als man selbst mit den vollkommensten Halbschattenpolarimetern bis jetzt wohl nicht über eine Genauigkeit von $0,01^\circ$ der Einstellung hinauskommt. Man hat also, wenn man diese Methode der Messung electricischer Ströme anwenden will, neben der Reinheit des angewendeten Stoffes vor allem auf ein möglichst grosses Drehungsvermögen zu achten. Da nun Schwefelkohlenstoff dies letztere in hohem Maasse besitzt, ferner sich ohne grosse Schwierigkeit rein darstellen lässt, und da sich, wie ich später zeigen werde, auch die Schlierenbildung durch geeignete Construction des Apparates und zweckmässige Anordnung des Versuchs vollständig vermeiden lässt, so muss man Schwefelkohlenstoff zu dieser Art der Messung electricischer Ströme für geeigneter halten, als irgend einen anderen Stoff, der nicht neben den beiden anderen Eigenschaften noch die eines grösseren Drehungsvermögens besitzt.

Da also, wie oben erwähnt, die bisher ausgeführten Messungen noch nicht die zu fordernde Uebereinstimmung zeigten, unternahm ich auf Wunsch des Hrn. Geheimraths Prof. Dr. v. Helmholtz, diese Constante nochmals zu bestimmen, und zwar durch directe Vergleichung mit dem Silbervoltameter. Eine solche directe Vergleichung ist meines Wissens von keinem der genannten Beobachter ausgeführt worden. Man erreicht dadurch den Vortheil einer sehr genauen Strommessung, verbunden mit einer vollständigen Un-

abhängigkeit vom Erdmagnetismus, dessen Störungen sich ja bei den meisten electricen Messungen unangenehm fühlbar machen. Ausserdem war das electrochemische Aequivalent des Silbers von Hrn. Kohlrausch¹⁾ mit grosser Genauigkeit bestimmt, und diese Bestimmung wurde in jüngster Zeit von Lord Rayleigh und Mrs. Sidgwick²⁾ bestätigt. Beide Resultate weichen nur um 0,04 Proc. voneinander ab.

Bei Ausführung meiner Versuche im hiesigen physikalischen Laboratorium unterstützte mich Hr. Geheimrath Prof. Dr. v. Helmholtz in der freundlichsten Weise, und ich möchte es nicht unterlassen, für die Anregung zu vorliegender Arbeit, für die rege Theilnahme, die er dem Verlaufe derselben widmete, sowie für die Bereitwilligkeit, mit welcher er jeden meiner Wünsche gütigst erfüllte, ihm an dieser Stelle meinen aufrichtigen Dank zu sagen.

Apparate.

Die Bestimmungen der Drehung der Polarisationssebene wurden mit einem Lippich'schen Halbschattenpolarimeter gemacht, welches in der optischen Werkstatt von Franz Schmidt und Haensch in Berlin nach den Angaben des Hrn. Geheimrath v. Helmholtz eigens zu diesem Zweck angefertigt wurde, und dessen Einrichtung folgende war. (Siehe Fig. 20).

An zwei starken Metallplatten M , die durch vier massive Messingstangen S von ungefähr 1,5 cm Durchmesser und 1 m Länge verbunden waren, war einerseits der Polarisator P , andererseits der Analysator A mit dem Theilkreis befestigt, welcher letzterer gestattet, die Drehungen mittelst Nonius und Lupe bis auf $0,01^\circ$ abzulesen.

Der Polarisator P war folgendermassen construirt. In der Fassungsrohre desselben befanden sich zwei Glan'sche Prismen hintereinander liegend, G, G' ; das eine von beiden G' war seitlich verschoben, und zwar so, dass seine Endfläche diejenige des anderen G , dessen Längsaxe mit der Röhrenaxe zusammenfiel, zur Hälfte deckte; letzteres war drehbar

1) F. u. W. Kohlrausch, Exner's Rep. d. Phys. 20. H. 4. 1884.

2) Lord Rayleigh u. Sidgwick, Phil. Trans. 2. 1884. s. auch Beibl. 8. p. 530.

um seine Längsaxe, durch welche Einrichtung eine variable Neigung der Hauptschnittsebenen ermöglicht wurde. Hierdurch erreicht man den Vortheil einer veränderlichen Empfindlichkeit. Ferner enthielt die Fassungsröhre ein Linsensystem *L*, welches bestimmt war, die einfallenden Lichtstrahlen parallel zu richten; sowie zwei seitlich verschiebbare Diaphragmen *D*, deren eines mit einer Platte von doppeltchromsaurem Kali versehen war, um, wenn nöthig, das Licht dadurch homogener zu machen.

Als Analysator diente ebenfalls ein Glan'sches Prisma *G*, mit einem Fernrohr *F*.

Für die genauere Kenntniss dieser und ähnlicher Apparate verweise ich auf die Abhandlungen von Hrn. F. Lippich: Ueber ein Halbschattenpolarimeter¹⁾ und: Ueber polaristrobometrische Methoden²⁾, und von Hrn. H. Landolt: Neuerungen an Polaristrobometern.³⁾

Die beiden Röhren, welche das optische System enthielten, gingen durch die Metallplatten *MM* hindurch und ragten auf der anderen Seite noch drei bis vier Centimeter darüber hinaus, hier waren sie schräg abgeschnitten, so dass auf die dadurch gebildeten cylindrischen Theile *C* die Röhre, welche den Schwefelkohlenstoff enthielt, mit ihren Enden aufgelegt werden konnte. Die aufschraubbaren Deckel *D* der letzteren hatten einen ebenso grossen Durchmesser, wie die Oeffnung der Fassungsröhre des optischen Systems, sodass die Axe der Röhre mit der Axe des optischen Systems zusammenfiel.

Die Röhre selbst war aus Messing angefertigt, 1 m lang und ihrer ganzen Länge nach von einem weiteren Messingrohr umgeben, welches zur Wasserspülung diente; dieses hatte an den Enden je zwei Ansätze *Tt*, von denen die einen *T* zum Zu- und Abfluss des Wassers dienten; die anderen, etwas weiteren *t*, waren zu Thermometern bestimmt, welche die Temperatur des Kühlwassers anzeigen sollten. An den Enden war die Röhre sorgfältig senkrecht zur Axe abge-

1) F. Lippich, Naturwiss. Jahrb. „Lotos“. N. F. 2. Prag 1880.

2) F. Lippich, Wien. Ber. II. 85. Febr.-Heft. 1882.

3) H. Landolt, Zeitschr. f. Instrumentenk. 3. p. 121. 1883. Beibl.

schliffen, und an diese Schliffflächen wurden mittelst der aufschraubbaren Deckel *D* dünne planparallele Glasplatten mit Hülfe von Gummiringen nicht zu fest angepresst. Ausserdem trug die Röhre am Ende einen ebenfalls verschraubbaren trichterförmigen Ansatz *U*, welcher durch die Spülröhre hindurch mit dem innersten Hohlraum in Verbindung stand. Dieser Ansatz hatte erstens den Zweck, etwa bei der Füllung zurückgebliebene Blasen durch Nachfüllen zu beseitigen, und zweitens ein etwaiges Springen der Röhre, durch Ausdehnung des Schwefelkohlenstoffs, zu verhüten, indem über der Flüssigkeitsoberfläche im Trichter immer noch eine Luftblase sich befand, deren Luft also bei zu starker Ausdehnung des Schwefelkohlenstoffs nur ein wenig comprimirt wurde.

Zur Erzeugung des Natriumlichtes, welches bei hoher Empfindlichkeit des Apparates eine bedeutende Intensität haben muss, diente die Landolt'sche Natriumlampe, deren genaue Beschreibung man in der „Zeitschrift für Instrumentenkunde“ 4. p. 390 findet. Es hat sich diese Lampe als sehr zweckmässig, bequem und zuverlässig erwiesen.

Die Drahtrolle, welche zur Erzeugung eines intensiven magnetischen Feldes dienen sollte, wurde nach meinen Angaben von dem Mechaniker des hiesigen physikalischen Instituts auf das sorgfältigste gewickelt. Sie erhielt 5250 Windungen zweier 1 mm starken Drähte, welche parallel nebeneinander gewickelt wurden. Der Draht war sorgfältig mit Seide übersponnen und wurde vor dem Wickeln noch mit Schellackfirniss überzogen, und zwar so, dass dieser Ueberzug beim Aufwickeln schon völlig trocken war. Durch diese Art der Isolirung wurde eine besondere der einzelnen Lagen, etwa durch zwischengelegtes Papier oder Guttapercha, unnöthig, und es wurde dadurch erreicht, auf einen möglichst kleinen Raum möglichst viel Windungen mit minimalem Widerstande zu bringen; auch erlangt man hierdurch den Vortheil, dass der Ausdruck für den Correctionsfactor eine einfachere Form erhält, indem auf die Einheit der Länge der Rolle nahe ebenso viel Windungen kommen, wie auf die des Durchmessers.

Die Rolle hatte folgende Dimensionen:

Innerer Radius . . . $\varrho_1 = 1,45$ cm.

Aeusserer Radius . . . $\varrho_2 = 4,86$ „

Länge $2a = 19,80$ „

Widerstand des einen Zweiges . $A_1 E_1 = 12,5$ S.-E.

Widerstand des anderen Zweiges $A_2 E_2 = 13,7$ „

Die Endscheiben waren kreisrunde Platten aus Buchsbaumholz von solchem Durchmesser, dass, wenn sie auf den oben erwähnten Messingstangen saßen, die Axe der Röhre mit der Axe der Rolle zusammenfiel. Der innere Durchmesser der letzteren war so gewählt, dass die Rolle die Spülröhre eng umschloss. Um nun die gefüllte Röhre durch die Oeffnung der Rolle hindurchzubringen, war der vorderste Deckel D bis auf die Grösse des Durchmessers der Oeffnung etwas conisch abgedreht, und das abgedrehte Stück wurde durch einen abnehmbaren, innen conischen Ring ergänzt, welcher nachträglich wieder aufgesetzt wurde. Aus demselben Grunde waren die Tuben an der Spülröhre, welche für den Zufluss des Wassers und für das Thermometer bestimmt waren, in die Spülröhre eingeschliffen und konnten also ebenfalls mit Leichtigkeit entfernt werden.

Da die Rolle ein ziemlich beträchtliches Gewicht hatte, so wurde, um eine Durchbiegung der Messingstangen und eine dadurch herbeigeführte Verschiebung der Axen des optischen Systems und Durchbiegung der Messingröhre zu verhindern, in der Mitte unter der Rolle eine mittelst Schraube verstellbare Stütze angebracht.

Zur Erzeugung des electrischen Stromes dienten je nach Bedürfniss sechs bis dreiundzwanzig Grove'sche oder sechs Daniell'sche Elemente. Für erstere wurde immer frische Säure angewendet, um bei möglichst grosser Intensität eine möglichst gute Constanz des Stromes zu erzielen. Bei den Daniell'schen Elementen habe ich in der letzten Zeit chemisch reine Schwefelsäure angewendet und hierdurch eine ganz bedeutende Constanz des Stromes erzielt, zumal wenn die Säule auf das Maximum ihrer electromotorischen Kraft gekommen war. Ueberhaupt habe ich gefunden, dass die Messungen auch bei schwächeren Strömen, also kleineren

Drehungswerthen, nichts von ihrer Genauigkeit einbüssten, wenn man nur für eine in hohem Grade vollkommene Constanz des Stromes sorgte. Die Drahtwindungen wurden bald hintereinander, bald nebeneinander geschaltet, je nach der Anzahl und Stärke der angewendeten Elemente.

Die Messung der Stromstärke wurde, wie schon oben erwähnt, direct mit dem Silbervoltmeter ausgeführt. Die Voltmeter hatten die von Poggendorff vorgeschlagene Form; die dabei angewendeten Platintiegel hatten oben am Rande einen Durchmesser von ungefähr 4 cm und eine Höhe von 5 cm. Die Anode bildete ein cylindrischer Silberstab von 1 cm Dicke aus chemisch reinem Silber. Die zuerst angewendeten Platten erwiesen sich als unzweckmässig, da bei stärkeren Strömen an den Kanten derselben die Stromdichtigkeit zu gross wurde und Veranlassung gab zur Bildung von Nadeln, welche von den Wänden des Tiegels an die Ecken anschossen, dadurch den Widerstand schnell änderten und die Bildung eines festhaftenden cohärenten Niederschlags, welcher von Wichtigkeit ist, vereitelten. Deshalb wählte ich die cylindrische Form, bei der diese Erscheinung selbst bei den stärksten Strömen, die angewendet wurden — bis zu 3,7 Ampère — nie aufgetreten ist. Die Silberbarren wurden unten mit Fliesspapier umwickelt, um die Verunreinigung der Flüssigkeit und des niedergeschlagenen Silbers mit Silbersuperoxyd zu verhüten. Als Flüssigkeit wurde eine 15- bis 20procentige Lösung von chemisch reinem, krystallisirtem, salpetersaurem Silberoxyd angewendet. Auf die Behandlung der Tiegel beim Waschen und Trocknen werde ich später zurückkommen.

Zu den Gewichtsbestimmungen diente eine Schickert'sche Wage von hoher Empfindlichkeit, deren Gebrauch mir Hr. Geheimrath v. Helmholtz gütigst gestattete. Der Gewichtssatz, welcher hierbei zur Verwendung kam, war aus Quarz geschliffen, die Bruchtheile des Gramm waren aus Platin und Aluminium verfertigt. Ein 50-Grammstück desselben wurde von der Kaiserlichen Normalaichungscommission geaicht und die Fehler der übrigen Stücke bis zu den Milligrammstücken herab hiernach bestimmt. Die Wägungen

wurden nach der Gauss'schen Methode der Doppelwägung ohne Reiterverschiebung angestellt, also der zu wägende Körper mit Milligrammstücken austarirt. Zu jeder vollständigen Wägung gehörten neun Bestimmungen der Ruhelage mit je fünf Ablesungen; dass die Wägungen auf den leeren Raum reducirt wurden, braucht wohl kaum hinzugefügt zu werden.

Die Temperaturbestimmungen geschahen mit einem Fuess'schen Normalthermometer, welches in Zehntelgrade getheilt war, auf eine unten näher zu beschreibende Weise.

Die Zeit wurde mit einer gut gehenden Taschenuhr bestimmt, welche die Secunden anzeigte, und welche von Zeit zu Zeit mit einer Normaluhr verglichen wurde.

Vorarbeiten.

Für die Zuverlässigkeit der Resultate war vor allen Dingen nöthig, dass der anzuwendende Schwefelkohlenstoff eine absolute Reinheit besass. Eine aus der chemischen Fabrik von Kahlbaum in Berlin erhaltene Probe erwies sich auch bei der Prüfung mit Quecksilber als rein, zeigte jedoch nach dem Einfüllen in die 1 m lange Beobachtungsröhre eine gelbliche Färbung, trotzdem das Quecksilber 14 Tage damit in Berührung gewesen war, ohne irgend etwas von seinem metallischen Glanz und seiner Beweglichkeit einzubüssen. Ich unterzog den Schwefelkohlenstoff deshalb einer langsamen Destillation, nachdem er vorher mit reinem Chlorcalcium getrocknet worden war, und um ganz sicher zu sein, wurde das hierdurch erhaltene Product abermals destillirt. Die Flasche, welche zur Aufnahme desselben diente, wurde vorher mit Salpetersäure, Ammoniak und destillirtem Wasser gewaschen und dann mit Alkohol und Aether getrocknet. Die Beobachtungsröhre wurde vor der Füllung ebenfalls mit Aether ausgewaschen und mit einem sauberen Leder vermittelt einer Glasstange ausgewischt und getrocknet. Die planparallelen Glasplatten, welche zum Verschluss dienten, wurden ebenfalls sorgfältig gereinigt.

Der hierauf eingefüllte gereinigte Schwefelkohlenstoff zeigte nicht die geringste wahrnehmbare Färbung.

Von wie grossem Vortheil diese Behandlung desselben

war, zeigte sich, als die Röhre in den Apparat eingelegt wurde, an der bedeutend grösseren Intensität des Gesichtsfeldes gegen früher. Hierdurch wurde es ermöglicht, bei geringerer Intensität mit grösserer Empfindlichkeit des Apparates zu beobachten.

Als eine andere Nothwendigkeit, um die Beobachtungen zuverlässig und sicher ausführen zu können, musste die erachtet werden, während der Dauer des Versuchs ein klares und scharfes Gesichtsfeld zu haben. Ein sicheres Kennzeichen dafür war, dass man den Trennungsstrich, welcher die beiden auf gleiche Helligkeit einzustellenden Felder schied, während der ganzen Beobachtung scharf sah, ohne das Ocular zu verstellen. Es war dies eine schwierige Aufgabe, da sich bald zeigte, dass schon ganz geringe Temperaturdifferenzen, welche ich auf unter $0,1^{\circ}$ C. schätze, eine Schlierenbildung veranlassten, die eine Unklarheit des Gesichtsfeldes erzeugte, wodurch eine genaue Einstellung vereitelt wurde.

Es kann dies verglichen werden mit einer gleichen Erscheinung, welche sich bei astronomischen Beobachtungen störend bemerkbar macht, nämlich bei den Beobachtungen mit dem Refractor oder Meridianinstrument, nur dass die Störungen in unserem Falle noch viel empfindlicherer Natur zu sein scheinen, da sie sich zeigen, ohne dass man es mit so colossalen Vergrösserungen, wie sie dort vorkommen, zu thun hat. Dort ist es die Schlierenbildung der Luft, welche stört, und man vermeidet dieselbe, indem man dafür sorgt, dass der Beobachtungsraum dieselbe Temperatur besitze, wie der äussere Raum.

Eine Wasserspülung mittelst der Wasserleitung, welche angewendet wurde, um diesen Uebelstand zu beseitigen, erwies sich als ungenügend; ich nahm eine Bestimmung der Temperaturdifferenz des aus- und einströmenden Wassers vor, und es zeigte sich, dass dieselbe $0,6^{\circ}$ C. betrug. Hierbei war das Bild nach oben verschoben und vollständig verzerrt und unklar, sodass an eine Einstellung auf gleiche Helligkeit beider Felder überhaupt nicht zu denken war.

Ich beschloss deshalb, Wasser von Zimmertemperatur

anzuwenden, bei dem diese Differenz ja fortfallen musste; zu diesem Zwecke wurde ein grosser Glasballon mit Wasser gefüllt und auf die Zimmertemperatur gebracht. Dasselbe liess ich dann mittelst Hebers durch die Spülröhre in einen zweiten unten aufgestellten Ballon abfliessen, welcher, nachdem der erstere geleert war, gegen denselben ausgewechselt wurde.

Hierdurch erhielt ich für einige Zeit ein scharfes Bild, doch auch jetzt noch zeigte sich nach und nach ein Verwischen desselben. Dies lag daran, dass die grosse Natriumflamme, welche zur Beobachtung nöthig war, obgleich von einem Schirm umgeben, doch noch soviel Wärme gegen die Beobachtungsröhre ausstrahlte, dass dadurch eine wenn auch geringe Temperaturdifferenz des aus- und einströmenden Spülwassers bewirkt wurde. Ich machte deshalb diese Strahlung durch einen vorgesetzten doppelten Pappschirm unmöglich, welcher nur an der Stelle eine kleine Oeffnung besass, wo die Lichtstrahlen in den Apparat eindringen mussten.

Durch diese Maassregel besserte sich die Sache schon bedeutend, und ich erhielt ein Bild, welches während der Dauer von ungefähr zehn Minuten vollständig scharf blieb; nach Verlauf dieser Zeit jedoch trat eine anfangs zwar unmerkliche, nach und nach aber sich steigernde Unklarheit des Bildes auf, welche unbedingt beseitigt werden musste. Diese Erscheinung konnte nur von der Erhöhung der Zimmertemperatur durch die grosse Natriumflamme herkommen, welcher Erhöhung die thermisch träge Wassermasse nicht nachkommen konnte; infolge wovon sich bald die schon mehrfach erwähnte Temperaturdifferenz wieder herstellte.

Zur Beseitigung dieses Uebelstandes umhüllte ich die Beobachtungsröhre dicht mit Watte, wodurch ich auf ungefähr eine halbe bis dreivierteil Stunden ein vollständig scharfes Bild erhielt, wenn ich dabei einen kleinen Kunstgriff gebrauchte. Dieser bestand darin, dass ich die Fenster des Beobachtungsraumes vorher solange öffnete, bis die Temperatur desselben um soviel unter die des Spülwassers gesunken war, als sie nach Beendigung des Versuchs sich über derselben befand. Dadurch wurde die Temperaturdiffe-

renz auf ein Minimum reducirt und die Schlierenbildung während der Beobachtungszeit vollständig beseitigt, sodass die Beobachtung ohne irgend welche Störung von dieser Seite gemacht werden konnte.

Nachdem so die Hauptschwierigkeiten gehoben waren, fragte es sich, ob nicht durch die Erwärmung, welche von der stromdurchflossenen Drahtrolle ausgehen musste, neue Hindernisse entstehen würden. Ich liess deshalb, indem die Röhre in der oben beschriebenen Weise gekühlt wurde, Ströme von verschiedener Intensität durch die Rolle gehen und fand, dass selbst bei den stärksten Strömen, die ich anwendete — bis ungefähr 3 Ampère — die Schlierenbildung durch schnelleres Ausfliessen des Spülwassers beseitigt werden konnte. Deshalb fertigte ich mir Ausflussröhren von Glas an, deren Oeffnungen verschiedene Querschnitte besaßen, so dass der Ballon beim kleinsten Querschnitt der Ausflussröhre in ungefähr zwei Stunden, beim grössten in einer halben Stunde ausfloss, ich es also in der Gewalt hatte, je nach der Stärke der angewendeten Ströme das Spülwasser langsamer oder schneller ausfliessen zu lassen. Dass die Erwärmung durch die Rolle so gering war, lag wohl daran, dass dieselbe auf eine Röhre gewickelt war, die aus vielen übereinander geleimten Papierlagen bestand und also einen sehr schlechten Wärmeleiter bildete, denn sonst hätte sich die Erwärmung der Rolle, die in manchen Fällen sehr bedeutend sein musste, bei der Empfindlichkeit des Schwefelkohlenstoffs für Temperaturunterschiede entschieden störender geltend gemacht.

Versuche.

Bei den Versuchen kam es darauf an, die Intensität des durch die Rolle geschickten Stromes und die Drehung der Polarisationssebene, welche derselbe bewirkte, mit möglichst grosser Genauigkeit zu bestimmen.

Erstere Messung wurde, wie schon erwähnt, mit dem Silbervoltameter ausgeführt, und den Berechnungen wurde das von F. und W. Kohlrausch bestimmte electrochemische Aequivalent des Silbers zu Grunde gelegt, wonach der Strom 1 Ampère in 1 Sec. 1,1183 mg Silber ausscheidet. Bei den

ersten Versuchen wurden zwei Voltameter hintereinander in denselben Stromkreis eingeschaltet, nicht sowohl, um durch den Mittelwerth beider eine grössere Genauigkeit der Strommessung zu erzielen — denn aus früheren von mir gemachten Arbeiten mit dem Silbervoltameter hatte ich erkannt, dass die Uebereinstimmung zweier solcher in denselben Stromkreis eingeschalteter Apparate eine die Grenzen der hier in Betracht kommenden Beobachtungsfehler weit hinter sich lassende ist — als vielmehr um diese meine frühere Beobachtung zu bestätigen, dann aber auch, um etwaige Fehler im Ausspülen und Trocknen der Tiegel entdecken zu können, denn ich konnte annehmen, dass, wenn die beiden Voltameter eine grössere Abweichung vom Mittelwerthe als 0,005 Proc. zeigten, ein solcher Fehler vorgekommen war, dass sie also entweder nicht genügend gewaschen oder nicht genügend getrocknet waren, oder dass Silberkrystalle verloren gegangen waren. Ich werde hierauf später zurückkommen.

Als ich einige Uebung in der Behandlung der Tiegel erlangt hatte, glaubte ich dieser Vorsicht entrathen zu können und wendete immer nur ein Voltameter an, weil ich dann mit dem anderen sofort eine neue Messung vornehmen konnte, ohne die Batterie auseinanderzunehmen.

Um die Drehung zu bestimmen, musste man die beiden halbkreisförmigen Theile des Gesichtsfeldes, welche in der absoluten Nullstellung des Apparates gleiche Helligkeit besaßen und durch die Wirkung des Stromes verschiedene Intensität annahmen, durch Drehung des Analysators wieder auf gleiche Helligkeit bringen. Um dies mit möglichster Genauigkeit ausführen zu können, wurde, wie erwähnt, für absolute Schärfe der Trennungslinie beider Felder während der Beobachtung gesorgt. Ausserdem wurden die Beobachtungen in einem dunkeln Zimmer vorgenommen.

Da nun das Silbervoltameter einen Mittelwerth der Stromstärke während einer bestimmten Zeit angibt, so machte ich, um für die Drehung ebenfalls einen Mittelwerth zu erhalten, während der Dauer des Versuchs fortwährend Ablesungen, und zwar nach Schliessung des Stromes einerseits drei, hierauf wurde der Strom vermittelt eines Pohl'schen Commu-

tators, welcher gestattete, den Strom in der Rolle umzuwenden, ohne eine gleichzeitige Umwendung in den Voltametern zu bewirken, umgekehrt, und nun wurden sechs Ablesungen andererseits gemacht, nach abermaliger Wendung des Stromes wieder sechs und dann wieder sechs andererseits; schliesslich wieder drei auf der Seite, wo die Ablesung begonnen hatte, also nach folgendem Schema:

Links 3 6 3 Rechts 6 6

ähnlich wie bei der Bestimmung des Nullpunktes der Wage. Auch noch andere ähnliche Schemata wurden angewendet. Natürlich wurde die Excentricität des Theilkreises durch Ablesung an zwei diametral gegenüberliegenden Nonien eliminirt. Der Mittelwerth aus allen Ablesungen galt als Drehung während der Dauer des Versuchs. Hierdurch erreichte ich den Vorthail einer Unabhängigkeit vom Nullpunkte des Apparates, selbst wenn sich derselbe während der Dauer des Versuchs verschoben haben sollte, und einer Verkleinerung der Beobachtungsfehler.

Das für die Ablesung nöthige Licht wurde mittelst einer geeigneten Spiegelungsvorrichtung von der Natriumflamme auf die Theilung reflectirt, wodurch ein jäher Helligkeitswechsel zwischen den einzelnen Einstellungen und Ablesungen vermieden wurde, welcher nothwendig zum Nachtheil für erstere auf das Auge eingewirkt hätte.

Da man bei der erwähnten Empfindlichkeit des Schwefelkohlenstoffs für Temperatur-Unterschiede als sicher annehmen konnte, dass bei scharfem Bilde die Temperatur des einfließenden Wassers gleich der des ausfließenden sei, so wurde die Temperaturbestimmung bei Beginn und Schluss nur an dem austließenden Wasser vorgenommen, und zwar in folgender Weise: Nach Wegnahme der Ausflussröhre liess ich das Wasser schnell in ein Becherglas von ungefähr $\frac{1}{4}$ l Inhalt fließen; da es jedoch hierbei noch die Wärme der Gefässwände aufnahm, so wurde dieses noch nicht zur Temperaturbestimmung benutzt, sondern erst eine zweite auf dieselbe Weise gewonnene Probe gab durch ein eingesenktes Normalthermometer die Temperatur des Spülwassers an; eine dritte Probe diente zur Controle.

Correctionsfactor.

Bekanntlich ist die Wirkung eines Kreisstromes in Bezug auf eine durch seinen Mittelpunkt gehende unendlich lange Gerade senkrecht zu seiner Ebene vom Radius des Kreises unabhängig und gleich $4\pi J$, wenn J die Intensität des Stromes ist. Hat man nun N solcher Kreisströme, und bezeichnet α die Drehung der Polarisationssebene eines unendlich langen Lichtstrahles, welche durch die Stromeinheit einer Windung hervorgebracht wird, so ist die Drehung R , welche durch N Kreisströme von der Intensität J bewirkt wird:

$$R = 4\pi J N \alpha.$$

Da wir es nun nicht mit unendlich langen, sondern endlichen Lichtstrahlen zu thun haben, so muss diesem Ausdruck ein Correctionsfactor hinzugefügt werden, welcher von der Länge des Strahles, d. h. der Länge der angewendeten Röhre, und von den Dimensionen der Kreisströme, d. h. der Rolle, abhängig ist.

Um diesen Factor zu erhalten, bilde man die Potentialdifferenz des Stromes an der Ein- und Austrittsstelle. Ersetzt man den Kreisstrom durch eine magnetische Doppelschicht in der bekannten Weise, so ist der Magnetismus derselben proportional der Stromintensität. Hat man mehrere Kreiswindungen, so kann man alle durch zwei Magnetschichten ersetzen, die dieselben begrenzen. Sie mögen die Flächendichtigkeiten $+\mu$ und $-\mu$ haben; dann ist:

$$\mu = \frac{J}{\delta},$$

wo δ die Dicke des angewendeten Drahtes bedeutet.

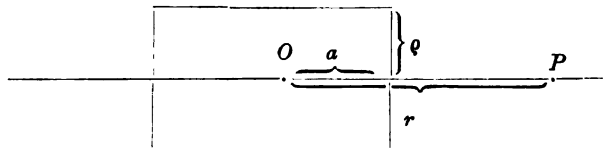
Ist die Länge der Rolle $2a$, so ist:

$$\delta = \frac{2a}{n}, \text{ also } \mu = \frac{Jn}{2a}.$$

Das Potential einer Windungsschicht der Rolle ist demnach:

$$\begin{aligned} \varphi &= \int \left\{ \frac{2\pi q \, dq \, \mu}{\sqrt{(r+a)^2 + q^2}} - \frac{2\pi q \, dq \, \mu}{\sqrt{(r-a)^2 + q^2}} \right\} \\ &= \int \left\{ \frac{2\pi q \, dq \, \frac{Jn}{2a}}{\sqrt{(r+a)^2 + q^2}} - \frac{2\pi q \, dq \, \frac{Jn}{2a}}{\sqrt{(r-a)^2 + q^2}} \right\}, \end{aligned}$$

worin ϱ den Radius der Schicht, r den Abstand des Punktes P , in Bezug auf den das Potential genommen ist, von dem Anfangspunkt O der Coordinaten, welcher in der Mitte der Schicht liegend gedacht ist, bedeutet.



Hieraus folgt durch Integration:

$$\varphi = \frac{\pi J n}{a} \left\{ \sqrt{(r+a)^2 + \varrho^2} - \sqrt{(r-a)^2 + \varrho^2} \right\}.$$

Entwickelt man diesen Ausdruck in eine Reihe, so ergibt sich, wenn man mit den Gliedern zweiter Ordnung abbricht:

$$\varphi = \frac{\pi J n}{a} \left\{ 2a - \frac{a \varrho^2}{(r+a)(r-a)} \right\} = 2\pi J n - \pi J n \frac{\varrho^2}{r^2 - a^2}.$$

Sind nun mehrere Schichten übereinander gewickelt, und ist m die Anzahl der Lagen, ϱ_2 der Radius der äussersten, ϱ_1 der innersten Lage, so ist:

$$\delta = \frac{\varrho_2 - \varrho_1}{m},$$

also das Potential der ganzen Rolle:

$$\Phi = \int \varphi \frac{d\varrho}{\delta} = \int_{\varrho_1}^{\varrho_2} \varphi \frac{m d\varrho}{\varrho_2 - \varrho_1} = 2\pi J n m - \frac{\pi J n m}{3(r^2 - a^2)} \cdot \frac{\varrho_2^3 - \varrho_1^3}{\varrho_2 - \varrho_1},$$

oder, wenn N die Anzahl der Windungen ist:

$$\Phi = 2\pi J N - \frac{\pi J N}{3} \cdot \frac{\varrho_2^3 + \varrho_2 \varrho_1 + \varrho_1^3}{r^2 - a^2}.$$

Die Potentialdifferenz ist also:

$$\Phi_{+r} - \Phi_{-r} = 4\pi J N \left\{ 1 - \frac{1}{6} \frac{\varrho_2^3 + \varrho_2 \varrho_1 + \varrho_1^3}{r^2 - a^2} \right\} = 4\pi J N C.$$

In dem hier zur Anwendung kommenden Falle war:

$$\varrho_1 = 1,45 \text{ cm}, \quad \varrho_2 = 4,86 \text{ cm}, \quad r = 49,97 \text{ cm}, \quad a = 9,90 \text{ cm}.$$

Hieraus ergibt sich der Correctionsfactor: $C = 0,99772$.

Um zu zeigen, dass man bei diesen Dimensionen des Messapparates berechtigt ist, die Reihenentwicklung mit dem zweiten Gliede abzubrechen, sei noch der Ausdruck für das dritte Glied gegeben. Derselbe lautet:

$$+ \frac{1}{80} \frac{3r^2 + 2a^2}{(r^2 - a^2)^3} \cdot \frac{\varrho_2^5 - \varrho_1^5}{\varrho_2 - \varrho_1};$$

setzt man hier die Werthe ϱ_2 , ϱ_1 , r und a ein, so ergibt sich der Werth dieses Ausdrucks zu:

$$+0,0000106.$$

Dies würde also zu dem Correctionsfactor noch hinzukommen bei Berücksichtigung des dritten Gliedes der Reihenentwicklung. Es wird sich zeigen, dass dies gerade der mittlere Fehler des von mir erhaltenen Resultates ist, und folglich ist diese Correction bei der einzelnen Beobachtung zu vernachlässigen, weil, wie ich zeigen werde, der mittlere Fehler der einzelnen Beobachtung fünfmal grösser ist.

Da die Drehung, wie Maxwell gezeigt hat¹⁾, proportional ist der eben entwickelten Potentialdifferenz, so ist, wenn man mit R die durch die Stromintensität hervorgebrachte Drehung bezeichnet, und α die oben angegebene Bedeutung hat:

$$\alpha = \frac{R}{4\pi JNC}.$$

Ein Reductionsfactor für die Temperatur kommt noch hinzu. Bekanntlich ist das Drehungsvermögen nicht unabhängig von der Temperatur des drehenden Stoffes. Dasselbe nimmt ab mit zunehmender Temperatur. Diese Abnahme ist bei Schwefelkohlenstoff nicht proportional mit der Zunahme der Temperatur. Bichat hat ein Gesetz hierfür aufgestellt, dasselbe lautet:

$$R_\vartheta = R_0 (1 - 0,00104 \vartheta - 0,000014 \vartheta^2).$$

Hierin bedeutet R_0 das Drehungsvermögen bei der Temperatur 0°C. , R_ϑ dasjenige bei $\vartheta^\circ \text{C.}$

Mit Hülfe dieser Formel habe ich meine sämtlichen Messungen auf 18°C. reducirt, und zwar wählte ich diese Temperatur aus dem Grunde, weil Lord Rayleigh, dessen Bestimmungen mir die genauesten zu sein schienen, seine Messungen auf diese Temperatur reducirt hatte. Um also einen directen Vergleich anstellen zu können, traf ich dieselbe Wahl.

1) Maxwell, Treat. on Electr. and Magn. 2. p. 411.

Resultate.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate obiger Messungen zusammengestellt und zur Erklärung derselben sei bemerkt, dass Ag die in der Zeit t niedergeschlagene Silbermenge in Milligrammen ist; J und $2J$ bedeuten die hieraus berechneten Stromstärken in (C.G.S.) ausgedrückt, und zwar bedeutet J , dass in dem betreffenden Versuche die beiden Drähte der Rolle hintereinander geschaltet waren, der Silberniederschlag also durch dieselbe Stromintensität hervorgebracht wurde, welche die Drehung bewirkte; $2J$ dagegen bezeichnet, dass die Drähte der Rolle parallel geschaltet waren, während das Silbervoltameter sich im unverzweigten Stromkreise befand, also zur Erzeugung des Niederschlags die doppelte Stromintensität wirkte, während die Drehung nur durch J hervorgebracht wurde.

| Ag | t | J | $2J$ | R_m | ϑ | α | α_ϑ | α_{18} |
|----------|------|---------|---------|---------|-------------|----------|--------------------|---------------|
| mg | sec | (cgs) | (cgs) | | | | | |
| 1551,093 | 1860 | 0,07457 | — | 207,060 | 16,00°C. | 0,9969 | 0,042173 | 0,042044 |
| 3585,759 | 1260 | — | 0,25448 | 351,798 | 18,10 | 1,0002 | 0,042005 | 0,042013 |
| 4185,941 | 1440 | — | 0,25994 | 358,521 | 18,80 | 1,0012 | 0,041908 | 0,041958 |
| 5186,259 | 1500 | — | 0,30917 | 426,690 | 18,90 | 1,0014 | 0,041934 | 0,041992 |
| 651,596 | 1020 | 0,05713 | — | 157,482 | 19,10 | 1,0019 | 0,041883 | 0,041962 |
| 2310,707 | 1320 | — | 0,15654 | 215,700 | 19,60 | 1,0028 | 0,041869 | 0,041986 |
| 3769,542 | 2220 | — | 0,15184 | 210,000 | 19,15 | 1,0020 | 0,042023 | 0,042107 |
| 1954,879 | 1980 | — | 0,06118 | 84,262 | 20,30 | 1,0039 | 0,041847 | 0,042009 |
| 1987,707 | 1980 | — | 0,06267 | 86,218 | 20,40 | 1,0040 | 0,041800 | 0,041967 |
| 1491,206 | 1860 | — | 0,07169 | 98,875 | 20,40 | 1,0040 | 0,041905 | 0,042073 |
| 1656,939 | 2040 | — | 0,07263 | 100,095 | 20,50 | 1,0041 | 0,041875 | 0,042046 |
| 3195,293 | 1080 | — | 0,26456 | 363,892 | 20,23 | 1,0038 | 0,041792 | 0,041950 |
| 1292,223 | 1620 | — | 0,07133 | 98,340 | 19,03 | 1,0018 | 0,041891 | 0,041966 |
| 1713,714 | 1020 | — | 0,15024 | 208,188 | 17,28 | 0,9990 | 0,042103 | 0,042060 |
| 2624,326 | 1500 | — | 0,15645 | 216,468 | 17,30 | 0,9990 | 0,042042 | 0,041999 |
| 2841,295 | 1680 | — | 0,15123 | 209,280 | 17,37 | 0,9991 | 0,042047 | 0,042009 |
| 915,558 | 660 | 0,12405 | — | 343,224 | 17,48 | 0,9993 | 0,042034 | 0,042004 |
| 1458,441 | 1020 | 0,12786 | — | 351,834 | 19,39 | 1,0023 | 0,041805 | 0,041901 |
| 1188,555 | 840 | 0,12653 | — | 349,704 | 19,78 | 1,0030 | 0,041989 | 0,042115 |
| 4957,130 | 1200 | — | 0,36939 | 510,492 | 18,60 | 1,0010 | 0,041990 | 0,042032 |
| 1368,376 | 900 | 0,13596 | — | 375,228 | 18,34 | 1,0007 | 0,041928 | 0,041957 |
| 1057,659 | 1200 | — | 0,07882 | 108,672 | 18,51 | 1,0010 | 0,041895 | 0,041937 |

R_m ist das Mittel des Drehungswinkels, in Minuten ausgedrückt, aus allen Ablesungen, die während der Dauer des Versuchs gemacht wurden.

ϑ ist die Beobachtungstemperatur, α der Reductions-factor auf 18°C.

α_ϕ ist die für die Beobachtungstemperatur berechnete Drehung für die Einheit des magnetischen Feldes eines unendlich langen Strahles, α_{18} dieselbe für die Temperatur von 18°C .

Hiernach wird die vorstehende Tabelle verständlich sein. Aus derselben folgt als Mittelwerth:

$$\alpha_{18} = 0,042\,004\,0'.$$

Um aus der Uebereinstimmung der einzelnen Resultate ein Urtheil über die wahrscheinliche Fehlergrenze zu gewinnen, will ich hieran eine Fehlerrechnung schliessen.

Ist n die Anzahl der einzelnen Bestimmungen, sind $\delta_1, \delta_2 \dots \delta_n$ die Abweichungen vom arithmetischen Mittel, S die Summe der Fehlerquadrate, also:

$$S = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_n^2,$$

und bezeichnet F_m, F_w den mittleren, resp. wahrscheinlichen Fehler der einzelnen Bestimmung, Δ_m, Δ_w den mittleren, resp. wahrscheinlichen Fehler des Resultates, so ist:

$$F_m = \pm \sqrt{\frac{S}{n-1}}, \quad F_w = 0,6745 F_m,$$

$$\Delta_m = \pm \sqrt{\frac{S}{n(n-1)}}, \quad \Delta_w = 0,6745 \Delta_m.$$

In der nachstehenden Tabelle sind die Werthe von α_{18} , δ und δ^2 zusammengestellt.

| α_{18} | $10^6 \cdot \delta$ | $10^{12} \cdot \delta^2$ | α_{18} | $10^6 \cdot \delta$ | $10^{12} \cdot \delta^2$ |
|---------------|---------------------|--------------------------|---------------|---------------------|--------------------------|
| 0,042 044 | + 40 | 1600 | 0,041 950 | — 54 | 2916 |
| 2 013 | + 9 | 81 | 1 966 | — 38 | 1444 |
| 1 958 | — 46 | 2116 | 2 060 | + 56 | 3136 |
| 1 992 | — 12 | 144 | 1 999 | — 5 | 25 |
| 1 962 | — 42 | 1764 | 2 009 | + 5 | 25 |
| 1 986 | — 18 | 324 | 2 004 | 0 | 0 |
| 2 107 | +103 | 10609 | 1 901 | —103 | 10609 |
| 2 009 | + 5 | 25 | 2 115 | +111 | 12321 |
| 1 967 | — 37 | 1369 | 2 032 | + 28 | 784 |
| 2 073 | + 69 | 4761 | 1 957 | — 47 | 2209 |
| 2 046 | + 42 | 324 | 1 037 | — 67 | 4489 |

Mittel 0,042 004 0.

$S = 0,000\,000\,061\,075.$

Hieraus ergibt sich:

$$F_m = 0,000\,053\,9' = 0.13 \text{ Proc.}$$

$$F_w = 0,000\,036\,4' = 0.09 \quad "$$

$$\Delta_m = 0,000\,011\,5' = 0.03 \quad "$$

$$\Delta_w = 0,000\,007\,8' = 0.02 \quad "$$

Einen constanten Fehler, der aus der Beobachtungsmethode resultiren könnte, darf ich bei der mannichfaltigen Variation in der Anordnung der Versuche für ausgeschlossen erachten.

Dagegen muss eine Correction erwähnt werden, welche an dem gewonnenen Resultate noch vorzunehmen ist; dieselbe rührt von einem Fehler des Normalthermometers her, mit dem die Temperaturbestimmungen gemacht wurden. Gegen Ende meiner Versuche bestimmte ich den Nullpunkt dieses Thermometers und fand, dass derselbe um $0,2^{\circ}$ zu tief lag; deshalb muss das erhaltene Resultat noch durch 1,0003 dividirt werden. Da ferner der Fehler, welcher durch Vernachlässigung des dritten Gliedes der Reihenentwicklung entsteht, grösser ist, als der wahrscheinliche Fehler des Resultates, so ist derselbe ebenfalls beim Endresultat zu berücksichtigen und zu diesem Zweck dasselbe noch mit $\frac{0,99773}{0,99773} = 0,99991$ zu multipliciren.

Hiernach ergibt sich als Endresultat der Constante für die Drehung der Polarisationssebene eines unendlich langen Strahles von Natriumlicht im Schwefelkohlenstoff für die Einheit des magnetischen Feldes bei 18° C.:

$$\alpha = 0,041\,991\,3' \pm 0,000\,007\,8'.$$

Ich will noch die Uebereinstimmung dieses Werthes mit dem von Lord Rayleigh gefundenen angeben. Dieser fand als Werth der Constante bei 18° C.:

$$\alpha = 0,042\,002.$$

Beide Angaben weichen, wie man erkennt, um 0,025 Proc. von einander ab.

Bemerkungen

über die zweckmässige Construction des Apparates, wenn derselbe zu electrischen Messungen dienen soll.

Aus den Angaben der oben angeführten Tabelle wird man ersehen, dass die praktische Anwendung der beschriebenen Methode zur Messung von Stromintensitäten in absolutem Maass einen grossen Erfolg verspricht, und zwar nicht nur für grössere Stromstärken, sondern bei geeigneter Construction des Apparates auch für geringere.

Es würden sich jedoch bei der Anwendung von Schwefelkohlenstoff einige Umstände, wenn auch nicht gerade hinderlich, so doch unbequem entgegenstellen. So vor allem die Schlierenbildung und die dadurch nöthige Wasserspülung; auch würde die Wärmestrahlung bei längerem Gebrauch des Apparates doch ihre Wirkung geltend machen.

Es sei mir deshalb gestattet, hier einige Bemerkungen anzuknüpfen über die zweckmässige Construction des Apparates, zu denen ich mich veranlasst fühle durch die Erfahrungen, die ich während meiner Arbeit zu machen vielfach Gelegenheit hatte.

Ich glaube, man kann die Wasserspülung der Röhre ganz entbehren, wenn man dafür sorgt, dass die Einwirkung der Veränderung der äusseren Temperatur möglichst verlangsamt und zu gleicher Zeit gleichmässig über die ganze Röhre vertheilt wird. Ich würde vorschlagen, das metallene Beobachtungsrohr zunächst mit einer schlecht leitenden Schicht, z. B. Kohlenstaub, zu umgeben, welche ihrerseits von einem Kupferrohr umhüllt ist; letzteres könnte, wenn nöthig, noch mit einer Holzbekleidung versehen sein, auch würde sich vielleicht noch besser eine Glasbekleidung mit dazwischenliegender Luftschicht empfehlen; die aus der Rolle hervorragenden Enden könnten ja bei ungünstigen Verhältnissen ausserdem noch in Watte verpackt werden. Die Temperaturbestimmung wäre an einem Thermometer zu machen, welches in einem durch das ganze Röhrensystem hindurchgehenden engen Rohre mit Glasansatz sich befindet, und dessen Kugel unten auf der Röhre steht, die den Schwefelkohlenstoff enthält. Da von der Wärmewirkung der Rolle, zumal bei dieser Einrichtung wenig zu befürchten ist, so könnten die Rollen, die für schwächere Ströme bestimmt, also meistens von dünnem Draht gewunden sind, einfach auf Pappröhren gewickelt werden, während ich für stärkere Ströme vorschlagen würde, dieselben auf Messingröhren zu wickeln, die zur Wasserspülung eingerichtet sind. Ferner wäre es wünschenswerth, den oben erwähnten abnehmbaren Ring des Schlussdeckels, welcher dem Polarisator zugewendet ist, aus Elfenbein und Ebenholz zu verfertigen und das Fassungsrohr des Polari-

sators mit einem Zwischenstück aus demselben Stoffe zu versehen, um die Wärme, welche von der Beleuchtungslampe ausgeht, zu verhindern, durch Leitung zum Beobachtungsröhre zu gelangen. Für den Schirm der Beleuchtungslampe würde sich ebenfalls Wasserspülung empfehlen, welche ja bei stärkeren Strömen das ausfliessende Spülwasser der Rolle mit besorgen könnte.

Auf diese Weise, hoffe ich, wird man von den erwähnten Uebelständen der Schlierenbildung frei werden.

A n h a n g.

Ueber die Genauigkeit des Silbervoltameters. — Zum Schluss will ich einige Ergebnisse meiner Arbeit, das Silbervoltameter betreffend, hinzufügen, die mir deshalb wichtig zu sein scheinen, weil sie zeigen, inwieweit man sich auf die Angaben zweier solcher ziemlich gleichen Apparate, die in denselben Stromkreis geschaltet sind, verlassen kann, auch wenn die Stromstärken extreme Werthe haben.

Wie schon oben bemerkt, wurden bei den ersten Versuchen zwei Silbervoltameter hintereinander in denselben Stromkreis geschaltet und aus dem Mittelwerth der Angaben beider die Stromstärke berechnet. Wenn man nun auch aus der Uebereinstimmung zweier solcher Voltameter noch nicht schliessen darf, dass die Proportionalität zwischen ihren Angaben und der Stromstärke dasselbe Maass von Genauigkeit besitze, so ist doch wohl die Annahme berechtigt, dass dieser Apparat die Stromstärke mit einem hohen Grad von Genauigkeit zu bestimmen gestattet, zumal da aus meinen Versuchen hervorging, dass die beiden Voltameter bei den verschiedensten Stromstärken fast den gleichen hohen Grad von Uebereinstimmung zeigten; und wie mir scheint, sind die Angaben von einem gewissen Concentrationsgrade des Electrolyten an unabhängig von demselben. Ich arbeitete nämlich anfangs mit einer zwanzigprocentigen Lösung, und da sich dieselbe durch den Gebrauch verringerte, so goss ich später nach Belieben Wasser hinzu, sodass ich sie ungefähr auf zwölf- bis fünfzehnprocentig schätzen konnte. Auch die mit dieser Lösung erhaltenen Resultate zeigen selbst bei

einer Stromstärke von 3,7 Ampère eine Abweichung vom Mittelwerth, welche 0,004 Proc. nicht überschreitet. Leider bin ich nicht in der Lage, Genaueres hierüber anzugeben, da, wie gesagt, die Resultate, die ich jetzt mittheilen will, nur beiläufig gewonnen wurden.

In der folgenden Tabelle sind einige dieser Resultate zusammengestellt; darin bedeuten V_1 und V_2 die in dem einen, resp. anderen Voltmeter niedergeschlagenen Silbermengen, V_m den Mittelwerth aus beiden, t die Zeitdauer des Versuchs, i die Stromstärke in Ampères ausgedrückt, welche die Abscheidung bewirkte, $(V_1 - V_2)/(V_1 + V_2)$ die Abweichung vom Mittelwerth. In der letzten Columnne haben die erhaltenen Drehungen für die Einheit des magnetischen Feldes in C.G.S. Platz gefunden, und zwar um zu zeigen, dass trotz der verschiedensten Stromintensitäten die niedergeschlagene Silbermenge wirklich in hohem Grade proportional der Stromstärke war.

| V_1 | V_2 | V_m | t | i | $\frac{V_1 - V_2}{V_1 + V_2}$ | α_{18} |
|----------|----------|----------|------|------|-------------------------------|---------------|
| mg | mg | mg | sec | Amp. | | |
| 3585,910 | 3585,608 | 3585,759 | 1260 | 2,54 | 0,000 042 | 0,042 013' |
| 651,572 | 651,620 | 651,596 | 1020 | 0,57 | 0,000 037 | 0,041 962 |
| 2310,693 | 2310,722 | 2310,707 | 1320 | 1,56 | 0,000 006 | 0,041 986 |
| 3769,537 | 3769,546 | 3769,542 | 2220 | 1,51 | 0,000 001 | 0,042 107 |
| 3195,225 | 3195,361 | 3195,293 | 1080 | 2,65 | 0,000 022 | 0,041 950 |
| 4956,963 | 4957,297 | 4957,130 | 1200 | 3,69 | 0,000 033 | 0,042 032 |

Um über die Zuverlässigkeit dieser Zahlen keinen Zweifel zu lassen, mögen hier noch einige Bemerkungen über die Behandlung der Silbervoltmeter angefügt werden.

Die angewendeten Platintiegel wurden vor dem Gebrauch mit Salpetersäure und destillirtem Wasser ausgewaschen und dann eine Zeit lang in destillirtem Wasser gekocht, worauf sie in einem heissen Luftbade getrocknet wurden. Später machte ich die Bemerkung, dass der Silberniederschlag besonders fest haftete, wenn die Tiegel vor dem Auskochen noch mit Aether gewaschen wurden. Nach dem Kochen wurden dieselben überhaupt nicht mehr mit den Fingern berührt, sondern ich bediente mich von da ab bei allen Operationen, die ich mit denselben vorzunehmen hatte, einer

federnden Zange, vermittelt welcher ich dieselben bequem und sicher fassen konnte. Diese Zange trug an ihren Enden ein Paar halbkreisförmige Ringe aus versilbertem Messingblech, deren Radius etwas kleiner, als der des oberen Tiegelrandes war; im Ruhezustande der Zange bildeten dieselben einen geschlossenen Kreis, welcher vermittelt der Federn geöffnet werden konnte, um den Tiegel zu greifen; beim Nachlassen des Druckes legten sich die kreisförmigen Halbringe um den Tiegel, und die Zange bildete so eine bequeme Handhabe.

Nachdem der Niederschlag gebildet war, wurden die Tiegel vorsichtig ausgegossen und hierauf jeder viermal mit kochendem destillirten Wasser ausgespült. Das erste Spülwasser wurde dazu benutzt, das um die Anoden gewickelte Fliesspapier, welches noch viel Silberlösung enthielt, auszulaugen, und hieraus wurde das Silber in Form von Chlorsilber wiedergewonnen; das folgende Spülwasser wurde nach sorgfältiger Prüfung auf etwa darin vorhandene Silberkrystalle fortgegossen; das letzte wurde zur Prüfung auf Silbersalz mit Salzsäure versetzt.

Hierbei sei bemerkt, dass, wenn man die Tiegel sorgfältig vor plötzlichen Stößen oder Verbiegungen hütet, welche letztere hier durch die Form der Zange ausgeschlossen waren, ein Losreißen der Krystalle durch das Spülwasser nicht erfolgt, auch wenn man dasselbe ziemlich schnell ausgiesst. Nur wenn die Silbermenge ein gewisses Gewicht überschritten hat, welches in diesem Falle 10 bis 12 g betrug, machte sich ein solcher Uebelstand bemerkbar. Ich befreite deshalb, nachdem dieses Gewicht erreicht war, die Tiegel jedesmal von ihrem Silber, so weit es ging, durch Auskratzen mit einem stumpfen Instrument; der Rest ward mit Salpetersäure aufgelöst, welche immer wieder zu diesem Zweck gebraucht wurde, bis sie mit Silber fast gesättigt war. Hieraus wurde das Silber als salpetersaures Silberoxyd wieder gewonnen.

Bei früheren Arbeiten mit dem Silbervoltameter habe ich übrigens die Bemerkung gemacht, dass der Niederschlag um so fester haftet, je niedriger die Temperatur des Electrolyten ist; ein in Eis befindliches Voltameter zeigte einen

ganz festen, feinkörnigen Niederschlag, während ein in einen Thermostaten bei 60° C. gestelltes, welches sich mit ersterem in demselben Stromkreise befand, einen blättrigen und lockeren Niederschlag zeigte, dessen Behandlung beim Waschen die grössten Schwierigkeiten darbot. Die Uebereinstimmung beider war jedoch eine überraschende und von derselben Ordnung, wie die oben angegebenen. Bei Kupfer zeigte sich eine ähnliche Erscheinung; das abgekühlte Kupfervoltameter zeigte einen festen, gleichmässigen rosenrothen Niederschlag, während das erwärmte einen lockeren, porösen, von brauner Farbe aufwies. Die Uebereinstimmung beider war jedoch in diesem Falle nicht befriedigend.

Aus den Erfahrungen, die ich in dieser Beziehung zu machen Gelegenheit hatte, glaube ich entnehmen zu dürfen, dass auch das Kupfervoltameter selbst in wissenschaftlicher Beziehung befriedigende Resultate liefern möchte, wenn man mit reinem Kupfervitriol und reinen Anoden bei niedriger Temperatur arbeitet. Versuche, die ich mit verschiedenen Nickellösungen und Cyansilberlösungen angestellt habe, gaben zwar schöne Niederschläge, aber ganz ungenügende Resultate.

Nachdem also die Tiegel in der oben beschriebenen Weise gewaschen waren, wurden dieselben in einem heissen Luftbade getrocknet, hierauf einige Zeit an der Luft stehen gelassen, bis man überzeugt sein konnte, dass sie die Temperatur der Umgebung angenommen hatten; dann wurden sie in den Wagekasten gesetzt, in welchem ihre Wägung vorgenommen werden sollte, und hierin vor der Wägung noch einige Zeit sich selbst überlassen, um sich den dort herrschenden Verhältnissen anzupassen. Darauf wurde die Wägung vorgenommen.

Wie gesagt, sind obige Resultate des Silbervoltameters nur beiläufig gewonnen, und ich will nicht behaupten, dass dies die äusserste Genauigkeit ist, die sich erreichen lässt. Ich glaube vielmehr, dass sich dieselbe bei eingehender Beschäftigung mit diesem Gegenstande noch weiter treiben lässt. So z. B. wurden kleine Variationen des Luftdruckes und der Temperatur nicht in Rechnung gezogen, sondern

Luft von mittlerer Beschaffenheit den Correctionsrechnungen zu Grunde gelegt. Ferner wurde der Feuchtigkeitsgehalt der Luft deshalb nicht berücksichtigt, weil sich in dem Wagekasten ständig ein Gefäss mit Chlorcalcium befand. Bei einer Specialuntersuchung dieses Gegenstandes würde ich es jedoch vorziehen, die Luft im Wagekasten nicht zu trocknen, da erwiesen ist, dass dieselbe durch Stehen über Chlorcalcium nie ganz trocken wird, und da ferner beim noch so vorsichtigen Oeffnen des Kastens doch Luft von anderer Beschaffenheit eindringt, sodass man also über den Feuchtigkeitsgehalt derselben vollständig in Zweifel ist. Es würde sich also empfehlen, wie ich glaube, durch ein neben der Wage aufgestelltes Psychrometer den Feuchtigkeitsgehalt der Luft zu controliren, zumal wenn man es mit einer so grossen Volumendifferenz, wie sie zwischen Platin und Quarz besteht, zu thun hat.

Alle diese Vorsichtsmaassregeln wurden bei den beschriebenen Versuchen zur Ermittlung obiger Constante nicht gebraucht, da die übrigen Beobachtungsfehler diejenigen, welche hierdurch entstehen konnten, bei weitem überschritten.

Ich habe diese Bemerkungen angefügt, weil meines Wissens über diesen Gegenstand bis zum Schluss meiner Arbeit noch nichts veröffentlicht war. In der Zwischenzeit ist eine Abhandlung von Lord Rayleigh erschienen¹⁾, welche meine Wahrnehmungen grossentheils bestätigt.

Aus allen diesen Resultaten geht hervor, dass eine noch viel genauere Bestimmung des electrochemischen Aequivalents des Silbers, als die bis jetzt gemachten, möglich ist, wenn es gelingt, aus den dazu nöthigen magnetischen Messungen das veränderliche Element des Erdmagnetismus zu eliminiren, vorausgesetzt natürlich, dass diese Messungen die nöthige Schärfe besitzen. Doch die mit dem Silbervoltameter erreichbare Genauigkeit könnte es wünschenswerth erscheinen lassen, dass bei der Bestimmung der Stromeinheit diese Grösse zu Grunde gelegt worden wäre.

1) Lord Rayleigh, Phil. Trans. 2. 1884.

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XXVI.

*I. Ueber den Einfluss des Druckes auf den
electrischen Leitungswiderstand von Electrolyten;
von J. Fink.*

(Hierzu Taf. V Fig. 1—9.)

Die Beantwortung der Frage, welchen Einfluss eine Aenderung des Druckes auf den Leitungswiderstand von Flüssigkeiten ausübe, haben schon Colladon und Sturm¹⁾ bei Gelegenheit ihrer Untersuchungen über die Compressibilität der Flüssigkeiten versucht. Ihre Versuche sind mit constantem Strome unter Anwendung von Platinelectroden angestellt und nehmen somit auf die Polarisation der Electroden keine Rücksicht. Es kamen drei Electrolyte zur Untersuchung, Wasser, Ammoniak und Salpetersäure. Von ihnen zeigte nur die letztere eine geringe Zunahme des Widerstandes, wenn der Druck von einer Atmosphäre auf dreissig erhöht wurde.

In neuerer Zeit hat Herwig²⁾ die Widerstände von destillirtem Wasser, sowie von Silbernitrat und Kupfersulfat in einigen Lösungen unter verschiedenen Drucken geprüft. Er fand indessen bei 18 Atmosphären, dem grössten von ihm angewandten Drucke, keine bemerkenswerthe Verschiedenheit der Widerstände dieser Flüssigkeiten von ihren Widerständen bei Atmosphärendruck.

Dagegen ist von Lenz³⁾ kürzlich für Quecksilber eine Aenderung des Leitungswiderstandes durch den Druck gefunden worden. Nach seinen Angaben entspricht einer

1) Colladon u. Sturm, Ann. de chim. et de phys. **36**. p. 231. 1827.

2) Herwig, Pogg. Ann. **160**. p. 110. 1877.

3) Lenz, Beibl. **6**. p. 802. 1882.

Druckzunahme von einer Atmosphäre eine Abnahme des Leitungswiderstandes um etwa 0,02 Proc. Diese Zahl bleibt ziemlich constant zwischen Drucken von einer bis sechzig Atmosphären.

Diese Thatsache einerseits, sowie andererseits die Entdeckung des Einflusses, welchen der Druck auf die Viscosität der Flüssigkeiten ausübt¹⁾, liessen vermuthen, dass auch für die Electrolyte eine Einwirkung des Druckes auf ihren Leitungswiderstand gefunden werden könne, wenn man nur grössere Drucke als die von den früheren Beobachtern verwandten in Anwendung bringen würde. Zugleich durfte man hoffen, hierbei Thatsachen zu finden, welche zu einer Erklärung des Vorganges bei der Electricitätsleitung in Electrolyten etwas beitragen könnten.

Auf Anregung meines verehrten Lehrers, Hrn. Prof. Dr. Röntgen, ist von mir die vorliegende Untersuchung über diesen Gegenstand in dem physikalischen Laboratorium der hiesigen Universität ausgeführt worden. An dieser Stelle sage ich Hrn. Prof. Dr. Röntgen meinen herzlichsten Dank für seine bei der Ausführung dieser Arbeit stets gern gewährte Unterstützung.

1. Die Apparate.

Bei der hier vorliegenden Untersuchung durfte man aus zwei Gründen auf bessere Resultate hoffen, als sie die früheren Arbeiten über denselben Gegenstand ergeben hatten. Einerseits war von Hrn. F. Kohlrausch durch die Anwendung der Wechselströme zur Widerstandsbestimmung electrolytischer Leiter eine bequeme Methode zur Bestimmung des Leitungswiderstandes geschaffen worden, deren Anwendbarkeit sich in zahlreichen Fällen bewährt hat. Andererseits lag in der von Cailletet zur Verflüssigung der Gase construirten Compressionspumpe ein Apparat vor, mit dessen Hülfe sich leicht sehr hohe Drucke herstellen liessen. Da eine solche Pumpe sich im Besitz des hiesigen physikalischen

1) W. C. Röntgen, Wied. Ann. 22. p. 510. 1884 u. E. Warburg u. J. Sachs, ibid. p. 518.

Instituts befindet, so war ich in dieser Beziehung bei der Ausführung meiner Versuche in der günstigsten Lage.

a. Widerstandsbestimmung. Zur Bestimmung des Widerstandes diente eine Brückenwalze mit Telephon und Inductor, wie sie von F. Kohlrausch¹⁾ angegeben ist. Die Apparate sind von Hrn. Eugen Hartmann in Würzburg bereits vor längerer Zeit bezogen worden. Zum Treiben des Inductors dienten zwei kleine Bunsen'sche Elemente.

Der Draht der Brückenwalze wurde mit Hülfe eines ihm parallel geschalteten Siemens'schen Stöpselrheostaten calibriert²⁾, nachdem vorher die Correctionen des letzteren genau ermittelt worden waren. Hierzu konnten Wechselströme und das Telephon verwandt werden. Die auf diese Weise für neun Stellen des Brückendrahtes ermittelten Correctionen wurden als Ordinaten mit den zugehörigen Einstellungen des Contactröllchens als Abscissen in Coordinatenpapier eingetragen und durch eine Curve verbunden. Aus dieser graphischen Darstellung konnte für eine beliebige Einstellung des Contactröllchens die zugehörige Correction entnommen werden.

Die Constanz der so ermittelten Correctionen des Brückendrahtes wurde öfter dadurch geprüft, dass man zwei nahezu gleiche Widerstände (zwei Hunderter eines Siemens'schen Stöpselrheostaten) mit Hülfe der Walze verglich, beide alsdann vertauschte und eine neue Vergleichung derselben vornahm. Das Mittel aus den beiden Einstellungen ergibt dann die Stelle des Brückendrahtes, welche denselben in zwei Theile von gleichem Widerstande theilt. Wäre der Draht vollkommen cylindrisch und homogen, so müsste sie auf den Theilstrich 500 fallen, wenn man die ganze Länge des Drahtes zu 1000 Theilen rechnet. Da dies im allgemeinen nicht der Fall ist und auch hier nicht der Fall war, so folgt aus ihr die Correction für den Theilstrich 500. Es fand sich nun, dass diese Stelle, welche als Mittel aus den beiden Einstellungen erhalten worden war, und mit ihr die Correction

1) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 11. p. 653. 1880.

2) F. Kohlrausch, Leitfaden der prakt. Physik. 5. Aufl. p. 240.

für den Theilstrich 500 nicht constant blieben, sondern der Zeit nach um kleine Beträge sich änderten, offenbar infolge eines variablen Uebergangswiderstandes an der Contactstelle zweier der Metallstücke, durch welche die Verbindungen der einzelnen Theile der Brückenwalze hergestellt sind. Solange diese Aenderungen klein blieben, wurden sie in Rechnung gezogen unter der Voraussetzung, dass sich die Correctionen aller anderen Stellen des Brückendrahtes dieser einen, öfter controlirten Correction des Theilstriches 500 proportional ändern. Diese Annahme schien bei der Kleinheit der Aenderungen erlaubt zu sein. Ihre Richtigkeit wurde bestätigt durch eine später vorgenommene Neucalibrirung des Brückendrahtes; es zeigte sich, dass die hierbei gefundenen und die aus der Aenderung des Theilstriches 500 berechneten Correctionen nur um Beträge differirten, die innerhalb der Grenzen der Versuchsfehler lagen.

Erst als sich bedeutende Abweichungen in den Werthen der Correction des Theilstriches 500 einstellten, wurden alle Verbindungsschrauben der Brückenwalze innerhalb und ausserhalb des Kastens fest angezogen und der Brückendraht selbst mit feinstem Schmirgelpapier gereinigt. Hierbei zeigte es sich in der That, dass durch das Austrocknen des Holzes des Brückenkastens einige der Schrauben gelockert worden waren. Die jetzt nochmals in derselben Weise, wie früher, vorgenommene Calibration des Brückendrahtes lieferte selbstverständlich ein wesentlich anderes Resultat. Seit dieser Zeit ist, wie sich aus der öfter controlirten Correction des Theilstriches 500 und aus einer nach Beendigung der sämtlichen Versuche nochmals ausgeführten Neucalibration ergab, keine Aenderung des Calibers mehr eingetreten.

Der Widerstandssatz der Brückenwalze wurde mit demselben Siemens'schen Rheostaten verglichen, der auch zur Calibration des Brückendrahtes gedient hatte. Während alle anderen Widerstände des Satzes kleine Correctionen besaßen, zeigte der Zehner einen Fehler, der mehrere Procente betrug. Als nach dem Oeffnen des Brückenkastens und dem Anziehen der Verbindungsschrauben eine nochmalige Vergleichung mit dem Siemens'schen Rheostaten vorgenommen

wurde, zeigte es sich, dass, während sich die Correctionen der anderen Widerstände nur um geringe Beträge geändert hatten, der Zehner fast genau seinen richtigen Betrag erlangt hatte. Hierdurch irregeleitet, habe ich es leider versäumt, während der weiteren Untersuchungen die Constanz der Fehler des Widerstandssatzes, insbesondere des Zehners, durch öfteres Vergleichen mit dem Siemens'schen Rheostaten zu prüfen, bis ich durch plötzliche Aenderungen in der Einstellung während eines Beobachtungssatzes auf die Möglichkeit aufmerksam wurde, dass bei dem Zehner wieder ein Contactfehler vorliegen könnte, der durch die Temperatur und andere Nebenumstände geändert würde. Eine alsbald vorgenommene abermalige Vergleichung ergab in der That, dass der Zehner von neuem seinen Betrag um fast 2 Proc. geändert hatte; die Beträge der übrigen Stücke des Widerstandssatzes waren dieselben geblieben.

Durch diese Veränderlichkeit des Zehners dürften sich die Abweichungen meiner Beobachtungen von älteren Beobachtungen, wie sie in Tab. II des fünften Abschnittes aufgestellt sind, theilweise wenigstens erklären. Der unsichere Zehner wurde benutzt bei sämtlichen Versuchen mit den Salzsäuren bei 0° C., sowie bei den Versuchen mit Chlornatrium in Lösungen von mehr als 5 Proc. Gehalt bei 0° C. und 18° C. Im weiteren Laufe der Versuche wurde derselbe durch den Zehner eines Siemens'schen Rheostaten ersetzt. Während somit die Widerstände der oben angeführten Lösungen fehlerhaft sein können, ist dies sicher nicht der Fall bei den Angaben über die Aenderungen des Leitungswiderstandes mit dem Druck (die Grössen q der Tab. I des fünften Abschnitts). Denn diese sind in Procenten des Widerstandes bei Atmosphärendruck ausgedrückt und als frei von solchen Fehlern zu betrachten, da während eines Beobachtungssatzes keine Aenderungen des Rheostaten eintraten, was stets an der Uebereinstimmung des zu Anfang und des am Schlusse des Beobachtungssatzes bestimmten Leitungswiderstandes bei Atmosphärendruck erkannt werden konnte.

b. Die Druckmessung. Zur Erzeugung des Druckes diente, wie schon oben erwähnt, eine Cailletet'sche Pumpe

neuerer Construction, deren Einrichtung wohl als bekannt vorausgesetzt werden kann. Zur Druckmessung diente das der Pumpe beigegebene Bourdon'sche Manometer. Dasselbe war von 20 zu 20 Atmosphären getheilt und erlaubte somit, auf 2 Atmosphären genau einzustellen.

Inwieweit sich die Angaben dieses Manometers mit der Temperatur und anderen Nebenumständen ändern, ist nicht geprüft worden. Ebenso wurde nicht controlirt, ob die an dem Manometer angegebene Atmosphärenzahl jedesmal auch dem wirklich vorhandenen Drucke entspricht.

Dagegen wurde das Manometer auf Proportionalität seines Ganges für die Drucke von 100 und 200 Atmosphären geprüft. Es hatte sich nämlich bei fast allen Flüssigkeiten, die zur Untersuchung gelangten, gezeigt, dass die Aenderung ihres Leitungswiderstandes durch eine Compression von einer Atmosphäre auf 100 eine unverhältnissmässig grössere war, als die gleiche Aenderung für eine Compression von 100 Atmosphären auf 200, resp. von 200 auf 300. Dies liess vermuthen, dass der Gang des Manometers bis 200 Atmosphären nicht dem wirklich vorhandenen Drucke proportional sei. Um dies zu ermitteln, wurde eine Cailletet'sche Glasröhre, wie solche zur Condensation der Gase dienen, mit Luft gefüllt und in den Eisenblock der Pumpe eingesetzt. Letzterer war mit Quecksilber gefüllt worden. Das herausragende Ende der Röhre war mit einer auf Papier gezeichneten Millimeterscala versehen worden. Es wurde nun mehrmals auf 100 und 200 Atmosphären mit Hülfe des Bourdon'schen Manometers eingestellt und der Stand der Quecksilberkuppe in der Röhre an der Millimeterscala abgelesen. Das herausragende Röhrenende wurde alsdann abgeschnitten und die Volumina, welche die Luft bei 100 und 200 Atmosphären (nach den Angaben des Bourdon'schen Manometers) innegehabt hatte, durch Auswägung mit Quecksilber unter Berücksichtigung des Einflusses des Meniscus ermittelt. In der That fand sich für das Verhältniss dieser beiden Volumina nicht der Werth 2 : 1, sondern 2 : 1,09. Indem nun angenommen wurde, dass die Angabe des Manometers, wenn es 200 Atmosphären anzeigt, richtig sei, ist im Folgenden für

die Angabe von 100 Atmosphären ein Druck von 109 Atmosphären gesetzt worden. Der regelmässige Verlauf der Curven (Fig. 2—7) zeigt, dass diese Annahme mit bestem Erfolge gemacht wurde.

c) Das Widerstandsgefäss. Der Eisenblock der Cailletet'schen Pumpe nimmt das Widerstandsgefäss auf, wie es in Fig. 1 in $\frac{1}{3}$ natürlicher Grösse gezeichnet ist. Dasselbe besteht aus dem cylindrischen Glasgefässe *a* von ungefähr 33 ccm Inhalt, an das oben die dickwandige Capillarröhre *c* angeschmolzen ist. Durch letztere führt von aussen ein Platindraht *p* zu der oberen Electrode *e*, einem Cylinder aus Platinblech. Die Capillarröhre *c* ist oberhalb der Stelle, wo sie an das Glasgefäss angeschmolzen ist, auf eine Strecke von 4 cm innen zugeschmolzen, wodurch ein genügend starker Abschluss des Gefässes nach oben hin erzielt wird. Oberhalb dieser Strecke ist sie zu einem Wulste verdickt, mit dem sie sich an eine Messingfassung *m* von der Beschaffenheit anlehnt, wie solche zur Fassung der Cailletet'schen Glasröhren verwendet werden. Letztere ist an dieser Stelle etwas conisch erweitert, sodass sie sich der Form des Wulstes möglichst anpasst. Der Raum zwischen der Messingfassung und der Glasröhre, sowie die ganze untere Höhlung der ersteren sind sorgfältig mit Kitt (Marineleim) ausgefüllt.

Der untere Theil des cylindrischen Glasgefässes *a* verjüngt sich zu einer engen, unten offenen Röhre *g*. Er enthält ferner die zweite Electrode *e'*, die von gleicher Beschaffenheit ist, wie die obere Electrode. Der zu *e'* führende Platindraht *p'* ist in die Wand des Glasgefässes eingeschmolzen und, soweit er innerhalb des letzteren verläuft, mit einem Glasflusse überzogen.

Die Verbindung der beiden Electroden *e* und *e'* mit den zu ihnen führenden Platindrähten *p* und *p'* ist durch festes Vernieten hergestellt, da es nicht rathsam schien, ein Loth hierzu zu verwenden, das vielleicht bei der Untersuchung ätzender Substanzen hätte eine Störung verursachen können.

Ueber das Glasgefäss ist eine messingene Schutzhülse *h* geschoben, die zugleich dazu dient, die Inductionsströme zu der unteren Electrode *e'* zu leiten. Sie steht nämlich einer-

seits in metallischer Verbindung mit der Messingfassung m durch die beiden Messingdrähte q und q' . Diese sind mit ihren oberen Enden in die Messingfassung fest eingeschraubt, während ihre unteren Enden in zwei messingenen Halbringen r und r' stecken, die ihrerseits an die Schutzhülse h durch drei (nicht in der Figur gezeichnete) Messingschraubchen befestigt sind. In die Löcher, durch welche die Messingdrähte in die Halbringe gesteckt sind, sind kleine Platinbleche eingelöthet. Sie bieten den Enden der Messingdrähte blanke, vor Oxydation geschützte Flächen dar, an welche erstere durch zwei kleine Messingschraubchen angedrückt werden, wie dies aus der Figur ersichtlich ist. Die so zwischen den beiden Messingdrähten und der Schutzhülse durch die beiden Halbringe hergestellte Verbindung kann leicht gelöst und auch rasch und sicher wieder hergestellt werden.

Andererseits trägt das untere Ende der Schutzhülse einen Messingring s , der durch drei Schraubchen, die nicht in der Figur gezeichnet sind, gehalten wird. Durch eine Durchbohrung dieses Ringes ist der zur unteren Electrode e' führende Platindraht p' gesteckt. Auch hier ist in die Durchbohrung ein kleines Platinblech eingelöthet, an das der Platindraht durch ein besonderes Schraubchen n von aussen angedrückt wird.

So ist die Messingfassung m durch die beiden Messingdrähte q, q' , die Halbringe r, r' , die Schutzhülse h , den Ring s und den Platindraht p' in metallischer Verbindung mit der unteren Electrode e' . Von den beiden Zuleitungsdrähten, welche das Widerstandsgefäß mit der Brückenwalze verbinden, kann daher der eine mit einer Klemmschraube an den Kupferdraht x , welcher an die Messingfassung m angelöthet ist, befestigt werden. Der zweite Zuleitungsdraht wird mit dem zur oberen Electrode e führenden Platindrahte p verbunden. Letzterer ist am Ende der Capillarröhre c in das Glas eingeschmolzen. Ueber das Röhrenende ist ein kleiner Kork aufgestülpt und mit Siegelack festgekittet. Er dient dazu, den durch ihn hindurchgehenden Platindraht vor dem Abbrechen zu bewahren. An den Platindraht ist ein dicker, in der Figur nicht gezeichneter Kupferdraht ange-

löthet, an welchen der zweite, zur Brückenwalze führende Zuleitungsdraht angesetzt wird.

Die Schutzhülse h besitzt unmittelbar oberhalb des Ringes s zwei rechteckige Ausschnitte, welche den Zweck haben, das Eindringen des Regenwassers, mit welchem der übrige Raum im Inneren des Eisenblockes ausgefüllt wird, in den zwischen Glasgefäß und Schutzhülse vorhandenen Zwischenraum zu ermöglichen.

In den unteren Messingring s ist ein Gläschen eingekittet, welches mit chemisch reinem Quecksilber gefüllt wird. Letzteres dient als Abschluss der in dem Widerstandsgefäß befindlichen Flüssigkeit von dem umgebenden Regenwasser. Der Abstand der unteren Electrode e' von der oberen Oeffnung der Röhre g ist so gross gewählt, dass bei einer Compression von einer auf 500 Atmosphären, selbst wenn man der Flüssigkeit in dem Widerstandsgefäß eine Compressibilität gleich der des reinen Wassers zuschreibt — ein Fall, der bei den hier mitgetheilten Versuchen nie eintrat —, doch das Quecksilber noch reichlich 8 mm von der unteren Electrode entfernt bleibt. Da ferner der Platindraht p' , soweit er innerhalb des Widerstandsgefäßes verläuft, mit Glasfluss überzogen ist, so kommt das beim Comprimiren in das Gefäß eintretende Quecksilber mit keinem Theile der unteren Electrode in Berührung. Die Beschaffenheit der letzteren wird also durch das Eindringen des Quecksilbers nicht geändert. Auch durch einen besonderen Versuch habe ich mich von der Richtigkeit dieser Annahme überzeugt. Es wurde nämlich der Leitungswiderstand von destillirtem Wasser, welches mit einigen Tropfen Schwefelsäure angesäuert war, bei einer und bei 500 Atmosphären Druck bestimmt, während einmal Quecksilber, das andere mal Schwefelkohlenstoff als Abschluss des Widerstandsgefäßes benutzt wurden. In beiden Fällen erhielt man genau dieselben Werthe für die Widerstände.

Wenn eine Füllung des Widerstandsgefäßes mit einer zu untersuchenden Flüssigkeit vorgenommen werden soll, so nimmt man zunächst alle entfernbaren Theile, nämlich den Ring s mit dem Quecksilberabschluss, die Schutzhülse und

die beiden oberen Halbringe ab; man kehrt dann das Gefäss um, sodass die Oeffnung der Röhre g nach oben zeigt, und giesst durch letztere mit Hülfe eines Trichters, dessen Röhre in eine dünnwandige Capillare ausgezogen ist, die zu untersuchende Flüssigkeit ein. Luftbläschen, die sich zwischen den Electroden und der Glaswand leicht anzusetzen pflegen, werden sorgfältig durch Neigen des Gefässes und leichtes Klopfen gegen die Glaswand entfernt. Ist das Gefäss in dieser Weise vollkommen gefällt, so wird es abermals umgedreht, sodass jetzt die Röhre g wieder nach unten kommt. Die vorher abgenommenen Theile werden hierauf wieder angesetzt, nachdem vorher alle Schraubchen und Contactstellen, an welchen ein Uebergang der Inductionsströme stattfindet, sorgfältig mit Schmirgelpapier gereinigt worden waren. Selbstverständlich wurde ferner bei jeder neuen Füllung des Gefässes auch das Quecksilber des Quecksilberabschlusses erneuert.

Um das Widerstandsgefäss zu entleeren, bringt man es in eine solche Stellung, dass die Röhre g sich unten befindet, und kann dann nach Entfernung der abnehmbaren Theile mit Hülfe einer durch die Röhre g eingeführten dünnen Capillarröhre die Flüssigkeit aus dem Gefässe herausaugen.

Die beiden Electroden e und e' sind von mir platinirt worden. Nach Vollendung der Platinirung wurden sie gründlich mit Wasser abgespült, und die letzten, noch an ihnen haftenden Reste von Platinchlorid nach der Angabe von W. Kohlrausch¹⁾ dadurch entfernt, dass die Inductionsströme so lange durch das Gefäss geleitet wurden, bis sich die Widerstandscapacität desselben als constant erwies.

Die Grösse der Electrodenflächen dürfte nach den Angaben von F. Kohlrausch den Einfluss der Polarisation auf die Widerstandsmessung verschwinden lassen. Denn schon bei 1 qcm gut platinirter Electrodenfläche ist nach F. Kohlrausch²⁾ der Einfluss der Polarisation auf die Genauigkeit der Widerstandsbestimmung ein sehr geringer. Rechnet man nun bei den Electroden des hier verwandten

1) W. Kohlrausch, Wied. Ann. 17. p. 72. 1882.

2) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. Jubelbd. p. 301. 1874.

Apparates nur die innere Fläche der Platincylinder als wirksame Electrodenfläche, da die äussere Fläche derselben sich der Glaswand enge anschliesst, so beträgt die Oberfläche jeder Electrode 10,7 qcm, eine Grösse, die wohl einen merklichen Einfluss der Polarisirung ausschliessen dürfte. In Betreff einiger Versuche, welche bestätigen, dass durch eine etwa vorhandene Polarisirung der Electroden die Genauigkeit der Widerstandsmessung nicht gestört wird, sei auf den folgenden Abschnitt verwiesen.

Bei den hier mitgetheilten Versuchen sind zwei solche Widerstandsgefässe, wie sie im Vorhergehenden beschrieben worden sind, benutzt worden, nachdem vier andere bei den Vorversuchen infolge des sehr hohen Druckes, den sie zu erleiden hatten, zersprungen waren. Das im Folgenden mit I bezeichnete Gefäss diente zur Widerstandsbestimmung der sämtlichen Lösungen bei 0° C. und der Chlornatriumlösungen bei 18° C. Nachdem es infolge eines Bruches des Theiles *a* unbrauchbar geworden war, wurden die Zinksulfatlösungen und die Salzsäuren bei 18° C. in dem mit II bezeichneten Gefässe untersucht. Sämtliche Widerstandsgefässe sind, soweit sie aus Glas bestehen, von Hrn. F. Müller in Bonn bezogen worden, während das Einkitten in die Messingfassung und das Platiniren der Electroden von mir ausgeführt worden ist.

Infolge des starken Druckes, dem die Gefässe ausgesetzt waren, trat bei beiden ein Abbrechen der dickwandigen Capillarröhre oberhalb des Wulstes an der Stelle ein, wo sich der letztere gegen den engen Theil der Bohrung der Messingfassung anlehnt. Da aber in beiden Fällen die Kittung zwischen Messingfassung und dickwandiger Capillarröhre sich noch bei einem Drucke von 500 Atmosphären als vollkommen dicht erwies, und, wie ich mich durch den Versuch überzeugte, eine Nebenschliessung zwischen dem Platindrahte *p* und der Messingfassung *m* hierbei nicht entstanden war, so wurden beide Gefässe noch zu weiteren Messungen benutzt, und nur der Kitt in der unteren Höhlung der Messingfassung erneuert.

Um ein scharfes Tonminimum im Telephon hervorzu-

bringen, war es bei den meisten Widerstandsmessungen nöthig, hinter das Widerstandsgefäss eine kleine Drahtspule in denselben Zweig der Brücke einzuschalten, wie dies schon Wietlisbach¹⁾ gethan hat. Es kamen zwei solche Spulen zur Verwendung, eine grössere von 56 Windungen und eine kleinere von 48 Windungen. Beide bestanden aus gewöhnlichem, mit Seide übersponnenem Kupferdraht, der auf einen 7 mm dicken Eisenkern aufgewickelt war. Letzterer ist von den Drahtwindungen durch eine dünne Papierhülse getrennt. Die grössere Spule wurde bei allen Versuchen, die mit Gefäss I vorgenommen wurden, benutzt, während die kleinere Spule bei den Widerstandsmessungen der Salzsäuren bei 18° C., die in Gefäss II angestellt wurden, eingeschaltet war. Bei den mit den Zinksulfatlösungen bei 18° C. in Gefäss II angestellten Versuchen war keine Spule nöthig. Der Widerstand der grösseren Spule betrug 0,088 Siemenseinheiten, der der kleineren Spule 0,046 S.-E.

Der Widerstand der Metalltheile der Widerstandsgefässe, der sich im wesentlichen aus den Widerständen der Platindrähte p und p' , der Messingdrähte q q' und des Kupferdrahtes x zusammensetzt, wurde folgendermassen bestimmt. Bei dem Gefässe I wurden nach dessen Zerspringen die einzelnen Theile durch Quecksilberverbindungen verbunden und ihr Gesamtwiderstand direct bestimmt. Er wurde zu 0,244 S.-E. gefunden. Um dieselbe Grösse für das Widerstandsgefäss II zu ermitteln, wurden in demselben drei Chlornatriumlösungen, deren Widerstände bereits in dem Gefässe I bei 18° C. bestimmt worden waren, bei derselben Temperatur und unter Atmosphärendruck untersucht. Hierbei war die kleine Drahtspule eingeschaltet. Ist nun w_1 der Widerstand einer Flüssigkeit gemessen in Gefäss I bei 18° C. nach Abzug des Widerstandes der Metalltheile des Gefässes und w_2 der Widerstand derselben Flüssigkeit bei derselben Temperatur gemessen in Gefäss II inclusive des Widerstandes der Metalltheile des Gefässes II und der eingeschalteten Drahtspule, und bezeichnet man diesen letzteren Widerstand mit d und

1) Wietlisbach, Berl. Monatsber. 1879. p. 278.

mit c das Verhältniss der Widerstandscapacität des Gefässes II zu der Widerstandscapacität des Gefässes I, so ist:

$$w_2 = c \cdot w_1 + d.$$

Für die drei Chlornatriumlösungen waren folgende Werthe von w_1 und w_2 gefunden worden:

| Procentgehalt | w_1 | w_2 | Temp. |
|---------------|--------------|--------------|--------|
| 9,90 | 24,432 S.-E. | 24,499 S.-E. | 18° C. |
| 19,60 | 15,529 | 15,730 | „ |
| 26,89 | 14,081 | 14,294 | „ |

Hieraus ergeben sich die drei Gleichungen:

$$(I) \quad 24,499 = 24,432 \cdot c + d,$$

$$(II) \quad 15,730 = 15,529 \cdot c + d,$$

$$(III) \quad 14,294 = 14,081 \cdot c + d.$$

$$\text{Aus (I) und (II) folgt: } c = 0,985 \quad d = 0,435,$$

$$\text{aus (I) und (III): } c = 0,986 \quad d = 0,412,$$

$$\text{Mittel: } c = 0,985 \quad d = 0,423.$$

In d ist der Widerstand der kleinen Drahtspule mit inbegriffen. Derselbe betrug 0,046 S.-E.; somit bleibt für den Widerstand der Metalltheile des Widerstandsgefässes II der Werth 0,377 S.-E.

d) Die Temperaturmessung. Zur Erzeugung einer constanten Temperatur innerhalb des Eisenblockes der Pumpe wird derselbe in ein grosses, etwa 40 l haltendes Bad eingesetzt. Zu den Versuchen bei 0° C. konnte in fast allen Fällen schmelzender Schnee zur Füllung dieses Bades verwendet werden; nur in zwei Fällen musste man hierzu zerkleinertes Eis nehmen. Bei den in der Nähe von 18° C. angestellten Versuchen wurde das Bad mit Wasser von dieser Temperatur gefüllt und die Constanz der letzteren dadurch erzielt, dass mit Hülfe eines in der Nähe des Bades aufgehängten Thermometers die Lufttemperatur im Beobachtungszimmer auf nahezu derselben Höhe erhalten wurde. Die Temperaturschwankungen des Bades während eines ganzen Versuches betrugen nie mehr als höchstens zwei Zehntel Celsiusgrade.

Zur Bestimmung dieser Temperatur diente ein Geissler'sches Thermometer, das auf Fünftelgrade getheilt war,

und somit beim Ablesen mit der Lupe Fünfzigstelgrade noch sicher schätzen liess. Dieses Thermometer wurde, da seine Scala nicht bis 100° reichte, für Temperaturen von $14-22^{\circ}$ im Wasserbade mit einem anderen, vorher genau calibrierten Thermometer verglichen. Die Correctionen des letzteren waren in gewöhnlicher Weise durch Verschieben eines Quecksilberfadens, sowie durch Bestimmung des Eis- und Siedepunktes ermittelt worden.

Die Temperatur des Rheostaten wurde an einem in den Kasten der Brücke gesteckten Thermometer abgelesen. Die Correctionen dieses auf einzelne Celsiusgrade getheilten Thermometers konnten bei ihrer Kleinheit vernachlässigt werden.

2. Vorversuche.

Nachdem mit dem Apparate bei einer Chlornatriumlösung und bei angesäuertem Wasser ein Einfluss des Druckes auf den Leitungswiderstand dieser Substanzen gefunden war, wurde die Untersuchung der Nebenumstände begonnen, welche einen Einfluss auf die Resultate der Messungen haben konnten. Es sind wesentlich drei Dinge, welche einen solchen Einfluss äussern können, nämlich die Verringerung, welche das Volumen des Widerstandsgefässes durch den Druck erleidet, die bei einer Druckerhöhung auftretende Compressionswärme und eine etwa vorhandene Polarisation der Electroden.

Die durch die Volumänderung des Gefässes bei der Compression hervorbrachte Aenderung des Leitungswiderstandes braucht nicht berücksichtigt zu werden. Denn nimmt man an, dass die Aenderung des Volumens durch den Druck nach allen Seiten gleichmässig geschieht, und bezeichnet man mit δ die Volumänderung der Volumeinheit hervorgebracht durch eine Druckerhöhung von einer Atmosphäre, so ist die Aenderung der Längeneinheit durch denselben Druck gleich $\delta/3$. Ist weiterhin l die Länge, q der Querschnitt der zwischen den Electroden befindlichen Flüssigkeitssäule und s deren specifischer Leitungswiderstand bei Atmosphärendruck, so ist bekanntlich:

$$w = s \cdot \frac{l}{q}$$

der Widerstand der Flüssigkeit bei Atmosphärendruck. Wird nun die Flüssigkeit comprimirt, sodass ihr Druck auf 500 Atmosphären steigt, so wird durch die hierbei stattfindende Volumänderung ihr Widerstand geändert in:

$$w' = s \frac{l \left(1 - \frac{\delta}{3} \cdot 500 \right)}{q \left(1 - \frac{\delta}{3} \cdot 500 \right)^2} = s \frac{l}{q} \left(1 + \frac{\delta}{3} \cdot 500 \right).$$

Unter Benutzung des von Wertheim für δ angegebenen Werthes $\delta = 0,000\,003\,30$ ergibt sich:

$$w' = s \frac{l}{q} (1 + 0,000\,55).$$

Die Volumänderung, welche das Glasgefäß bei einer Druckerhöhung um 500 Atmosphären erfährt, ändert also den Leitungswiderstand der in dem Gefässe enthaltenen Flüssigkeit nur um 0,055 Proc. Der bei der Vernachlässigung dieser Aenderung begangene Fehler ist bedeutend kleiner, als die bei der Widerstandsmessung selbst vorkommenden Versuchsfehler. Daher ist im Folgenden auf diese Aenderung des Leitungswiderstandes mit dem Drucke keine Rücksicht genommen.

Ueber den Einfluss der Compressionswärme auf den Widerstand der zu untersuchenden Flüssigkeit kann man sich leicht aus den Aenderungen, die der Widerstand selbst unmittelbar nach der Compression und in der folgenden Zeit erfährt, Rechenschaft verschaffen. Erhöht man beispielsweise den Druck von einer Atmosphäre auf 500 und untersucht den Widerstand der Flüssigkeit unmittelbar nach der Compression, sowie nach 5, 10, 15 Minuten u. s. w., so zeigt es sich, dass der unmittelbar nach der Compression beobachtete Widerstand nicht constant bleibt, sondern allmählich zunimmt. Ein Theil der durch die Compression erzeugten Aenderung des Widerstandes wird nämlich durch die bei der Compression entstandene Erwärmung der Flüssigkeit verursacht. Indem nun in der folgenden Zeit ein Ausgleich der Temperatur im Inneren des Eisenblockes mit der Temperatur des ihn umgebenden Bades eintritt, steigt jetzt der Leitungswiderstand der Flüssigkeit. Indessen schon nach

10 Minuten ist fast keine Aenderung des Leitungswiderstandes mehr zu bemerken. 15 Minuten nach der Compression bleibt derselbe, wenn nur die Pumpe genügend dicht und die Badtemperatur constant bleibt, vollkommen ungeändert. Aus der grossen Zahl solcher Versuche, die mit fast jeder Lösung angestellt wurden, sollen hier zwei angeführt werden.

Salzsäure.

Procentgehalt: 25,34. Temperatur: 0° C.

| Druck | Einstellung der Walze | Bemerkungen |
|----------|-----------------------|-----------------------------------|
| 500 Atm. | 383,9 | Unmittelbar nach der Compression. |
| " | 387,8 | 5 Minuten " " " |
| " | 388,5 | 10 " " " " |
| " | 388,7 | 15 " " " " |
| " | 388,7 | 20 " " " " |

Bei dem folgenden Versuche ist der umgekehrte Weg eingeschlagen worden. Nachdem der Druck etwa eine halbe Stunde lang auf 500 Atmosphären erhalten worden war, wurde er auf Atmosphärendruck erniedrigt. Auch hier ist der Einfluss der durch das Nachlassen des Druckes entstandenen Abkühlung der Flüssigkeit auf deren Leitungswiderstand nach 15 Minuten vollkommen verschwunden.

Zinksulfat.

Procentgehalt: 9,67. Temperatur: 0° C.

| Druck | Einstellung der Walze | Bemerkungen |
|--------|-----------------------|----------------------------------|
| 1 Atm. | 605,8 | Unmittelbar nach dem Nachlassen. |
| " | 603,6 | 5 Minuten " " " |
| " | 603,1 | 10 " " " " |
| " | 602,9 | 15 " " " " |
| " | 602,9 | 20 " " " " |

Auch ein Versuch, der in derselben Weise mit destillirtem Wasser, welches mit einigen Tropfen Schwefelsäure angesäuert war, bei 0 und 18° angestellt wurde, ergab dasselbe Resultat. 15 Minuten nach einer Compression von 1 auf 500 Atm. oder nach dem Nachlassen des Druckes von

500 auf 1 Atm. blieb der Widerstand vollkommen constant. Für beide Temperaturen wurde eine Abnahme des Widerstandes bei einer Erhöhung des Druckes gefunden. Da nun durch die Compression bei 0° C. eine Erkältung der Flüssigkeit, bei 18° C. dagegen eine Erwärmung eintrat, so konnte die durch Druckzunahme bewirkte Aenderung des Leitungswiderstandes, welche in beiden Fällen in einer Abnahme des letzteren bestand, nicht etwa von einem Reste der aufgetretenen Compressionswärme herrühren, sondern musste als directe Einwirkung des Druckes auf den Leitungswiderstand angesehen werden.

Aus diesen Versuchen geht hervor, dass man den Einfluss der Compressionswärme auf die Widerstandsmessung bei dem hier verwandten Apparate leicht dadurch unschädlich machen kann, dass man nach einer Druckerhöhung von 1 auf 500 Atmosphären 15 Minuten verstreichen lässt, bevor man die Bestimmung des Widerstandes vornimmt. Bei Aenderungen des Druckes um nur 100 Atmosphären genügt es, wenn man nur 10 Minuten wartet, bevor man den Widerstand bestimmt. Auch von der Richtigkeit dieser Annahme habe ich mich in der gleichen Weise überzeugt, wie dies oben für die Druckänderungen von 500 Atmosphären angegeben ist.

Um den Einfluss einer etwa vorhandenen Polarisation der Electroden auf die Genauigkeit der Widerstandsmessung festzustellen, wurde, wie dies in ähnlicher Weise von F. Kohlrausch und von Grottrian ausgeführt worden ist, der Widerstand einer Flüssigkeit (25,34-procentige Salzsäure) bei Atmosphärendruck sowohl mit dem Hartmann'schen Inductor, als auch mit Hülfe eines Schlittenapparates untersucht. Im ersten Falle wurden einmal zwei, das andere mal vier Bunsen'sche Elemente zum Treiben des Inductors verwandt. Im Folgenden soll eine Zusammenstellung der in dieser Weise angestellten Versuche gegeben werden. Die in der Rubrik „Einstellung der Walze“ angeführten Zahlen sind die Mittel aus je vier wirklich vorgenommenen Einstellungen.

Salzsäure.

Procentgehalt: 25,34. Temperatur: 17,97° C.

| Einstellung der Walze | B e m e r k u n g e n |
|--------------------------|---|
| 313,95 | Inductor von Hartmann getrieben von 2 Bunsen; die Rollen sind nebeneinander geschaltet. |
| 314,00 | Inductor von Hartmann getrieben von 2 Bunsen; Rollen hintereinander geschaltet. |
| 314,00 | Inductor von Hartmann getrieben von 4 Bunsen; Rollen nebeneinander geschaltet. |
| 314,05 | Inductor von Hartmann getrieben von 4 Bunsen; Rollen hintereinander geschaltet. |
| 314,00 | Schlittenapparat getrieben von 2 Bunsen; die Rollen stecken vollständig ineinander. |
| 314,02 | Schlittenapparat getrieben von 2 Bunsen; innere Rolle halb herausgezogen. |
| 313,97 | Schlittenapparat getrieben von 2 Bunsen; innere Rolle fast ganz herausgezogen. |
| 313,95 | Schlittenapparat getrieben von 2 Bunsen; beide Rollen stecken vollständig ineinander. Die Zahl der Unterbrechungen ist so verlangsamt, dass man die Unterbrechungen mit dem Ohre deutlich unterscheiden kann. |

Aus den links stehenden Zahlen dieser Tabelle folgt, dass sowohl die Intensität der Wechselströme, als auch die Anzahl der Unterbrechungen derselben in der Zeiteinheit keinen Einfluss auf die Widerstandsmessung ausüben, der die Beobachtungsfehler übersteigt; denn die grösste, unter den obigen Zahlen vorkommende Differenz von 0,1 Scalentheilen entspricht einer Aenderung des Widerstandes von noch nicht 0,05 Proc. Ein merklicher Einfluss der Polarisation auf die Genauigkeit der Widerstandsmessung ist also nicht vorhanden.

Die sämtlichen Versuche sind übrigens bei einem Drucke von 500 Atmosphären an derselben Flüssigkeit mit demselben Erfolge wiederholt worden.

3. Ausführung eines Versuchs.

Soll ein Versuch mit einer Flüssigkeit angestellt werden, so wird zunächst das Widerstandsgefäß dreimal mit derselben ausgespült; hierauf wird es vollständig gefüllt und zusammengesetzt, wie dies bei der Beschreibung der Apparate angegeben ist. Dabei wird Sorge getragen, dass die Flüssigkeit schon beim Einfüllen eine Temperatur besitzt, welche nicht allzusehr von der Temperatur abweicht, bei der sie untersucht werden soll. Dadurch wird ein allzu weites Eindringen des Quecksilbers in das Gefäß bei einer etwaigen späteren Temperaturerniedrigung oder ein Ausreten der Flüssigkeit aus dem Gefäß bei einer etwaigen Temperaturerhöhung vermieden. Nach dem Einsetzen in den Eisenblock der Pumpe wartet man, bis sich die Temperatur im Inneren des Eisenblockes mit der Temperatur des ihn umgebenden Bades ausgeglichen hat, was stets nach einer Stunde der Fall war. Man kann dies leicht an der Constanz des Widerstandes bei Atmosphärendruck erkennen.

Alsdann beginnt die Bestimmung des Widerstandes bei verschiedenen Drucken. Von Atmosphärendruck ausgehend, schreitet man von 100 zu 100 Atmosphären mit dem Drucke fort bis zu 500 Atmosphären. 10 Minuten nach jeder Compression wird die Widerstandsmessung vorgenommen, sowie die Temperatur des Bades und des Rheostaten und der Druck notirt. Von 500 Atmosphären ausgehend, werden die Widerstände nochmals bei denselben Drucken in absteigender Reihenfolge in genau derselben Weise geprüft, so dass für jeden Druck zwei Messungen des Widerstandes vorgenommen werden. Da bei der einen derselben der Druck vorher vermehrt, bei der anderen vermindert worden ist, so wird, wenn man aus beiden das Mittel nimmt, hierdurch der Einfluss eines etwa noch vorhandenen Restes der Compressionswärme eliminiert. Uebrigens sind die beiden für denselben Druck gefundenen Zahlen fast genau gleich; ihre Abweichungen liegen fast immer innerhalb der Grenzen der Versuchsfehler. Der Widerstand der Flüssigkeit für 500 Atmosphären Druck ist jedesmal noch durch einen besonderen Versuch controlirt worden, indem man sogleich von einem

Drucke von einer Atmosphäre auf 500 Atmosphären übergang und unter diesem Drucke nochmals zwei Bestimmungen des Leitungswiderstandes vornahm, die beide der Zeit nach 15 Minuten auseinander lagen, und deren erste 15 Minuten nach der Compression stattfand. Schliesslich wird nochmals der Widerstand bei Atmosphärendruck eine Viertelstunde nach dem Nachlassen des Druckes geprüft.

Bei jeder Widerstandsmessung wurden vier Einstellungen mit der Walze vorgenommen und aus ihnen das Mittel gezogen. Aus den so für jeden Druck erhaltenen Zahlen sind wieder die Mittel genommen; diese letzteren Zahlen wurden dann zur Berechnung der Widerstände benutzt. Im Folgenden ist ein Beispiel eines vollständigen Beobachtungssatzes angeführt. Hierbei bedeutet p den Druck der Flüssigkeit, T die Temperatur derselben, t die Temperatur des Rheostaten und α die Einstellung der Walze; die erste Columnne enthält ausserdem die Nummer des Versuchs.

28. Versuchsreihe.

Salzsäure. Procentgehalt: 5,02.

Im Rheostaten sind 10 Siemenseinheiten eingeschaltet.

| Nr. | $p^{\text{Atm.}}$ | $T^{\circ}\text{C.}$ | $t^{\circ}\text{C.}$ | α | | | | |
|-----|-------------------|----------------------|----------------------|----------|-------|-------|-------|---------------|
| 1 | 1 | 18,36 | 18,8 | 441,7 | 441,6 | 441,8 | 441,6 | Mittel 441,67 |
| 2 | 109 | 18,38 | 18,8 | 438,9 | 439,1 | 439,0 | 439,0 | „ 439,00 |
| 3 | 200 | 18,38 | 18,9 | 436,7 | 436,8 | 436,6 | 436,7 | „ 436,70 |
| 4 | 300 | 18,40 | 18,9 | 434,5 | 434,3 | 434,4 | 434,3 | „ 434,37 |
| 5 | 400 | 18,38 | 18,9 | 432,0 | 431,9 | 432,0 | 431,9 | „ 431,95 |
| 6 | 500 | 18,38 | 19,0 | 430,0 | 430,0 | 429,9 | 430,0 | „ 429,97 |
| 7 | 500 | 18,38 | 19,0 | 430,1 | 430,0 | 430,0 | 430,1 | „ 430,05 |
| 8 | 400 | 18,38 | 18,9 | 432,0 | 432,1 | 432,0 | 432,0 | „ 432,02 |
| 9 | 300 | 18,38 | 19,0 | 434,5 | 434,5 | 434,4 | 434,4 | „ 434,45 |
| 10 | 200 | 18,36 | 18,9 | 436,8 | 436,9 | 436,7 | 436,9 | „ 436,82 |
| 11 | 109 | 18,36 | 18,9 | 439,0 | 439,0 | 439,1 | 439,0 | „ 439,02 |
| 12 | 1 | 18,38 | 18,9 | 441,8 | 441,6 | 441,7 | 441,6 | „ 441,67 |
| 13 | 500 | 18,38 | 19,0 | 430,0 | 429,8 | 430,1 | 430,1 | „ 430,00 |
| 14 | 500 | 18,40 | 19,0 | 430,0 | 430,0 | 430,1 | 430,1 | „ 430,05 |
| 15 | 1 | 18,40 | 19,0 | 441,6 | 441,5 | 441,7 | 441,5 | „ 441,57 |

Indem man nun aus den für dieselben Drucke gefundenen Zahlen die Mittel nimmt, erhält man folgende Tabelle:

| p Atm. | T °C. | α | p Atm. | T °C. | α |
|----------|---------|----------|----------|---------|----------|
| 1 | 18,38 | 441,64 | 300 | 18,39 | 434,41 |
| 109 | 18,37 | 439,01 | 400 | 18,38 | 431,98 |
| 200 | 18,37 | 436,76 | 500 | 18,38 | 430,02 |

Hieraus werden nun die Widerstände berechnet, wie sie in Tabelle I des fünften Abschnittes enthalten sind. Nach Anbringung der Correctionen, welche infolge des Fehlers des Rheostaten und des ungleichen Calibers des Brückendrahtes nöthig sind, sowie nach Abzug des Widerstandes der Metalltheile des Gefässes und Correction der Temperatur erhält man schliesslich folgende, auch in der Tabelle I des oben erwähnten Abschnittes angeführte Zahlen.

| Druck | Temperatur | Widerstand in S.-E. |
|--------|------------|---------------------|
| 1 Atm. | 18,04° C. | 7,490 |
| 109 | 18,03 | 7,400 |
| 200 | 18,03 | 7,335 |
| 300 | 18,05 | 7,262 |
| 400 | 18,04 | 7,187 |
| 500 | 18,04 | 7,126 |

Bei höheren Drucken war es nicht immer möglich, die Pumpe während einer Viertelstunde vollkommen dicht zu erhalten. Es wurde dann von Zeit zu Zeit durch kleine Vermehrungen des Druckes die ursprüngliche Einstellung wieder hergestellt. Unmittelbar vor jeder Ablesung des Widerstandes wurde der Zeiger des Manometers genau zum Einspielen auf den betreffenden Theilstrich gebracht. Die bei diesen kleinen Compressionen entstehende Compressionswärme ist äusserst gering, sodass sie einen merklichen Einfluss auf den Leitungswiderstand der Flüssigkeit nicht ausübt. Hiervon habe ich mich öfter durch den Versuch überzeugt.

Bei einem mit der fünfprocentigen Chlornatriumlösung ausgeführten Vorversuch ergab sich, dass der bei Atmosphärendruck und 0° C. gemessene Widerstand während des Durchleitens der Inductionsströme stetig abnahm, und zwar

anfänglich rasch, nach längerem Durchleiten nicht mehr merklich. So wurden z. B. folgende Einstellungen der Walze erhalten:

| | | | | | | |
|-----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| sofort nach dem Durchleiten | 371,2 | 371,0 | 370,9 | 370,5 | 370,3 | 370,2 |
| nach 5 Min. langem „ | 369,1 | 369,0 | 369,1 | 369,0 | 369,0 | 369,0 |
| nach 10 Min. „ | 368,8 | 368,8 | 368,8 | 368,8 | 368,9 | 368,8 |
| nach 15 Min. „ | 368,8 | 368,8 | 368,8 | 368,7 | 368,8 | 368,7 |

Man ersieht aus der ersten Zahlenreihe, dass schon während der Zeit, welche sechs rasch nacheinander gemachte Einstellungen brauchten, der Widerstand merklich abnahm; erst nach 10 Minuten war derselbe constant geworden.

Nach den sechs letzten Einstellungen wurde der Strom unterbrochen, und es ergab sich nach 5 Minuten langer Unterbrechung die Einstellung 370,7; nach 10 Minuten 371,1, nach 15 Minuten 371,1. Der Widerstand war somit durch die Inductionsströme nur vorübergehend geändert, denn nach 10 Minuten langer Unterbrechung hatte derselbe wieder denselben Werth wie zu Anfang.

Es liegt nun nahe, zu vermuthen, dass diese Erscheinung durch eine von den Wechselströmen erzeugte Erwärmung der Flüssigkeit verursacht wurde; und in der That hat die fortgesetzte Untersuchung, die mit verschiedenen Widerstandsgefässen (auch mit den von Hrn. F. Kohlrausch empfohlenen) und unter den verschiedensten Versuchsbedingungen angestellt wurde, ergeben, dass diese Erklärung richtig ist.

Meines Wissens ist diese Fehlerquelle von keinem der früheren Beobachter bei Salzlösungen gefunden worden.

Um solche Störungen der Widerstandsmessung möglichst zu vermeiden, wurden die Inductionsströme mit Hülfe eines Stromschlüssels bei jeder Einstellung nur so lange geschlossen, als zur Ausführung der letzteren nöthig war.

4. Die untersuchten Flüssigkeiten.

Es kamen drei Substanzen zur Untersuchung, Chlornatrium, Salzsäure und Zinksulfat. Sie waren als chemisch reine Körper von Hrn. E. Merck in Darmstadt bezogen. Chlornatrium hinterliess beim Auflösen einen äusserst ge-

ringen, flockigen Rückstand, Chlornatrium wurde in sieben, Salzsäure in fünf und Zinksulfat in vier Concentrationen untersucht.

Die Herstellung der Chlornatriumlösungen, mit Ausnahme der einprocentigen und der gesättigten Lösung, geschah durch Mischen gewogener Mengen trockenen Salzes mit gewogenen Mengen destillirten Wassers. Das Salz war in fein gepulvertem Zustande über Schwefelsäure im Vacuum getrocknet worden. Die gesättigte Chlornatriumlösung wurde durch Auflösen einer genügenden Salzmenge in destillirtem Wasser bereitet; sie blieb in dem Gefässe, in welchem sie aufbewahrt wurde, stets mit überschüssigem festem Salze in Berührung. Die einprocentige Kochsalzlösung wurde durch Verdünnen einer abgewogenen Menge der 19,60-procentigen Lösung mit einer abgewogenen Menge destillirten Wassers erhalten.

Bei dem Zinksulfat, das sich wegen seines Krystallwassergehaltes nicht im Vacuum trocknen lässt, wie Chlornatrium, musste ein anderer Weg eingeschlagen werden. Es wurde hier zunächst die concentrirteste Lösung dargestellt und nach der Vorschrift von Beetz durch Kochen mit Zinkoxydhydrat neutralisirt. Durch Mischen abgewogener Mengen dieser Lösung mit gewogenen Wassermengen wurden die übrigen Lösungen hergestellt.

In derselben Weise wurden aus der concentrirtesten Salzsäure, die von E. Merck bezogen war, die übrigen Salzsäuren erhalten.

Die Procentgehalte der stärksten Salzsäure, sowie der stärksten Zinksulfatlösung wurden durch chemische Analysen ermittelt. HCl wurde als Ag_2Cl_2 , ZnSO_4 als ZnO bestimmt. Mit Hülfe dieser Zahlen sind die Procentgehalte der übrigen Lösungen ermittelt worden. Unter Procentgehalt ist hier die Anzahl Gramme wasserfreien Salzes, resp. HCl verstanden, die in 100 g Lösung enthalten ist.

Zur Controle der Richtigkeit der Procentzahlen wurden die specifischen Gewichte der Lösungen bestimmt. Dieselben sind auf Wasser von 4° C. und den luftleeren Raum bezogen und gelten bei den Zinksulfatlösungen und Chlor-

natriumlösungen für 18°C. , bei den Salzsäuren für 15°C. , analog den Angaben, die F. Kohlrausch¹⁾ über dieselben Substanzen macht. Die Bestimmung derselben geschah bei den Chlornatriumlösungen und den Zinksulfatlösungen mit Hülfe eines Glaskörpers; bei den Salzsäuren wurde hierzu ein Pyknometer von Geissler in Bonn mit eingeschlifftem Thermometer verwandt. Zur genauen Reduction der specifischen Gewichte auf 18 , resp. 15°C. dienten bei den Chlornatriumlösungen die Beobachtungen Gerlach's²⁾ über deren Ausdehnungscoefficienten. Für die concentrirteste Zinksulfatlösung und die stärkste Salzsäure wurden die specifischen Gewichte in der Nähe von 10 und 20°C. mit dem Pyknometer bestimmt und hieraus die Ausdehnungscoefficienten berechnet. Aus diesen Zahlen und aus der Ausdehnung des reinen Wassers wurden die Ausdehnungscoefficienten der übrigen Zinksulfatlösungen und Salzsäuren linear interpolirt.

Der Procentgehalt und das specifische Gewicht der gesättigten Kochsalzlösung sind einer Gerlach'schen Tabelle entnommen worden.

Die von mir bestimmten specifischen Gewichte weichen nur wenig von den Zahlen ab, welche F. Kohlrausch für denselben Körper angegeben hat. Die Abweichungen überschreiten nicht die vierte Decimale.

5. Beobachtungen.

In der folgenden Tabelle bedeutet P den Procentgehalt der Lösung nach der im letzten Abschnitte gegebenen Definition und s ihr specifisches Gewicht bei 18 , resp. 15°C. , m ist die in der Volumeneinheit enthaltene Anzahl der electrochemischen Molecüle, wobei nach dem Vorgange von F. Kohlrausch³⁾ das Cubikmillimeter die Volumeneinheit bildet und für ein Wasserstoffatom ein Gewicht von eintausendtel Milligramm angenommen wurde. Die Molecülzahlen gelten entsprechend den specifischen Gewichten für 18 , resp.

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. **159.** p. 258. 1876 u. Wied. Ann. **6.** p. 38 u. 40. 1879.

2) Gerlach, Salzlösungen. Freiberg 1859.

3) F. Kohlrausch, Wied. Ann. **6.** p. 146. 1879.

15° C. p bedeutet den Druck in Atmosphären nach den Angaben des Bourdon'schen Manometers der Pumpe. Nur statt 100 Atm. ist der corrigirte Werth 109 Atm. eingesetzt. T bedeutet die Temperatur der Lösung, ausgedrückt in Celsiusgraden, w deren Leitungswiderstand in Siemens-einheiten gemessen und q die Aenderung des Leitungswiderstandes, welche derselbe bei einer Compression von einer auf p Atmosphären erleidet, ausgedrückt in Procenten des Leitungswiderstandes bei Atmosphärendruck.

Bei den drei stärksten Chlornatriumlösungen ist nur die Aenderung des Leitungswiderstandes für eine Compression von einer Atmosphäre auf 500 angegeben, da die Aenderungen durch geringere Druckvermehrung zu klein sind, um noch genau gemessen werden zu können.

Tabelle I.

| Substanz | P | s | m | T | p | w | q |
|----------|-------|--------|-------|-------|-----------|-----------------|--------|
| NaCl | 0,99 | 1,0059 | 0,170 | 0° C. | Atm. 1 | S.-E. 280,39 | — |
| " | " | " | " | " | 109 | 275,62 | -1,67% |
| " | " | " | " | " | 200 | 272,93 | -3,02 |
| " | " | " | " | " | 300 | 268,51 | -4,24 |
| " | " | " | " | " | 400 | 265,30 | -5,38 |
| " | " | " | " | " | 500 | 262,35 | -6,43 |
| NaCl | 4,99 | 1,0350 | 0,882 | 0° C. | 1 | 69,506 | — |
| " | " | " | " | " | 109 | 68,632 | -1,26 |
| " | " | " | " | " | 200 | 67,985 | -2,19 |
| " | " | " | " | " | 300 | 67,297 | -3,18 |
| " | " | " | " | " | 400 | 66,692 | -4,05 |
| " | " | " | " | " | 500 | 66,114 | -4,88 |
| NaCl | 9,90 | 1,0694 | 1,828 | 0° C. | 1 | 38,556 | — |
| " | " | " | " | " | 109 | 38,208 | -0,90 |
| " | " | " | " | " | 200 | 37,943 | -1,59 |
| " | " | " | " | " | 300 | 37,698 | -2,23 |
| " | " | " | " | " | 400 | 37,457 | -2,85 |
| " | " | " | " | " | 500 | 37,262 | -3,36 |
| NaCl | 14,82 | 1,1078 | 2,806 | 0° C. | 1 | 27,586 | — |
| " | " | " | " | " | 109 | 27,477 | -0,40 |
| " | " | " | " | " | 200 | 27,394 | -0,70 |
| " | " | " | " | " | 300 | 27,311 | -1,00 |
| " | " | " | " | " | 400 | 27,223 | -1,32 |
| " | " | " | " | " | 500 | 27,140 | -1,62 |
| NaCl | 19,60 | 1,1446 | 3,835 | 0° C. | 1 | 23,736 | — |
| " | " | " | " | " | 500 | 23,558 | -0,75 |

| Substanz | P | s | m | T | p | w | q |
|----------|-------|--------|-------|-----------|--------|--------------|--------|
| NaCl | 24,90 | 1,1885 | 5,059 | 0° C. | Atm. 1 | S.-E. 22,145 | — |
| " | " | " | " | " | 500 | 22,284 | +0,63% |
| NaCl | 26,39 | 1,2016 | 5,421 | 0° C. | 1 | 21,398 | — |
| " | " | " | " | " | 500 | 21,601 | +0,95 |
| NaCl | 0,99 | 1,0059 | 0,170 | 18,60° C. | Atm. 1 | S.-E. 175,73 | — |
| " | " | " | " | 18,59 | 109 | 174,21 | —0,86% |
| " | " | " | " | 18,60 | 200 | 172,85 | —1,84 |
| " | " | " | " | 18,60 | 300 | 171,53 | —2,39 |
| " | " | " | " | 18,58 | 400 | 170,37 | —3,05 |
| " | " | " | " | 18,58 | 500 | 169,29 | —3,66 |
| NaCl | 4,99 | 1,0350 | 0,882 | 18,42° C. | 1 | 43,809 | — |
| " | " | " | " | 18,41 | 109 | 43,525 | —0,65 |
| " | " | " | " | 18,41 | 200 | 43,257 | —1,26 |
| " | " | " | " | 18,42 | 300 | 42,997 | —1,35 |
| " | " | " | " | 18,44 | 400 | 42,706 | —2,52 |
| " | " | " | " | 18,45 | 500 | 42,533 | —2,91 |
| NaCl | 9,90 | 1,0694 | 1,828 | 17,82° C. | 1 | 24,526 | — |
| " | " | " | " | 17,84 | 109 | 24,396 | —0,53 |
| " | " | " | " | 17,85 | 200 | 24,308 | —0,89 |
| " | " | " | " | 17,85 | 300 | 24,197 | —1,34 |
| " | " | " | " | 17,84 | 400 | 24,105 | —1,72 |
| " | " | " | " | 17,85 | 500 | 24,020 | —2,06 |
| NaCl | 14,82 | 1,1078 | 2,806 | 17,72° C. | 1 | 18,241 | — |
| " | " | " | " | 17,71 | 109 | 18,166 | —0,41 |
| " | " | " | " | 17,72 | 200 | 18,116 | —0,68 |
| " | " | " | " | 17,75 | 300 | 18,073 | —0,92 |
| " | " | " | " | 17,75 | 400 | 18,030 | —1,17 |
| " | " | " | " | 17,74 | 500 | 18,004 | —1,30 |
| NaCl | 19,60 | 1,1446 | 3,835 | 17,61° C. | 1 | 15,661 | — |
| " | " | " | " | 17,61 | 500 | 15,596 | —0,42 |
| NaCl | 24,90 | 1,1885 | 5,059 | 18,23° C. | 1 | 13,702 | — |
| " | " | " | " | 18,17 | 500 | 13,777 | +0,55 |
| NaCl | 26,39 | 1,2016 | 5,421 | 17,11° C. | 1 | 14,362 | — |
| " | " | " | " | 17,11 | 500 | 14,464 | +0,71 |
| HCl | 0,98 | 1,0040 | 0,270 | 0° C. | 1 | 41,878 | — |
| " | " | " | " | " | 109 | 41,101 | —1,86 |
| " | " | " | " | " | 200 | 40,466 | —3,37 |
| " | " | " | " | " | 300 | 39,830 | —4,89 |
| " | " | " | " | " | 400 | 39,284 | —6,30 |
| " | " | " | " | " | 500 | 38,782 | —7,39 |

| Substanz | P | s | m | T | p | w | q |
|----------|-------|--------|-------|-----------|-----------|-----------------|--------|
| HCl | 5,02 | 1,0241 | 1,410 | 0° C. | Atm. 1 | S.-E. 10,632 | — |
| " | " | " | " | " | 109 | 10,460 | -1,60% |
| " | " | " | " | " | 200 | 10,332 | -2,92 |
| " | " | " | " | " | 300 | 10,182 | -4,23 |
| " | " | " | " | " | 400 | 10,042 | -5,55 |
| " | " | " | " | " | 500 | 9,930 | -6,60 |
| HCl | 10,34 | 1,0506 | 2,979 | 0° C. | 1 | 6,476 | — |
| " | " | " | " | " | 109 | 6,386 | -1,39 |
| " | " | " | " | " | 200 | 6,310 | -2,56 |
| " | " | " | " | " | 300 | 6,230 | -3,80 |
| " | " | " | " | " | 400 | 6,160 | -4,88 |
| " | " | " | " | " | 500 | 6,096 | -5,87 |
| HCl | 18,16 | 1,0904 | 5,431 | 0° C. | 1 | 5,471 | — |
| " | " | " | " | " | 109 | 5,424 | -0,86 |
| " | " | " | " | " | 200 | 5,377 | -1,72 |
| " | " | " | " | " | 300 | 5,334 | -2,50 |
| " | " | " | " | " | 400 | 5,289 | -3,33 |
| " | " | " | " | " | 500 | 5,246 | -4,11 |
| HCl | 25,34 | 1,1279 | 7,839 | 0° C. | 1 | 5,729 | — |
| " | " | " | " | " | 109 | 5,683 | -0,80 |
| " | " | " | " | " | 200 | 5,655 | -1,29 |
| " | " | " | " | " | 300 | 5,623 | -1,85 |
| " | " | " | " | " | 400 | 5,593 | -2,37 |
| " | " | " | " | " | 500 | 5,568 | -2,80 |
| HCl | 0,98 | 1,0040 | 0,270 | 17,70° C. | 1 | 31,601 | — |
| " | " | " | " | 17,71 | 109 | 31,257 | -1,09 |
| " | " | " | " | 17,71 | 200 | 30,919 | -2,16 |
| " | " | " | " | 17,70 | 300 | 30,586 | -3,21 |
| " | " | " | " | 17,70 | 400 | 30,284 | -4,17 |
| " | " | " | " | 17,69 | 500 | 30,003 | -5,06 |
| HCl | 5,02 | 1,0241 | 1,410 | 18,04° C. | 1 | 7,490 | — |
| " | " | " | " | 18,03 | 109 | 7,400 | -1,04 |
| " | " | " | " | 18,03 | 200 | 7,335 | -2,07 |
| " | " | " | " | 18,05 | 300 | 7,262 | -3,04 |
| " | " | " | " | 18,04 | 400 | 7,187 | -4,05 |
| " | " | " | " | 18,04 | 500 | 7,126 | -4,86 |
| HCl | 10,34 | 1,0506 | 2,979 | 17,99° C. | 1 | 4,671 | — |
| " | " | " | " | 17,99 | 109 | 4,623 | -1,03 |
| " | " | " | " | 17,97 | 200 | 4,581 | -1,93 |
| " | " | " | " | 17,97 | 300 | 4,539 | -2,83 |
| " | " | " | " | 17,95 | 400 | 4,498 | -3,70 |
| " | " | " | " | 17,96 | 500 | 4,467 | -4,37 |
| HCl | 18,16 | 1,0904 | 5,431 | 18,04° C. | 1 | 3,917 | — |
| " | " | " | " | 18,02 | 109 | 3,888 | -0,74 |
| " | " | " | " | 18,01 | 200 | 3,859 | -1,47 |
| " | " | " | " | 18,01 | 300 | 3,830 | -2,22 |
| " | " | " | " | 18,01 | 400 | 3,800 | -2,98 |
| " | " | " | " | 18,02 | 500 | 3,774 | -3,65 |

| Substanz | <i>P</i> | <i>s</i> | <i>m</i> | <i>T</i> | <i>p</i> | <i>w</i> | <i>q</i> |
|-------------------|----------|----------|----------|-----------|-----------|----------------|----------|
| HCl | 25,34 | 1,1279 | 7,839 | 18,04° C. | Atm. 1 | S.-E. 4,157 | — |
| " | " | " | " | 18,03 | 109 | 4,127 | — 0,72% |
| " | " | " | " | 18,04 | 200 | 4,103 | — 1,30 |
| " | " | " | " | 18,03 | 300 | 4,081 | — 1,83 |
| " | " | " | " | 18,03 | 400 | 4,057 | — 2,40 |
| " | " | " | " | 18,04 | 500 | 4,036 | — 2,91 |
| ZnSO ₄ | 0,96 | 1,0090 | 0,120 | 0° C. | 1 | 864,69 | — |
| " | " | " | " | " | 109 | 840,33 | — 2,82 |
| " | " | " | " | " | 200 | 818,57 | — 5,33 |
| " | " | " | " | " | 300 | 799,18 | — 7,58 |
| " | " | " | " | " | 400 | 779,88 | — 9,81 |
| " | " | " | " | " | 500 | 763,21 | — 11,74 |
| ZnSO ₄ | 9,67 | 1,1028 | 1,323 | 0° C. | 1 | 151,77 | — |
| " | " | " | " | " | 109 | 147,83 | — 2,60 |
| " | " | " | " | " | 200 | 144,49 | — 4,60 |
| " | " | " | " | " | 300 | 141,79 | — 6,58 |
| " | " | " | " | " | 400 | 138,53 | — 8,72 |
| " | " | " | " | " | 500 | 135,79 | — 10,52 |
| ZnSO ₄ | 23,50 | 1,2822 | 3,739 | 0° C. | 1 | 99,97 | — |
| " | " | " | " | " | 109 | 98,45 | — 1,52 |
| " | " | " | " | " | 200 | 97,23 | — 2,74 |
| " | " | " | " | " | 300 | 96,07 | — 3,90 |
| " | " | " | " | " | 400 | 95,15 | — 4,82 |
| " | " | " | " | " | 500 | 94,19 | — 5,78 |
| ZnSO ₄ | 29,64 | 1,3730 | 5,050 | 0° C. | 1 | 116,81 | — |
| " | " | " | " | " | 109 | 115,86 | — 0,81 |
| " | " | " | " | " | 200 | 115,01 | — 1,54 |
| " | " | " | " | " | 300 | 114,28 | — 2,17 |
| " | " | " | " | " | 400 | 113,62 | — 2,73 |
| " | " | " | " | " | 500 | 113,03 | — 3,24 |
| ZnSO ₄ | 0,96 | 1,0090 | 0,120 | 17,77° C. | 1 | 558,61 | — |
| " | " | " | " | 17,73 | 109 | 546,29 | — 2,21 |
| " | " | " | " | 17,77 | 200 | 535,78 | — 4,09 |
| " | " | " | " | 17,78 | 300 | 525,33 | — 5,96 |
| " | " | " | " | 17,78 | 400 | 514,86 | — 7,83 |
| " | " | " | " | 17,79 | 500 | 506,49 | — 9,33 |
| ZnSO ₄ | 9,67 | 1,1028 | 1,323 | 17,75° C. | 1 | 94,578 | — |
| " | " | " | " | 17,79 | 109 | 92,476 | — 2,22 |
| " | " | " | " | 17,80 | 200 | 90,947 | — 3,85 |
| " | " | " | " | 17,82 | 300 | 89,243 | — 5,64 |
| " | " | " | " | 17,83 | 400 | 87,635 | — 7,34 |
| " | " | " | " | 17,78 | 500 | 86,277 | — 8,78 |
| ZnSO ₄ | 23,50 | 1,2822 | 3,739 | 17,80° C. | 1 | 61,187 | — |
| " | " | " | " | 17,81 | 109 | 60,431 | — 1,24 |
| " | " | " | " | 17,82 | 200 | 59,925 | — 2,06 |
| " | " | " | " | 17,78 | 300 | 59,341 | — 3,02 |
| " | " | " | " | 17,78 | 400 | 58,801 | — 3,90 |
| " | " | " | " | 17,79 | 500 | 58,304 | — 4,71 |

| Substanz | <i>P</i> | <i>s</i> | <i>m</i> | <i>T</i> | <i>p</i> | <i>w</i> | <i>q</i> |
|-------------------|----------|----------|----------|-----------|----------|--------------|----------|
| ZnSO ₄ | 29,64 | 1,3730 | 5,050 | 17,82° C. | Atm. 1 | S.-E. 65,255 | — |
| " | " | " | " | 17,83 | 109 | 64,717 | —0,82% |
| " | " | " | " | 17,84 | 200 | 64,826 | —1,42 |
| " | " | " | " | 17,84 | 300 | 64,019 | —1,89 |
| " | " | " | " | 17,84 | 400 | 63,641 | —2,47 |
| " | " | " | " | 17,82 | 500 | 63,356 | —2,91 |

In Figur 2—9 sind die in dieser Tabelle zusammengestellten Resultate graphisch dargestellt. Einerseits sind für jede Lösung die procentischen Aenderungen *q* des Leitungswiderstandes als Ordinaten mit den zugehörigen Drucken als Abscissen aufgetragen; andererseits sind die Grössen *q*, welche einer Compression von 1 Atm. auf 500 Atm. entsprechen, für die drei Körper NaCl, HCl und ZnSO₄ bei 0 und 18° C. dargestellt als Functionen des Procentgehaltes, resp. der Moleculzahl. Für die bei 18° C. angestellten Versuche ist hierbei überall die Reduction der Grössen *q* auf genau 18° C. unter der Voraussetzung ausgeführt worden, dass *q* sich der Temperatur proportional ändere, eine Annahme, die bei der Kleinheit dieser Correction erlaubt ist.

Es dürfte auffallend erscheinen, dass bei der ersteren Art von Curven, deren jede je einem Beobachtungsatze entspricht, die einzelnen beobachteten Punkte sich dem Curvenzuge besser anschliessen, als bei der zweiten Curvenart, bei welcher die beobachteten Punkte jeder Curve verschiedenen Beobachtungssätzen entnommen sind. Hiernach scheinen die in einem kürzeren Zeitraume gemachten Beobachtungen besser miteinander übereinzustimmen als Beobachtungen, welche der Zeit nach weiter auseinander liegen. Dies mag seinen Grund in den Aenderungen haben, welche die Angaben des Manometers sicherlich im Laufe längerer Zeiträume durch Temperaturänderungen und andere Umstände erfahren. Ueber die hierdurch hervorgerufenen Fehler in der Druckmessung lässt sich weiter nichts Näheres ermitteln. Doch sind die einzelnen Abweichungen nicht so gross, als dass sich die betreffenden Curven nicht mit ziemlicher Sicherheit hätten ausziehen lassen.

Von den in Tab. I mitgetheilten Zahlen können die Procentgehalte als noch in der ersten Decimale richtig angesehen werden. Der mittlere Fehler dürfte hier einige Einheiten der zweiten Decimale nicht übersteigen. Die specifischen Gewichte sind, wie eine Vergleichung derselben mit den Angaben von F. Kohlrausch zeigt, noch in der dritten Decimale richtig. Die Angaben über die Temperatur der Flüssigkeit in der Nähe von 18° C. können wohl noch als in den Zehnteln genau angenommen werden, da bei den sämtlichen, in der Nähe von 18° angestellten Beobachtungen ein rascher Temperaturwechsel nie eintrat. Bei den Widerstandsmessungen konnten Aenderungen des Widerstandes um 0,2 Proc. noch mit Sicherheit erkannt werden. Der Fehler, mit welchem die Grössen q behaftet sind, erreicht somit nicht zwei Einheiten der ersten Decimale.

Bedeutender sind hingegen die Abweichungen der von mir bei Atmosphärendruck bestimmten Widerstände der Lösungen von den Angaben anderer Beobachter über dieselben Substanzen. In der folgenden Tabelle ist eine Zusammenstellung derselben durchgeführt. Die Leitungsvermögen der Chlornatriumlösungen und Salzsäuren sind den Angaben von F. Kohlrausch¹⁾ entnommen, ebenso die Zahlen für Zinksulfat bei 18° C., während die Leitungsvermögen der Zinksulfatlösungen von 0° C. aus den Angaben von Freund²⁾ berechnet sind. Um dieselben Grössen aus den Werthen w der Tab. I zu erhalten, wurden zunächst die Widerstandscapacitäten der beiden Gefässe aus den so berechneten Leitungsvermögen und den bei Atmosphärendruck gefundenen Widerständen der concentrirtesten Lösungen bestimmt. Statt der gesättigten Chlornatriumlösung von 0° C. wurde die 24,90proc. Lösung benutzt, da für die erstere keine Bestimmung des Leitungsvermögens bei dieser Temperatur von seiten anderer Beobachter vorliegt. Man findet so folgende Werthe für die Widerstandscapacitäten γ_1 und γ_2 der Gefässe I und II:

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 154. p. 226. 1855; 159. p. 258. 1876; Wied. Ann. 6. p. 38 u. 40. 1879.

2) Freund, Wied. Ann. 7. p. 48. 1879.

| Gefäß | Substanz | Procent- gehalt | Temp. | Widerstands- capacität |
|-------|-------------------|--------------------|-------|---------------------------|
| I | NaCl | 24,90 | 0° C. | $0,2775 \cdot 10^{-3}$ |
| I | NaCl | 26,39 | 17,11 | $0,2835 \cdot 10^{-3}$ |
| I | HCl | 25,34 | 0 | $0,2787 \cdot 10^{-3}$ |
| I | ZnSO ₄ | 29,64 | 0 | $0,2792 \cdot 10^{-3}$ |
| II | HCl | 25,34 | 18,04 | $0,2799 \cdot 10^{-3}$ |
| II | ZnSO ₄ | 29,64 | 17,82 | $0,2727 \cdot 10^{-3}$ |

Hieraus erhält man die Mittelwerthe:

$$\gamma_1 = 0,2797 \cdot 10^{-3}, \quad \gamma_2 = 0,2763 \cdot 10^{-3}.$$

Durch Division der bei Atmosphärendruck beobachteten Widerstände in γ_1 , resp. γ_2 sind die in der fünften Spalte der folgenden Tabelle angeführten Zahlen erhalten worden.

Tabelle II.

| Substanz | P | T | $k \cdot 10^8$ nach Kohlr., resp. nach Fr. | $k \cdot 10^8$ nach F. | Differenz |
|-------------------|-------|-------|--|---------------------------|-----------|
| NaCl | 4,99 | 0° C. | 401 | 402 | + 1 |
| " | 9,90 | " | 722 | 725 | + 3 |
| " | 14,82 | " | 989 | 1004 | + 15 |
| " | 19,60 | " | 1163 | 1178 | + 15 |
| " | 24,90 | " | 1253 | 1263 | + 10 |
| NaCl | 4,99 | 18,42 | 633 | 639 | + 6 |
| " | 9,90 | 17,82 | 1117 | 1141 | + 24 |
| " | 14,82 | 17,72 | 1511 | 1534 | + 23 |
| " | 19,60 | 17,61 | 1790 | 1787 | - 3 |
| " | 24,90 | 18,23 | 2003 | 2042 | + 39 |
| " | 26,39 | 17,11 | 1974 | 1949 | - 25 |
| HCl | 5,02 | 0 | 2643 | 2632 | - 11 |
| " | 10,34 | " | 4286 | 4321 | + 35 |
| " | 18,16 | " | 5165 | 5114 | - 51 |
| " | 25,34 | " | 4864 | 4884 | + 20 |
| HCl | 5,02 | 18,04 | 3704 | 3681 | - 23 |
| " | 10,34 | 17,99 | 5974 | 5902 | - 72 |
| " | 18,16 | 18,04 | 7170 | 7039 | - 131 |
| " | 25,34 | 18,04 | 6732 | 6632 | - 100 |
| ZnSO ₄ | 9,67 | 0 | 184 | 184 | ± 0 |
| " | 23,50 | " | 282 | 280 | - 2 |
| " | 29,64 | " | 239 | 240 | + 1 |
| ZnSO ₄ | 9,67 | 17,75 | 291 | 292 | + 1 |
| " | 23,50 | 17,80 | 448 | 451 | + 3 |
| " | 29,64 | 17,82 | 416 | 422 | + 6 |

Hinsichtlich der Bezeichnungen schliesst sich diese Tabelle der Tab. I an; mit k ist das electriche Leitungsvermögen bezeichnet. Die letzte Spalte enthält die Differenzen der in den beiden vorhergehenden Spalten angeführten Zahlen.

Wie man aus obiger Tabelle ersieht, gehen die Abweichungen meiner Beobachtungen von den Angaben Kohlrausch's und Freund's bis zu 2 Proc. Doch zeigen nur drei Lösungen, nämlich die 9,90proc. Chlornatriumlösung von 18° , die 24,90proc. Chlornatriumlösung von 18° und die 18,16proc. Salzsäure von 18° , Abweichungen, die grösser als 1,5 Proc. sind. Alle übrigen Differenzen sind kleiner.

Die Ursache dieser Abweichungen möchte ich nicht sowohl in einer Polarisation der Electroden, als vielmehr in dem Umstande suchen, dass beim Füllen und Entleeren des Gefässes kleine Verrückungen der Electroden stattgefunden haben, was bei der Befestigungsweise der relativ schweren Electrodenbleche an den relativ dünnen Platindrähten wohl möglich sein dürfte. Zudem lag bei der Construction des Widerstandsgefässes nicht die Absicht zu Grunde, mit demselben genaue Messungen des Leitungswiderstandes selbst vorzunehmen, als vielmehr den Einfluss des Druckes auf den letzteren zu untersuchen.

Wenn nun durch solche Fehler auch die Werthe der beobachteten Widerstände selbst beeinflusst werden können, so ist dies doch keineswegs der Fall bei den Grössen q . Denn da Verrückungen der Electroden während eines Versuches, wo das Widerstandsgefäss in dem Eisenblock der Pumpe stets unberührt stehen bleibt, nicht vorkommen können, so wird die relative Aenderung des Widerstandes durch den Druck, die Grösse q , nicht durch solche Aenderungen der Stellung der Electroden mit einem Fehler behaftet.

Schliesslich sei hier noch ein Versuch angeführt, der vor Beginn der hier mitgetheilten Versuche als Vorversuch angestellt wurde. Es wurde durch ihn constatirt, dass auch für grössere Drucke als 500 Atmosphären noch eine Aenderung des Leitungswiderstandes durch eine Druckerhöhung erfolgt. Der Versuch war mit destillirtem Wasser, das durch einige Tropfen Schwefelsäure angesäuert war, angestellt wor-

den. Da das hier benutzte Widerstandsgefäß bald darauf zersprungen ist, und daher der Widerstand seiner Metalltheile nicht bekannt ist, so können die in der folgenden Tabelle angegebenen Widerstände und Grössen q nicht denselben Grad von Genauigkeit beanspruchen, wie die gleichen Werthe in Tab. I. Jedenfalls geht aber aus diesen Zahlen hervor, dass ein Einfluss des Druckes auf das Leitungsvermögen bis zu einem Drucke von 782 Atmosphären (nach Angabe des Bourdon'schen Manometers) existirt.

Tabelle III.

Destillirtes Wasser mit Schwefelsäure angesäuert.

| Druck | Temp. | Widerstand | q |
|-------|----------|------------|---------|
| Atm. | | S.-E. | |
| 1 | 18,2° C. | 216,45 | — |
| 109 | 18,2 | 210,72 | — 2,65% |
| 200 | 18,2 | 206,37 | — 4,66 |
| 300 | 18,3 | 202,94 | — 6,66 |
| 400 | 18,4 | 197,15 | — 8,92 |
| 500 | 18,4 | 193,40 | — 10,65 |
| 600 | 18,4 | 189,58 | — 12,41 |
| 700 | 18,4 | 186,55 | — 13,81 |
| 782 | 18,4 | 184,11 | — 14,91 |

Resultate.

Aus den Zahlen q der Tab. I und III des letzten Abschnittes, sowie aus den graphischen Darstellungen auf Taf. V, Fig. 2—9 ist ersichtlich, dass bei sämtlichen hier untersuchten Lösungen ein Einfluss des Druckes auf den Leitungswiderstand existirt. Die Curven, welche q als Function des Druckes darstellen Fig. 2—7, zeigen sämtlich einen ganz gleichen Charakter. Bis zu Drucken von etwa 300 Atm. verlaufen sie sämtlich fast geradlinig. Dann tritt bei höheren Drucken eine schwache Krümmung ein, sodass sie ihre concave Seite der Abscissenaxe zukehren. Möglicherweise liegt die Ursache für dieses Verhalten in einem Fehler des Manometers bei höheren Drucken ähnlich dem für 100 Atm. gefundenen Fehler, sodass die Angaben des Manometers für hohe Drucke zu gross wären. Eine Entscheidung hierüber konnte wegen Mangels eines zur Aichung des Manometers für so hohe Drucke geeigneten Apparates nicht getroffen werden.

Der in Tab. III angeführte Versuch zeigt, dass auch für höhere Drucke als 500 Atmosphären noch ein Einfluss des Druckes auf das Leitungsvermögen existirt.

Der Leitungswiderstand wässeriger Lösungen von Chlornatrium, Chlorwasserstoff und Zinksulfat, sowie von angesäuertem Wasser wird also durch den Druck geändert.

Diese Aenderung ist bis zu etwa 300 Atmosphären der Druckerhöhung nahezu proportional; bei höheren Drucken wächst sie etwas verzögert mit dem Drucke (nach den Angaben des hier verwandten Manometers).

Die von Lenz für den Leitungswiderstand des Quecksilbers gefundene Aenderung durch den Druck, welche nach seiner Angabe 0,02 Proc. für eine Druckzunahme von einer Atmosphäre beträgt, schliesst sich den hier mitgetheilten Zahlen gut an. Die beiden verdünnteren Zinksulfatlösungen zeigen Aenderungen ihres Leitungswiderstandes durch den Druck, die etwas grösser sind, als die gleiche Zahl für Quecksilber, während alle anderen Lösungen beträchtlich kleinere Werthe liefern.

Die durch eine Druckerhöhung erzeugte Aenderung des Leitungswiderstandes besteht bei den meisten der hier untersuchten Flüssigkeiten in einer Abnahme desselben. Auch der Leitungswiderstand des Quecksilbers nimmt nach Lenz mit wachsendem Drucke ab. Nur die 24,90proc. und die gesättigte Chlornatriumlösung zeigen eine Zunahme des Widerstandes mit zunehmendem Drucke. Diese Verhältnisse sind am einfachsten aus den Curven Fig. 8 und 9 zu ersehen, welche die durch eine Druckerhöhung von einer Atmosphäre auf 500 entstandene Aenderung γ des Leitungswiderstandes als Function des Procentgehaltes, resp. der Molecülzahl darstellen. Aus denselben ist unmittelbar folgendes ersichtlich.

Sämmtliche drei untersuchten Körper, NaCl, HCl und ZnSO_4 , zeigen sowohl bei 0°, als auch bei 18° C. in verdünnter Lösung mit wachsendem Drucke eine Abnahme ihres Leitungswiderstandes.

Diese Abnahme verringert sich mit steigendem Procentgehalt.

Bei Chlornatrium tritt die merkwürdige Erscheinung ein, dass die beiden Curven für 0 und 18° C. die Abscissenaxe schneiden, und zwar ungefähr in demselben Punkte. Diesem Punkte entspricht der Procentgehalt 22,0.

Eine Chlornatriumlösung von 22,0 Proc. Gehalt ändert somit ihren Leitungswiderstand durch eine Aenderung des Druckes bei 0 und 18° C. nicht. Chlornatriumlösungen von grösserem Procentgehalte als 22,0 zeigen mit wachsendem Drucke eine Zunahme des Leitungswiderstandes.

Vergleicht man die für 18 und 0° C. erhaltenen Curven miteinander, so bemerkt man, dass die Ordinaten der ersteren ihrem Betrage nach sämmtlich kleiner sind, als die entsprechenden Ordinaten der letzteren. Eine Ausnahme hiervon dürfte Chlorwasserstoff in concentrirteren Lösungen machen, da sich bei ihm für einen Gehalt von etwa 24 Proc. die Curven für 0 und 18° C. zu schneiden scheinen. Eine sichere Entscheidung hierüber kann jedoch nicht getroffen werden, da Chlorwasserstoff nur bis zu einer Concentration von 25,34 Proc. untersucht worden ist.

Die Aenderung, welche der Leitungswiderstand von Chlornatrium, Zinksulfat und Chlorwasserstoff, letzterer jedoch nur in verdünnter Lösung, durch eine Druckzunahme erleidet, nimmt sonach mit steigender Temperatur ab.

Für concentrirtere Chlorwasserstofflösungen dürfte das Umgekehrte zu erwarten sein.

Die Anordnung der Grössen q für 500 Atmosphären als Function der Molecülzahl, wie sie in Fig. 9 durchgeführt ist, bietet nichts wesentlich Neues.

Betrachtet man Lösungen der drei untersuchten Stoffe, welche denselben Procentgehalt und dieselbe Temperatur besitzen, so findet man, dass die drei Substanzen stets eine bestimmte Reihenfolge in Bezug auf die Grösse der durch dieselbe Druckänderung hervorgerufenen Aenderungen des Leitungswiderstandes befolgen.

In Lösungen von gleichem Procentgehalt und gleicher Temperatur zeigt ZnSO_4 die stärkste Aenderung des Leitungswiderstandes durch den Druck; dann folgt HCl , zuletzt NaCl .

Ich habe mich vergebens bemüht, andere Eigenschaften dieser drei Körper aufzufinden, bei welchen sie dieselbe Reihenfolge befolgen. Weder mit dem electricischen Leitungsvermögen noch mit der Compressibilität oder der Fluidität und anderen Eigenschaften konnte eine Analogie gefunden werden.

Salzsäure und Zinksulfat besitzen bei Atmosphärendruck Maxima des Leitungsvermögens. Die 18,16proc. Salzsäure und die 23,50proc. Zinksulfatlösung stehen den Lösungen beider Körper, welche das Maximalleitungsvermögen besitzen, sehr nahe. Die Aenderungen, welche ihr Leitungswiderstand durch den Druck erfährt, sind vor den gleichen Zahlen anderer Lösungen keineswegs ausgezeichnet, wie es vielleicht zu erwarten gewesen wäre. Da nun das Leitungsvermögen einer Lösung mit zunehmendem Drucke um so mehr wächst, je verdünnter die Lösung ist, so folgt, dass die Maxima der Leitungsvermögen mit wachsendem Drucke auf kleinere Procentzahlen rücken.

Mit Hülfe der graphischen Darstellungen des Grössen q in Fig. 2—7 lässt sich ferner die Frage entscheiden, welchen Antheil die bei der Erwärmung einer Lösung auftretende Volumänderung an der durch erstere hervorgerufenen Aenderung des Leitungswiderstandes hat. Kennt man nämlich die Volumänderung, welche eine Lösung etwa bei der Erwärmung von 0 auf 18° C. erfährt, so kann man mit Hülfe des Compressibilitätscoëfficienten der Lösung den Druck berechnen, welcher nöthig ist, um die betreffende Lösung bei 18° C. auf das Volumen zu bringen, welches sie unter Atmosphärendruck bei 0° C. einnehmen würde. Mit Hülfe des diesem Drucke entsprechenden q findet man dann die Aenderung des Leitungsvermögens, welche die bei der Erwärmung der Lösung von 0 auf 18° C. auftretende Volumänderung hervorgerufen hat. Dies ist im Folgenden durchgeführt. Ist Δv die Volumänderung der Volumeinheit bei der Erwärmung

von 0 auf 18° C. und μ der Compressibilitätscoëfficient der Lösung, so ist:

$$p = \frac{\Delta v}{\mu}$$

der gesuchte Druck. Die Werthe Δv sind einer Tabelle von Gerlach¹⁾ entnommen, während die Grössen μ aus den Angaben von Grassi²⁾ durch graphische Interpolation gewonnen wurden.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate dieser Rechnung zusammengestellt. Die letzte Spalte enthält unter ω die durch die Volumänderung bei der Erwärmung von 0 auf 18° C. hervorgerufene Aenderung des Leitungswiderstandes ausgedrückt in Procenten des Leitungswiderstandes bei 18° C.

Chlornatrium.

| Procentgehalt | Δv | μ | p | ω |
|---------------|------------|-------------|------|----------|
| | | | Atm. | |
| 0,99 | 0,00159 | 0,000 045 7 | 34 | +0,27% |
| 4,99 | 312 | 42 2 | 74 | +0,43 |
| 9,90 | 398 | 38 0 | 105 | +0,49 |
| 14,82 | 575 | 34 1 | 169 | +0,58 |
| 19,60 | 646 | 30 2 | 214 | +0,18 |
| 24,90 | 697 | 26 6 | 262 | -0,30 |
| 26,39 | 714 | 25 6 | 279 | -0,41 |

Man ersieht hieraus, dass die Aenderung, welche der Leitungswiderstand einer Flüssigkeit beim Erwärmen der letzteren unter Atmosphärendruck erfährt, nur in sehr geringem Grade durch die hierbei entstehende Dichtigkeitsänderung beeinflusst wird; sie wird somit fast ausschliesslich bedingt durch die mit wachsender Temperatur eintretende Vermehrung der Energie der Molecularbewegung.

Physik. Institut der Univ. Giessen, Juli 1885.

1) Gerlach, Salzlösungen, Freiberg 1859. p. 93.

2) Grassi, Ann. de chim. et de phys. (3) 31. p. 467. 1851.

II. Ueber den Uebergangswiderstand in dem galvanischen Lichtbogen; von E. Edlund.

Wenn man den scheinbaren Widerstand des galvanischen Lichtbogens auf gewöhnliche Weise misst, so findet man, dass derselbe gleichsam aus zwei Theilen besteht, von welchen der eine unabhängig von der Länge des Bogens, der andere aber derselben proportional ist. Wenn der Widerstand mit w , die Bogenlänge mit l , und mit a und b zwei Constanten bezeichnet werden, so ist $w = a + bl$. Dies gilt, wenn man die Stromstärke bei der Veränderung der Bogenlänge constant hält. Das Verhalten der Constanten a und b ist insofern verschieden, dass b vermindert wird, wenn die Stromstärke wächst, wogegen a von der Stromstärke und der electromotorischen Kraft der Stromquelle beinahe unabhängig ist; nur wenn diese so vermindert werden, dass ein Lichtbogen kaum zu Stande kommen kann, wird der Werth von a etwas geringer. Diese meine Beobachtungen¹⁾ sind von den Forschern der letzten Zeit bestätigt worden.

Man kann nun die Frage stellen, ob diese Constante a einen Uebergangswiderstand, der an der Contactfläche zwischen den Electroden und der Luft stattfindet, repräsentirt, oder ob dieselbe in einer electromotorischen Kraft ihren Grund hat, denn sowohl durch die eine wie durch die andere dieser Annahmen kann die durch a verursachte Verminderung der Stromstärke erklärt werden. Aus den Gründen, die in den citirten Arbeiten angeführt sind, und auf welche wir hier hinweisen, folgt, dass a eine electromotorische Kraft repräsentirt, die in entgegengesetzter Richtung gegen den Hauptstrom wirkt.

Von den Untersuchungen, die in den letzten Jahren über diesen Gegenstand ausgeführt worden sind, wollen wir die Aufmerksamkeit nur auf die folgenden hinlenken.

Frölich²⁾, der für seine Untersuchung die in dem

1) Edlund, Öfversigt af k. Wetenskaps Akademiens Förhandlingar för 1867, p. 95 u. 637. 1868, p. 3 u. 327 u. 1869 p. 691. Pogg. Ann. 181. p. 586. 1867; 183. p. 353 u. 134. p. 250 u. 337. 1868 u. 139. p. 354. 1870.

2) Frölich, Electrotechn. Zeitschr. 4. p. 150. 1883.

Laboratorium von Siemens und Halske angestellten Beobachtungen benutzte, kam zu dem Resultate, dass sowohl die eine wie die andere der genannten Annahmen mit diesen Beobachtungen vereinbar waren, doch scheint er die Ansicht vorzuziehen, dass die Constante a theilweise sowohl eine electromotorische Kraft wie einen Uebergangswiderstand repräsentire. Dass a nicht ausschliesslich eine electromotorische Kraft vorstelle, findet Frölich wahrscheinlich aus dem Grunde, dass in diesem Falle die erwähnte Kraft den seiner Meinung nach ungereimt hohen Werth von 39 Volt erreichen musste. Peukert hat auch über diesen Gegenstand eine Anzahl Beobachtungen angestellt, bei welchen die Stromstärke zwischen 10 und 30 Ampères variirte.¹⁾ Wie aus meinen älteren Beobachtungen hervorgeht, fand Peukert, dass der scheinbare Widerstand des Lichtbogens sich durch die Formel $w = a + bl$ darstellen lässt. Wenn man annimmt, dass die Constante a eine electromotorische Kraft sei, so muss deren Werth nach Peukert 35 Volt betragen, welcher Werth ihm so hoch erschien, dass er nicht anzunehmen wagte, dass er ausschliesslich in einer electromotorischen Kraft seinen Grund haben könnte, sondern dass er wenigstens zum Theil auch einen Uebergangswiderstand vorstelle.

Aus meinen oben citirten Untersuchungen folgt, dass a sowohl von der Grösse der Stromquelle wie von der Stromstärke unabhängig ist, wenn nämlich diese nicht zu der untersten Grenze, bei welcher noch ein Lichtbogen hervorgebracht werden kann, herabgesunken ist. Bei meinen ersten Versuchen hierüber habe ich a als eine electromotorische Kraft, in Bunsen'schen Elementen ausgedrückt, berechnet. Sieben aufeinander folgende Versuche, mit einer Säule von 55 bis 79 Bunsen'schen Elementen angestellt, gaben folgende Resultate:

$$a = 24,616; 25,962; 25,354; 20,951; 21,637; \\ 21,483; 23,119;$$

woraus das Mittel = 23,315.

1) Peukert, Electrotechn. Zeitschr. 6. p. 111. 1885.

Dies gilt, wenn der Lichtbogen zwischen Kohlenspitzen von der für diesen Zweck gewöhnlich angewandten Art gebildet wurde.

Wenn man annimmt, dass 1 Bunsen'sches Element gleich 1,7 Daniells ist, und dass dies 1,08 Volt ausmacht, so wird 1 Bunsen = 1,8 Volt. Wird diese letzte Zahl mit dem angegebenen Mittel multiplicirt, so erhält man 41,97 Volt. Das Mittel aus dieser Zahl und den von Frölich und Peukert gefundenen (39 und 35) gibt 38,66 Volt.

Die von einigen Forschern gehegte Ansicht, dass die Constante a zum Theil einen Uebergangswiderstand vorstelle, wird in der That durch die Untersuchung von Victor von Lang¹⁾ widerlegt. Durch eine sinnreiche Methode ist es von Lang zu beweisen gelungen, dass der galvanische Lichtbogen eine electromotorische Gegenkraft enthält, welche 39 Volt gleichkommt. Da dieser Werth der im Lichtbogen befindlichen Gegenkraft dem oben angegebenen Werthe der Constante a beinahe gleich ist, so folgt hieraus, dass ein sogenannter Uebergangswiderstand in dem Lichtbogen nicht existirt, und dass folglich die ganze Verminderung der Stromstärke, die durch Einführung des Lichtbogens entsteht, durch den Widerstand (bl) des Lichtbogens und die in demselben enthaltene electromotorische Gegenkraft verursacht wird.

Hierbei muss jedoch bemerkt werden, dass, da die Bestimmungen der Werthe von a und von der electromotorischen Gegenkraft möglicherweise mit verschiedenartigen Kohlenelectroden angestellt worden sind, es wünschenswerth wäre, dass beide Bestimmungen mit einem und demselben Lichtbogen noch einmal wiederholt würden.

1) V. von Lang, Wien. Ber. Aprilheft 1885. Wied. Ann. 26. p. 145. 1885.

III. Ueber die Fluorescenz des Naphtalinrothes; von Karl Wesendonck.

(Hierzu Taf. V Fig. 10.)

Schon vor längerer Zeit hat Hr. Lommel Beobachtungen veröffentlicht, gemäss welchen der Stokes'sche Satz beim Naphtalinroth (Magdalaroth) und einigen anderen Substanzen keine allgemeine Geltung besitzt, vielmehr sollten bei diesen Substanzen gewisse gelbe und orangerothe Strahlen auch Fluorescenzlicht von kleinerer Brechbarkeit, als sie selbst besitzen, hervorrufen können. Die Richtigkeit dieser Behauptung wurde indessen nicht allgemein acceptirt, vielmehr von mehreren Seiten, besonders von Hrn. Hagenbach, aufs entschiedenste bestritten. Der genannte Baseler Physiker erklärte nämlich die in dem Fluorescenzspectrum auftauchenden, dem Stokes'schen Satze nach Lommel nicht entsprechenden Strahlen als von Unreinheiten des erregenden Lichtes herührend, was wiederum in der Folge die Herren Lommel und Lubarsch bestreiten zu müssen glaubten. Doch beharrte Hr. Hagenbach diesen Ausführungen gegenüber auf seinem früheren Standpunkte.¹⁾ Zwar sei zuzugeben, dass, wenn man z. B. homogenes Licht aus der Gegend von *D* mit einem Spalt aus dem Spectrum herausschneidet und zur Erregung des Naphthalinrothes verwendet, unter Umständen grünes Licht mit Hülfe des Spectralapparates im Fluorescenzlicht gefunden werden könne. Dies zeige sich aber um so besser, je unreiner das Spectrum, bei dessen sorgfältigerer Reinigung es um so mehr zurücktrete. Auch könne unter Umständen das Fluorescenzlicht wahrgenommen werden, wenn dies bei dem erregenden nicht mehr der Fall sei.²⁾ „Wenn nun etwas schwaches Licht, das, spectralisch beobachtet, sich von *D* bis gegen das Violette erstreckt, auf Naphtalinroth wirkt, so wird dasselbe zum grössten Theil in solches umgewandelt, das im Spectrum eine viel

1) Hagenbach, Wied. Ann. 18. p. 54. 1883.

2) Hagenbach, l. c. p. 54.

kürzere Strecke einnimmt und dadurch verhältnissmässig intensiver auf eine bestimmte Stelle der Retina einwirken kann; es ist das die Erscheinung, die ich früher als Zusammenziehung des Spectrums beschrieben habe.“

In mehreren Fällen erklärt Hr. Hagenbach aufs neue, den Resultaten der Herren Lommel und Lubarsch entschieden widersprechende Ergebnisse erlangt zu haben. Bei diesem Stande der Frage erschien mir eine erneute Prüfung der betreffenden Erscheinungen noch immer als wünschenswerth. Hierzu bot mir das im vorigen Sommer häufige klare Wetter günstige Gelegenheit, und ich benutzte bei meinen Untersuchungen die Methode der Fluorescenz-erregung durch möglichst homogenes Sonnenlicht, wie man es nach den von Hrn. v. Helmholtz gemachten Angaben erhalten kann.

Um möglichst intensives Licht zur Verfügung zu haben, wurde das von einem Heliostaten X , Fig. 10, in das verfinsterte Zimmer geworfene Strahlenbündel durch einen an der Oberfläche versilberten Hohlspiegel S_1 von ca. 200 mm Brennweite auf einen in dem Focus befindlichen verschiebbaren Spalt s_1 concentrirt. Ein zweiter, fast gleicher Hohlspiegel S_2 entwarf ein Bild desselben in etwa 130 cm Entfernung, jedoch wurde passend in den Weg der Strahlen ein Flintglasprisma P_1 gestellt, sodass auf dem geschwärzten, mit einem scharfen verstellbaren Spalte s_2 versehenen Schirme RR ein die Fraunhofer'schen Linien deutlich zeigendes Spectrum entstand, von dem man mittelst des Spaltes einen ca. 1 mm breiten Streifen ausschnitt. Von diesem entwarfen dann der Hohlspiegel S_3 und das Flintglasprisma P_2 ein spectrales Bild auf der mit einer verschiebbaren Schiene versehenen Wand eines würfelförmigen Pappkastens bei L . In der Schiene war ein schmaler Spalt s_3 angebracht, welcher einen Theil des den bei L sich zeigenden hellen Streifen bildenden Lichtes in das Innere des geschwärzten Kastens treten liess, woselbst es durch eine Linse L auf die Lösung von Naphtalinroth concentrirt wurde. Letztere befand sich in einem runden dünnwandigen Fläschchen F , und wurde in den meisten Fällen nach Lommel's Vorgang das Licht streifend auf die Fla-

schenwand fallen gelassen. Das Spectroskop *Q* diene zur Beobachtung der in der Flüssigkeit sich zeigenden Lichterscheinung. Sehr bald fand ich, dass bei *D* und auch noch etwas weiter nach links¹⁾ hin gelegenes Licht sehr deutlich durch Fluorescenzstrahlen hervorruft, die ganz bestimmt wahrnehmbar rechts von dem als gut begrenzten Streifen erscheinenden erregenden Lichte liegen. Deutlich sieht man diesen Streifen sich innerhalb des durch Zerlegung des Fluorescenzlichtes im Spectroskop erscheinenden breiten Bandes verschieben, wenn man zu immer weniger brechbarem, erregendem Lichte übergeht, wobei allerdings die Intensität des Fluorescenzlichtes abnimmt, es aber doch möglich ist, so weit zu gehen, dass so gut wie alles Fluorescenzlicht rechts von dem erregenden Streifen liegt. Die Fluorescenzbande zeigte dabei keinerlei wesentliche Veränderung, abgesehen von der Abnahme der Lichtstärke und damit zusammenhängend der Breite, keinerlei Abstufung und Zurückwischen durch das erregende Licht, wie Hr. Hagenbach sich ausdrückt. Besonders wenn man mit grünem Lichte zur Erregung beginnend allmählich zu immer weniger brechbaren Strahlen übergeht und sieht, wie der Streifen, den das erregende Licht liefert, sich immer mehr dem Fluorescenzbande nähert, dann in dasselbe eintritt und es durchsetzt, gewinnt man die Ueberzeugung, dass man es durchweg mit derselben Fluorescenzerscheinung zu thun hat. Dies tritt besonders deutlich hervor, wenn man zur Orientirung das Fadenkreuz als feste Marke in das Fluorescenzspectrum hineinstellt. Den erregenden Streifen sieht man gewöhnlich sofort mit dem Fluorescenzlichte zugleich, wenn man auf letzteres einstellt; ist dies nicht der Fall, so genügt eine kleine Verschiebung des Spectroskopes, um denselben hervortreten zu lassen, sowohl in wie neben der Fluorescenzbande je nach der Brechbarkeit des erregenden Lichtes. Um das Verhältniss des letzteren zum Fluorescenzlicht noch deutlicher beobachten zu können, wurde ein Streifen weissen Papiers als Ring um das Fläschchen in geeigneter Höhe

1) Links soll in dieser Abhandlung die Richtung zum rothen Ende hin bedeuten.

geklebt, und nun wurde das von s_3 kommende Licht mittelst L so als länglicher Streifen auf das Fläschchen projecirt, dass ein Theil desselben auf das Papier, der andere auf die Flüssigkeit fiel. Beide Theile wurden dann entweder direct zugleich mit dem Spectroskop beobachtet, oder man projecirte die von dem Fläschchen ausgehenden Strahlen zur schärferen Trennung des von dem Papier und von der Lösung kommenden Lichtes nochmals mittelst einer Linse auf den Spalt des Spectroskopes. Bei geeigneter Stellung sieht man dann in letzterem sehr hell den scharf abgegrenzten erregenden Streifen, und darüber oder darunter das Fluorescenzband, in dem, je nach Umständen, jener mehr oder minder hell fortgesetzt erscheint. Hat man Licht aus der Gegend von D oder weiter links her, so sieht man ganz unverkennbar das Fluorescenzlicht nach rechts hin über den erregenden Streifen hinausreichen, während rechts und links von dem Bilde des am Papier zerstreuten Lichtes völlige Dunkelheit herrscht. Hr. Hagenbach glaubt, dass dies entgegen dem Stokes'schen Satze auf diese Weise sich zeigende Fluorescenzlicht von brechbareren Strahlen erregt werde, deren Dasein im Spectroskop neben dem sehr hellen erregenden Streifen leicht zu übersehen sei, aber sofort deutlich, gewissermassen als eine Aureole um den erregenden Streifen, auftrete, wenn man das Hauptlicht abblende. Ich bedeckte daher, wie Hr. Hagenbach, die linke Hälfte des Gesichtsfeldes in der Ebene des Fadenkreuzes des spectroskopischen Oculares durch Aufkleben eines Metallblättchens. Stellt man nun dieses durch Drehen des Fernrohres so, dass der erregende Streifen von links her ganz bedeckt ist, also nur die rechte Hälfte des Gesichtsfeldes bis eben an den erregenden Streifen hinan sichtbar ist, so gewahrt man allerdings eine Erhellung der dem erregenden Streifen benachbarten Partien, deren Ausdehnung und Stärke bei schwachem Verschieben des ganzen Spectroskopes mit festgestelltem Fernrohr bis zu einem Maximum zu- und dann wieder abnimmt. Stellt man das Instrument so, dass das Spectrum des Fluorescenzlichtes seine grösste Helligkeit zeigt, so sieht man leicht, dass dasselbe weiter nach rechts reicht als die Aureole. Dreht man das Fern-

rohr so, dass letztere ganz von dem Metallblättchen bedeckt ist, so sieht man noch immer das erstere recht deutlich in Erscheinung treten. Verschiebt man nun, ohne die Einstellung des Fernrohres zu ändern, den ganzen Spectralapparat, so sieht man die Aureole wieder erscheinen. Indessen auch wenn man diese, nachdem sie ihre grösste Ausdehnung angenommen, ganz bedeckt (sodass also nach rechts hin alles dunkel ist und bei Verschiebung des ganzen Spectroskopes dunkel bleibt, solange man das Fluorescenzlicht von dem Spalt abhält) und nun den Spectralapparat in die Lage bringt, bei der das Fluorescenzlicht am intensivsten erscheint, so sieht man bei günstiger Helle desselben dieses wiederum sich zeigen, und kann daher constatiren, dass auch jetzt noch das Fluorescenzband weiter nach rechts reicht, als die Aureole. Indessen schwächt die Zerstreuung am Papier immerhin in allen Fällen die Aureole. Bei directer Beobachtung ist sie noch erheblich breiter, daher obiges Resultat ohne vollständige Beweiskraft. Die Herren Lommel¹⁾ und Lubarsch²⁾ sehen die Lichthülle als mit dem erregenden Lichte homogen, und lediglich durch Zerstreuung in dem Spectralapparat erzeugt an, was Hr. Hagenbach auch theilweise zugibt. Es dürfte schwer sein, zu beweisen, dass die Lichthülle allein auf obige Weise entstanden; andererseits ist allerdings auch schwer einzusehen, wie bei der von mir angewandten Methode bedeutende Verunreinigungen des erregenden Lichtes eintreten können. Ganz entschieden ist die Erhellung des Gesichtsfeldes, welche man bei homogenem, sehr hellem, auf den Spalt fallendem Lichte bemerkt, wesentlich einfarbig, selbst bis zu den von dem hellen Hauptstreifen weit entfernten Parthien hin. Stellt man das Fernrohr so, dass von einem in dem Spectroskop erscheinenden Sonnenspectrum alles bis auf die blauen Theile von dem Metallblättchen bedeckt ist, und lässt man, ohne die Einstellung zu ändern, dann helles, homogenes, orangefarbenes, auf die oben beschriebene Weise erhaltenes Sonnenlicht auf den Spalt fallen, so sieht man in dem Gesichtsfelde nicht blaues,

1) Lommel, Wied. Ann. 10. p. 640 u. ff. 1880.

2) Lubarsch, Wied. Ann. 11. p. 76 u. ff. 1880.

sondern röthlichgelbes Licht erscheinen, zerlegtes weisses Licht kann also nur in unerheblicher Menge vorhanden sein. Weiter kann man, wie mir scheint, mit Sicherheit nachweisen, was schon die Herren Lubarsch und Lommel unternommen haben, dass Licht von der Stärke der Aureole überhaupt nicht im Stande ist, das betreffende kritische Fluorescenzlicht zu erregen, und das gilt natürlich umsomehr, wenn die Aureole, wie wir oben gesehen, nur sehr theilweise aus brechbarerem Lichte, als das des Hauptstreifens bestehen kann. Lässt man nämlich von s_3 aus irgend welches Licht auf die Flüssigkeit und Papier am Fläschchen fallen, so zeigt sich, dass Licht, welches, diffus reflectirt, im Spectroskop sehr gut zu sehen ist, keinerlei wahrnehmbare Fluorescenz hervorzurufen vermag. Selbst grüne, also äusserst wirksame Strahlen bilden keine Ausnahme. Man kann zu solchen Untersuchungen ein recht unreines, von einer hinter s_2 aufgestellten Flamme durch S_3 und P_2 bei s_3 entworfenen Spectrum verwenden. Oder man lässt durch Drehen von P_2 von dem neben dem homogenen hellen Streifen ausgebreiteten Lichte, das jedenfalls hauptsächlich von dem, dem auf RR erscheinenden Spectrum beigemischten weissen Lichte herrührt, durch s_3 treten. Auch wenn in dem Spectroskop dann ein recht breites mattes Spectrum sich bei Betrachtung des vom Papier zerstreuten Lichtes zeigt, kann man doch keine Fluorescenz bemerken, womit sich mir Hrn. Hagenbach's neuester Einwand (p. 521) zu erledigen scheint. Bedenkt man, dass die Aureole bei diffus reflectirtem Lichte und das Fluorescenzspectrum in Bezug auf Intensität höchstens von derselben Ordnung sind, erstere gegen letzteres sogar, wie wir sehen, ganz zurücktreten kann, so ist nicht einzusehen, wie die Lichthülle das von der Stokes'schen Regel abweichende Phänomen hervorrufen kann.

Auch sehr dünne Schichten der Lösung zeigen noch dasselbe Verhalten. Auf die durch eingebrannten Russ matt und schwarz gemachte Seite eines Glasstückes brachte man etwas von der betreffenden Flüssigkeit, bedeckte diese mit einem mikroskopischen Deckgläschen und bewirkte unter diesem durch Hin- und Herbewegen eine gleichmässige capillare

Flüssigkeitslamelle, die das Deckgläschen auch bei verticaler Stellung festhielt. Brachte man diese Vorrichtung nun so in den Kasten und liess möglichst streifendes Licht auf die dünne Schicht der Lösung fallen, so erblickte man noch immer die kritischen Fluorescenzstrahlen. Sobald man ein Stück weissen Papiers an das Deckgläschen hielt, oder wenn die Flüssigkeit vertrocknet war, zeigte sich nur noch der erregende Streifen.

IV. Ueber den Zusammenhang zwischen Absorption der Farbstoffe und deren sensibilisirender Wirkung auf Bromsilber; von H. W. Vogel.

Im Jahre 1873 machte ich die Beobachtung, dass verschiedene Farbstoffe, dem Bromsilber beigemischt, die Fähigkeit haben, die Lichtempfindlichkeit desselben für diejenigen Strahlen zu steigern, welche von den betreffenden Farbstoffen absorbirt werden.¹⁾ Ich bewies damit, dass das zuerst von Draper aufgestellte und von Schultz-Sellack für Silbersalze bestätigte Gesetz des Zusammenhanges zwischen Absorption und chemischer Wirkung²⁾ (wonach nur diejenigen Strahlen auf einen Körper chemisch wirken, welche von demselben in merklicher Stärke absorbirt werden) noch einer Erweiterung bedarf, insofern als bei photographischen Platten nicht nur die Lichtabsorptionsfähigkeit der Silbersalze selbst, sondern auch die Lichtabsorptionsfähigkeit der beigemengten Substanzen eine Rolle spielt.

Ich bewies diesen Zusammenhang zwischen chemischer Lichtwirkung auf Bromsilber und Lichtabsorption beigemengter Substanzen (die ich optische Sensibilisatoren nannte) zunächst für Corallin, Methylosanilinpikrat, Fuchsin, Naphta-

1) H. W. Vogel, Ber. d. deutsch. chem. Ges. 6. p. 1305. 1873. Photogr. Mittheil. 9. p. 236. 1873, ferner die Photographie farbiger Gegenstände in den richtigen Tonverhältnissen. Berlin 1885 bei Oppenheim. p. 7.

2) Schultz-Sellack, Pogg. Ann. 143. p. 166. 1871.

linroth, Aldehydgrün, Methylviolett und Cyanin.¹⁾ Weiterhin wurde die Richtigkeit meiner Anschauung noch durch Becquerel für Chlorophyll²⁾, durch Waterhouse³⁾ für Eosin, Carmin etc. constatirt, und in neuester Zeit zeigte Eder, dass sie noch für viele andere Farbstoffe Gültigkeit hat.

Ich erkannte dabei recht wohl, dass der Absorptionsstreifen der Farbstoffe, wie sie gemeinhin in Lösungen erkannt werden, und die Stelle der durch dieselben verursachten Maxima der photographischen Wirkung nicht genau dieselbe Lage haben.⁴⁾ Dies erklärte ich durch das Factum, dass die Lage der Absorptionsstreifen eines und desselben Körpers gar nicht constant ist, sondern sich mit dem Medium ändert, in welchem sich der Körper befindet (Kundt's Regel.)

Niemand hat deshalb in dieser geringen Lagendifferenz zwischen optischem Absorptionsstreifen und photographischem Maximum einen Einwand gegen mein Gesetz der optischen Sensibilisation gesehen, und ist die Richtigkeit desselben im ganzen bis jetzt durch Versuche mit etwa 50 Farbstoffen, deren Wirkung völlig dem Gesetz entspricht, bestätigt.

Im Gegensatz hierzu will Hr. Messerschmitt⁵⁾ diesen Zusammenhang zwischen Absorption und sensibilisirender Wirkung als nicht erwiesen ansehen, und zwar auf Grund einer einzigen Ausnahme, d. i. der Wirkung des Diamidobenzols, welches ein photographisches Maximum im Gelbgrün veranlasst, ohne daselbst einen Absorptionsstreifen zu zeigen.⁶⁾

1) H. W. Vogel, Pogg. Ann. 158. p. 233. 1874. Ber. d. deutsch. chem. Ges. 8. p. 1635. 1874.

2) Becquerel, Compt. rend. (3) 79. p. 185. 1874.

3) Waterhouse, Photogr. Mittheil. 18. p. 17. 1876.

4) H. W. Vogel, Pogg. Ann. 158. p. 235. 1874.

5) Messerschmitt, Wied. Ann. 25. p. 673. 1885.

6) Eine zweite Ausnahme, welche Hr. Messerschmitt anführt (salpetersaures Chrysanilin), erkenne ich nicht als solche an, da Chrysanilin faktisch einen Absorptionsstreif zwischen *F* und *b* besitzt (s. Vogel, pract. Spectralanalyse, Berlin 1877 bei Oppenheim, p. 379), welchem nach neuerdings von mir angestellten Versuchen ein Wirkungstreif auf *bE* entspricht.

Auf Grund einer solchen einzigen Ausnahme könnte man eine ganze Reihe jetzt als gültig angesehener Naturgesetze umstossen. Noch weniger aber kann der Hinweis auf die Thatsache, dass manche (nicht alle) Farbstoffe in minimalsten Mengen am besten sensibilisirend wirken, als Einwand gelten. Richtig ist es, dass das Auge bei solchen kleinen Mengen, wie z. B. bei ganz verdünnten Lösungen, einen Absorptionsstreifen nicht mehr bemerkt. Niemand wird aber dennoch behaupten wollen, dass eine Absorption überhaupt nicht mehr vorhanden sei. Noch weniger kann hier die quantitative Messung der Absorption als Argument dienen, indem bei derselben Bestimmungsfehler von 5 Proc. gar keine Seltenheit sind.

Ich kann hierbei nicht umhin, zu bemerken, dass über dasjenige, was man Absorptionsspectrum eines Körpers nennt, noch vielfach die unklarsten Anschauungen herrschen. Gewöhnlich versteht man das Spectrum der Lösung eines Körpers darunter und übersieht dabei, dass, wie ich 1878 nachgewiesen¹⁾ habe, das Spectrum der festen Stoffe oft total vom Spectrum der Lösung verschieden ist, dass ferner das Lösungsmittel nicht nur auf die Lage der Absorptionsstreifen wirkt, sondern oftmals den Charakter eines Spectrums so gänzlich verändert, dass man dasselbe gar nicht mehr wiedererkennt (Beispiel: Pupurin, Naphtalinroth, Anilinblau in Wasser und Alkohol), ja dass sogar bei manchem Körper (Didymsalze) grössere oder geringere Wassermengen einen merklichen Einfluss auf den Charakter des Spectrums äussern.²⁾ Bei dieser Beeinflussung der Absorption durch fremde Medien (wozu bei photographischer Gelatine unter Umständen noch die Bildung von Farbstofflacken durch vorhandene Thonerde und Magnesiasalze und andere chemische Einflüsse treten) können dann in der That Erschei-

1) H. W. Vogel, Berl. Monatsber. 1878. p. 410.

2) Lippich zeigte, dass eine concentrirte Didymlösung anders begrenzte Absorptionsstreifen zeigte, als eine zehnfach verdünnte in zehnfach stärkerer Schicht (Zeitschr. f. anal. Chem. 15. p. 434. 1876. Vogel, Praktische Spectralanalyse. Berlin bei Oppenheim. p. 321.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXVI.

nungen vorkommen, welche dem von mir aufgestellten Gesetz der optischen Sensibilisation scheinbar widersprechen, weil man die Absorption unter anderen Bedingungen beobachtet hat, als die Sensibilisation. Man hat aber nicht das Recht, das Gesetz auf Grund einer, oder selbst einiger Ausnahmen hin in Frage zu stellen.

Berlin, im September 1885.

V. *Studien über Flüssigkeitsbewegungen*¹⁾; von *Georg Kötschau*.

(Inauguraldissertation, mit Kürzungen für die Annalen bearbeitet vom
Hrn. Verfasser.)

(Hierzu Taf. V Flg. 11—21.)

1. Die im Folgenden beschriebenen Versuche schliessen sich eng an eine Abhandlung des Hrn. Prof. Oberbeck: Ueber discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen²⁾ an. In dieser Arbeit sind bekanntlich experimentelle Untersuchungen über die Möglichkeit von Strahlbildungen einer tropfbaren Flüssigkeit in einer gleichartigen beschrieben worden, zugleich gibt der Hr. Verfasser einige Andeutungen, in welcher Richtung die von ihm begonnenen Experimente weiter fortgeführt werden könnten, und stellt eine Fortsetzung derselben in Aussicht. Die Dissertation, aus welcher hier ein Auszug gegeben werden soll, stellt sich als eine solche dar, und zwar ist hauptsächlich der schon von Hrn. Prof. Oberbeck beschriebene Fall des Auftreffens eines Strahles auf einen in der Flüssigkeit angebrachten festen Körper genauer behandelt und das Verhalten mehrerer gleichzeitig austretender Strahlen beschrieben worden.

1) Die Untersuchung wurde in dem physikalischen Laboratorium der Universität Halle ausgeführt.

2) Oberbeck, Wied. Ann. 2. p. 1. 1877.

2. Zu den Versuchen wurde ein ganz ähnlicher, wie der von Hrn. Prof. Oberbeck benutzte Apparat, verwendet, der aber vor diesem durch grösseren Umfang, grössere Festigkeit und bequemere Einrichtung ausgezeichnet war. Er bestand aus einem oben offenen, parallelepipedischen Gefäss von 60 cm Höhe, 30 cm Breite und derselben Tiefe; zwei gegenüberliegende Seitenwände dieses, sonst aus starken Zinkplatten hergestellten Behälters waren Glastafeln, welche den Einblick in das Innere verstatteten. Zur Seite dieses Gefässes befand sich eine noch um 5 cm über dieses hinausragende, 50 cm lange Glasröhre, deren Durchmesser 5 cm betrug, die, sich nach unten zu verjüngend, in ein gekrümmtes Messingrohr überging, welches in das Gefäss unterhalb der Mitte des Bodens mit kreisförmiger Oeffnung von 1,5 cm Durchmesser einmündete. Auf diese wurde innerhalb des Gefässes ein cylindrisches Ansatzrohr von 8 cm Länge und 2 cm mittlerem Durchmesser aufgesetzt, auf welches die Ausflussöffnungen befestigt werden konnten; als solche dienten Glasröhren, die mittelst durchbohrter Korke aufgesteckt, oder dünne Scheibchen mit verschiedenartigen Oeffnungen, welche aufgeschraubt werden konnten. In dem Messingrohr unterhalb des grossen Behälters war ein Hahn angebracht, der die Verbindung zwischen Glasröhre und Gefäss herzustellen oder zu unterbrechen gestattete (s. Fig. 11). Die Experimente wurden in derselben Weise ausgeführt, wie es in der eingangs citirten Abhandlung beschrieben ist: das grosse Gefäss wurde bei geschlossenem Hahn mit Wasser gefüllt, die Glasröhre mit durch Anilin schwach roth gefärbtem Wasser. Dabei ist eine unerlässliche Bedingung zum guten Gelingen, dass der Apparat längere Zeit (am besten die Nacht hindurch) gefüllt im Zimmer stehen bleibt, damit sich das Wasser beruhigt und vor allem die Zimmertemperatur annimmt. Wird dann das Niveau der rothen Flüssigkeit in der Glasröhre etwas höher genommen, als im Wasserbehälter, und der Hahn längere oder kürzere Zeit geöffnet, so entstehen bei geringen Druckdifferenzen die von Hrn. Prof. Oberbeck schon beschriebenen Strahl- und Ringbildungen. Um nahezu constanten Druck zu erhalten, konnte die Anilin-

lösung in der Glasröhre durch Heber mit einem flachen, breiten, ebenfalls mit der Lösung angefüllten Gefäss in Verbindung gebracht werden; das Niveau änderte sich in diesem Fall auch bei längerem Ausfluss nur wenig.

3. Um die Deformationen des Strahles durch feste, ihm entgegengestellte Körper zu untersuchen, wurden demselben die verschiedenen möglichen Elemente, welche die Oberfläche eines beliebigen Körpers zusammensetzen, einzeln und in Verbindung miteinander entgegengesetzt, nämlich scharfe Spitzen, scharfe Kanten, ebene Scheiben, convex und concav zum ausfliessenden Strahl gekrümmte Flächen und zuletzt Körper, bei welchen die genannten Typen in Verbindung miteinander auftraten. Der Strahl zeigte allgemein das Bestreben, die Wasserschichten, die um den festen Körper herumliegen, zu verdrängen und denselben mit einem dünnen rothen Mantel zu umgeben; dadurch erleidet aber der Strahl die mannigfaltigsten Deformationen.

Bei einem zu einer feinen Spitze ausgezogenen Glasstab und dergleichen zeigte sich, dass der Verdrängungsprozess der anhaftenden Flüssigkeitsschicht so schnell vor sich ging, dass man an dem ausfliessenden Strahl selbst bei geringer Geschwindigkeit kaum eine Veränderung wahrnehmen konnte, was durch die Kleinheit der durch Adhäsion an dem eingetauchten Stab haftenden Flüssigkeitsschicht bedingt sein mag. In dieser Bemerkung sieht der Verfasser auch den Grund, warum die Substanz des Körpers oder genauer die Beschaffenheit seiner Oberfläche so wenig einflussreich auf die Strahlbildungen ist: selbst kleine Unebenheiten der Oberfläche, etwa hervorgerufen durch darauf haftende Eisenfeilspäne, brachten keine Aenderung in der Ausbreitung des Strahles gegenüber dem analogen Vorgang bei möglichst glatten Oberflächen hervor.

Der schon von Hrn. Prof. Oberbeck beschriebene Fall der entgegengestellten scharfen Kante¹⁾ wurde wiederholt und dieselben Resultate erhalten: die Figuren 11 und 12 Taf. I

1) Oberbeck, Wied. Ann. 2. p. 12. 1877.

des citirten Bandes wurden als durchaus zutreffend wiedererhalten.

4. Besonders interessant zeigte sich der nach vielen Richtungen hin untersuchte Fall der Ausbreitung an ebenen, horizontal gestellten Scheiben. Hier ist besonders das Verhalten des Strahles an den Grenzcontouren und die Bildung der Stromlinien beachtenswerth: man würde nämlich meinen, dass der Strahl nach seiner Ausbreitung am unteren Rand einer im Verhältniss zum Querschnitt des Strahles nicht zu kleinen Scheibe vom Rand aus horizontal weitergehen würde: eine Ansicht, welche auch Hr. Prof. Oberbeck vertritt¹⁾; indessen ist dies nur unter gewissen Voraussetzungen richtig; es hängt nämlich wesentlich davon ab, ob die unterhalb des festen Körpers scheibenförmig ausgebreitete rothe Flüssigkeit am Rand zweiseitige Wirbelflächen bilden kann, von denen im weiteren Verlauf allein die oberen ausgebildet werden, oder einseitige nach unten, ohne dass überhaupt obere entstehen.²⁾ Nach vollständiger Bedeckung erfolgt nur im zweiten Fall Weiterfliessen in horizontaler Richtung, im ersten dagegen eine Bewegung der strömenden Flüssigkeit schräg nach oben, wodurch zuweilen sehr schöne Strömungsfiguren sich bilden können. Den Grund, warum bald einseitige, bald zweiseitige Wirbelflächen entstehen können, sucht der Verfasser hauptsächlich in der verschiedenen Grösse der Ausflussgeschwindigkeit, und zwar gab regelmässig grosse und constant erhaltene Ausflussgeschwindigkeit eine durchaus horizontale Bewegung der strömenden Flüssigkeit, kleine dagegen oder abnehmende führte zu den Strömungsfiguren. Während im ersten Fall die Figuren meistens sehr einfach waren, brachte der andere Fall besonders schöne Gebilde: die Stromlinien oder besser Stromflächen nahmen dann verschiedene Gestalten an: sie sind zunächst von unten und von der Seite gesehen convex, werden dann gerade und zuletzt

1) Oberbeck, Wied. Ann. 2. p. 13 u. 14. 1877.

2) Die Figuren 12_a und 12_b stellen die beiden entsprechenden Querschnitte dar; zu bemerken ist, dass Fig. 12_a der Deutlichkeit wegen etwas übertrieben gezeichnet worden ist.

concau, in jedem Stadium der Entwicklung der Figur eine charakteristische schöne Gestalt verleihend. Die andere Art der Ausbreitung zeigt die von Hrn. Prof. Oberbeck beschriebenen Strömungsfiguren, welche sich höchstens in secundärer Weise zu flachen Napfgebilden umgestalten mit der Höhlung nach oben zu, was man dem störenden Einfluss der Gefässwände wird zuschreiben müssen. Die Entfernung der Scheibe von der Ausflussöffnung, sowie die Grösse derselben haben geringere Bedeutung für die Bildung der Figuren.¹⁾

5. Besonders schön werden die Figuren, wenn man ebene Scheiben, die die Gestalt regulärer Polygone haben, dem Strahl horizontal entgegenstellt. Die ausfliessende Flüssigkeit erhebt sich dann über die Seiten der Polygonscheibe eher als über die Ecken, dadurch entstehen ebenso viele Einsenkungen, als Ecken vorhanden sind, während an den Stellen grösserer Erhebung durch die Reibung die charakteristischen Wirbelflächen gebildet werden, daher bekommt die Figur ebenso viele Wirbelflächen, als sie Seiten hat. Die Stromflächen sind fortwährenden Aenderungen unterworfen, indem sie von convexer zu concaver Krümmung übergehen, und diese Aufeinanderfolge bietet einen sehr schönen Anblick dar: Fig. 13 zeigt z. B. eine solche Stromfigur für eine Scheibe von der Form eines regulären Fünfecks; sieht man oben darauf, so erblickt man bei Benutzung einer seckseckigen Scheibe eine Figur von der Gestalt Fig. 14. Bei der kreisförmigen Scheibe fallen die Maxima und Minima der Erhebungen zusammen, und man erhält eine einfache Revolutionsfigur, deren erzeugende Curve die verschiedenen Stadien von convexer zu concaver Krümmung durchläuft; die ursprünglich unteren Wirbeltheile umgeben hier, wie bei den vorher genannten Figuren, die Strömungsgebilde, wie mit einem Kranze, der nur durch eine dünne Membran mit den übrigen Theilen verbunden ist. Eine geringe Aenderung der symmetrischen Lage der Scheibe beeinträchtigt sofort die vollkommene Aus-

1) Nicht ganz im Einklang mit der von Hrn. Prof. Oberbeck, Wied. Ann. 2. p. 13, 14 u. 16. 1877 aufgestellten Behauptung.

bildung der Figuren: stellt man z. B. eine Kreisscheibe schief zum ausfliessenden Strahl auf, so bemerkt man, dass die höchste Erhebung der ausströmenden Flüssigkeit über der höchsten Stelle der Scheibe sich befindet, die geringste dieser diametral entgegengesetzt, auch geht der grössere Theil nach jener und nur ein kleiner nach dieser Seite der Scheibe. Ein ausfliessender Strahl lässt sich auch theilen durch Entgegenstellen einer durchlöcherten Scheibe oder dadurch, dass man eine Scheibe so aufhängt, dass der Strahl nur zum Theil auftrifft, die beiden Theile des Strahles verfolgen dann getrennt ihren Weg.¹⁾

6. Was die Körper mit convex gekrümmter Oberfläche anbetrifft, so verhielt sich der auf einen dünnen horizontal gelegten Glasstab oder dünnen Kupferdraht auftreffende Strahl besonders interessant; er theilte sich nämlich in zwei gleiche oder ungleiche Theile, je nachdem der Stab central gestellt war oder nicht. An beiden Theilen bilden sich die Wirbelköpfe von neuem oder, wenn sie einander zu nahe sind, scheinbar nur einen allein, jedoch verschmelzen sie in ihrer ganzen Ausdehnung an keiner Stelle miteinander, so gering auch die ungefärbte Flüssigkeitsschicht zwischen ihnen sein mag, und so ist auch an dem scheinbar einheitlichen Wirbelkopf ein deutlicher Trennungsschnitt zwischen beiden Theilen zu bemerken. Man erkennt hier eine ganz bedeutende Abweichung von den Savart'schen Bildungen, die beim Auftreffen eines Wasserstrahles auf einen Glasstab in Luft entstehen.²⁾

7. Bei concav gekrümmten Flächen erfolgte bei starkem Druck, geringer Krümmung und constant gehaltenem Niveau Ausdehnung in der Richtung der Tangente, wie nach dem Vorhergehenden zu erwarten stand; bei geringem Druck zeigte sich aber auch hier ein Umbiegen an den Rändern

1) Oberbeck, Wied. Ann. 2. p. 14. 1877.

2) Savart, Ann. de chim. et de phys. (2) 54. p. 114 u. Taf. 6 Fig. 4—12. 1833; auch Magnus, Pogg. Ann. 106. p. 25 u. 26 u. Taf. 2 Fig. 18 u. 19. 1859.

nach oben und darauf folgende Einhüllung. Als Einhüllungsgegenstände sind dabei Körper mit flacher Krümmung, etwa Uhrgläser oder Brennspiegel etc., ins Auge gefasst, denn ganz anders wurde es bei starker Krümmung. Entweder traten dann Verwirrungen der Figuren mit Wolkenbildungen ein, z. B. bei einem umgestürzten Glastrichter, oder die ausströmende Flüssigkeit brach sich an den ungefärbten Wasserschichten am Eingang zu dem concav gekrümmten Körper, sodass diese die Rolle eines festen Körpers spielten; dies zeigte sich z. B. beim Entgegenstellen eines umgestürzten Reagensgläschens, ein ganz geringer Theil des Strahles dringt allerdings doch ins Innere desselben ein.¹⁾

8. Man sieht aus dem Bisherigen, dass neben der Ausflussgeschwindigkeit wesentlich die Lage und Krümmung der Flächen entscheidet, ob und wie weit die durch Adhäsion anhaftende Flüssigkeitsschicht durch den auftreffenden Strahl verdrängt wird. An Unterbrechungen der Continuität verhält sich die strömende Flüssigkeit {verschieden, je nachdem man grosse Ausflussgeschwindigkeit bei constantem Niveau oder kleine abnehmende Ausflussgeschwindigkeit anwendet: im ersten Fall erfolgt Weitergehen der Strömungslinien in der Richtung der Tangente an diesen Randstellen, im anderen dagegen Einhüllung und Umschliessung des Körpers trotz dieser Unterbrechungsstellen der Continuität. Die Strömungslinien durchlaufen verschiedene Stadien: sie sind zuerst stark convex nach unten gekrümmt, werden allmählich gerade, zuletzt concav; nach Beendigung des Ausströmens scheint dann die gefärbte Flüssigkeit direct an dem festen Körper entlang zu gleiten. Das Material des festen Körpers spielt eine so untergeordnete Rolle, dass es sogar gleichgültig ist, ob die Oberfläche glatt oder rauh ist. Zuweilen kann eine Vertreibung der ruhenden Flüssigkeit nicht erfolgen, dann verhält sich wegen der Incompressibilität der

1) S. Fig. 15. Den grossen Unterschied mit den analogen Erscheinungen in Luft zeigt die Vergleichung mit Pogg. Ann. 80. p. 7 u. 8 u. Taf. I Fig. 5 u. 6. 1850.

tropfbaren Flüssigkeiten die begrenzende Flüssigkeitsschicht nahezu wie ein fester Körper.

9. Ferner schien es von ganz besonderem Interesse, das Verhalten mehrerer gleichzeitig austretender Flüssigkeitsstrahlen zu untersuchen, hauptsächlich deshalb, weil diese Versuche als eine Art Fortsetzung der hydraulischen Untersuchungen von Savart¹⁾, und namentlich Magnus²⁾ angesehen werden können: die Erscheinungen der sich im Wasser kreuzenden Wasserstrahlen werden sich von den von Savart und Magnus beschriebenen wesentlich verschieden gestalten wegen der Verschiedenartigkeit der Medien, in denen die Bewegung erfolgt.

Zunächst gilt für parallel austretende Strahlen (ein Fall, der von den genannten Physikern nicht untersucht worden ist, da er nichts Besonderes zu bieten verspricht) eine schon bei Gelegenheit der Einhüllung horizontal gelegter Glasstäbe und dergleichen gemachte Bemerkung: sie verschmelzen nie miteinander, so nahe sie auch sein mögen, und man hat es in der Hand, die Entfernungen so gering zu machen, als man will, indem man in kleinen Metall- oder Pappscheibchen verschiedene Oeffnungen anbringen und jene auf den Ansatzcylinder aufschrauben konnte. Auch wenn sie einen gemeinsamen Wirbelkopf zu haben scheinen, besteht derselbe doch aus so vielen getrennten Stücken, als man Strahlen ausfließen lässt, oder, falls die Entfernung der Ausflussöffnungen gross genug ist, dass die Wirbelköpfe sich voll ausbilden können, so geschieht dies, und man kann dann häufig bemerken, dass diese Wirbelköpfe nach aussen umgewickelt werden und sich immer wieder neu bilden müssen, damit ein Verschmelzen vermieden werden kann. Diese Strahlen, die aus Oeffnungen in dünner Wand austreten, sind im allgemeinen nicht wesentlich verschieden von denen, die aus Glasröhren hervorgehen, nur in einer Beziehung zeigen sie eine Verschiedenheit: bei starkem Druck entstehen bei Strahlen, die durch dünne Scheiben gehen, Wellenbildungen und damit

1) Savart, Ann. de chim. et de phys. (2) 55. p. 257 ff. 1834.

2) Magnus, Pogg. Ann. 95. p. 1. 1855.

verbunden eine geringe garbenförmige Ausbreitung, ehe das Stadium der Wolkenbildungen eintritt, diese Erscheinung fehlt bei den aus Glasröhren austretenden Strahlen. Die Versuche wurden angestellt für zwei, drei und vier kreisförmige Oeffnungen, die in bestimmter Lage zu einander angeordnet waren. Auch machte es keinen Unterschied, ob die Ausflussöffnungen gleich gross waren oder nicht: eine Verschmelzung trat auch im letzteren Fall nicht ein.

10. Die Frage, ob der ausfliessende Strahl die Gestalt der Ausflussöffnung beibehält oder nicht, war wegen der geringen Mittel der Beobachtungsmethode nicht sicher zu entscheiden; es gilt hierfür eine ähnliche Bemerkung, wie die von Magnus¹⁾ gemachte, nämlich, dass es leichter ist, den Vorgang beim Zusammentreffen zweier Strahlen zu studiren, als den bei Bildung eines einzigen, wenn dieser auch aus einer einfach gebildeten Oeffnung austritt. Aus den vielen zu diesem Behuf angestellten Versuchen schien indessen hervorzugehen, dass der Strahl im allgemeinen die Gestalt der Ausflussöffnung beibehält, wenigstens zeigte z. B. ein aus dreieckiger Oeffnung austretender Strahl, von oben gesehen, einen Stamm mit dreieckigem Querschnitt, bei Benutzung einer länglich viereckigen Oeffnung zeigte sich der Stamm des Strahles allerdings um einen Rechten gedreht, jedoch schien auch hier der Querschnitt ein Rechteck zu sein.²⁾ Die Erscheinungen der Wellenbildung und der gedrehten Lage werden dadurch ihre Erklärung finden, dass die seitlich durch die enge Oeffnung eindringenden Wassertheilchen ihre seitlich gerichteten Geschwindigkeitscomponenten nicht ganz verlieren, die, weil sie einander entgegengerichtet sind, zum Zusammenstoss in der Symmetrieaxe führen; ebenso werden die bei den seitlich an den langen Seiten der rechteckigen Oeffnung austretenden Theilchen Geschwindigkeitscomponenten in nicht verticaler Richtung haben, welche diejenigen

1) Magnus, Pogg. Ann. 95. p. 3. 1855.

2) Jedenfalls schienen die Erscheinungen sich hier viel einfacher darzustellen, als Magnus es in Pogg. Ann. 95. p. 20. 1855 für Wasserstrahlen, die in Luft ausfliessen, beschrieben hat. Man vergleiche auch Taf. II. Fig. 15—21 des citirten Bandes.

der an den schmalen Seiten austretenden bedeutend überwiegen.

11. Um geneigt zu einander fließende Strahlen zu erzeugen, wurden gegabelte Glasröhren benutzt. Wenn man dann die Zinken der Gabel gleichlang machte, den Winkel, den beide bildeten, variirte, die Durchmesser der Theile gleich oder verschieden annahm, und ihre Axen in eine Ebene fallen oder windschief zu einander sein liess, so konnte der grösste Theil der von Magnus¹⁾ für Wasserstrahlen in Luft beschriebenen Versuche wiederholt werden, nur die, welche ungleichen Druck voraussetzen, mussten ausgeschlossen bleiben. Zunächst geben zwei Strahlen, die aus gleichlangen und gleichdicken Röhren central²⁾ unter einem Winkel von 180° gegen einander fließen, eine kreisrunde Scheibe mit stark verdicktem Rand und wenig gefärbtem Inneren, während der analoge, schon von Savart³⁾ ausgeführte und von Magnus⁴⁾ wiederholte Versuch für Wasserstrahlen, die in Luft ausfließen, eine kreisrunde Wasserfläche gibt, von deren Rand nach allen Seiten in radialer Richtung Wassertropfen wegfliegen. Diese Capillarscheinungen fallen hier fort und werden ersetzt durch die durch die Reibung erzeugten Wirbelflächen, die die Kreisscheibe in unserem Falle als einen kreisförmigen Ring erscheinen lassen. Die Entstehung dieses Ringes sieht man am deutlichsten, wenn man nicht in der Richtung eines Strahles, sondern in einer zu dieser um 90° gedrehten Richtung⁵⁾ sieht; dann bemerkt man, wie die austretenden Strahlen, wenn sie in grosse Nähe zu einander kommen, sich gegenseitig abplatteten, wie an festen ebenen Scheiben, und bei weiterem Ausfluss verschmelzen mit Bei-

1) Magnus, Pogg. Ann. 95. p. 3 u. ff. 1855.

2) Das Wort „central“ in der von Magnus gebrauchten Bedeutung genommen: „zwei Strahlen treffen sich central, wenn ihre Axen sich schneiden, mögen sie parallel sein oder einen Winkel mit einander bilden“.

3) Savart, Ann. de chim. et de phys. (2) 55. p. 259. 1834.

4) Magnus, Pogg. Ann. 95. p. 5. 1855.

5) Diese Lage wollen wir im Folgenden die „Seitenansicht“ der Figuren nennen, die um 90° gedrehte dagegen die „Vorderansicht“.

behaltung der zweiseitig ausgebildeten Wirbelflächen. Diese vielfach eingerollten Flächen bewirken, dass man bei der Vorderansicht durch eine ganze Anzahl rother Schichten sehen muss, und dadurch wird die grössere Intensität der Farbe gegenüber der einfachen inneren Schicht erzeugt.¹⁾ Treffen sich die Axen der Strahlen nicht mehr central, so erhält man Abweichungen von der Kreisform, und zwar um so grössere, je weiter man den einen Schenkel verbiegt: man erhält dann ganz analog dem Magnus'schen²⁾ Versuch eine Art elliptischen Ringes, dessen grosse Axe mit den Strahlenrichtungen zusammenfällt, während sich an den Enden derselben Axe die bekannten Wirbelköpfe bilden. Die Ellipse ist um so gestreckter und um so mehr zu der ursprünglichen Richtung der Strahlen geneigt, je mehr die letzteren aus ihrer Anfangslage verbogen sind. Die Deformation des elliptischen Ringes hängt aber auch in hervorragender Weise von der grösseren oder geringeren Ausflussgeschwindigkeit ab. Kurzes Oeffnen und Schliessen gibt hier einen einzigen Ring, der um so mehr die Kreisform verliert, je grösser die Geschwindigkeit ist.

12. Anders gestalten sich die Erscheinungen, wenn man den Winkel, den die beiden Strahlen bilden, ändert: macht man diesen etwa 120° — 130° gross, so entsteht unmittelbar nach dem Zusammentreffen auch ein Kreisring, der aber den Ort des Zusammentreffens der beiden Strahlen nicht mehr zum Centrum hat, die Figur liegt ebenfalls in der Mitte zwischen beiden Ausflussöffnungen und halbt den Winkel, den die Strahlen miteinander bilden. Diese Figur bekommt aber schnell ein anderes Ansehen, indem sich rechts und links Wirbelköpfe ausbilden, dadurch erhält sie die Gestalt einer Lyra (s. Fig. 16_a). Die Seitenansicht Fig. 16_b zeigt,

1) Die Geschwindigkeit der von dem Inneren nach dem Raud fliessenden Theilchen ist keineswegs so gross, wie man vielleicht meinen möchte: an kleinen, zuweilen in der Anilinfärbung vorkommenden festen Körperchen bemerkt man dies sehr wohl, natürlich hängt sie in hervorragender Weise von der Grösse der Geschwindigkeit ab, mit der sich die Strahlen treffen.

2) Magnus, Pogg. Ann. 95. p. 5. 1855 u. Taf. 1. Fig. 3.

dass für die innerhalb des Strahlenwinkels liegenden Theile der Figur eine ganz ähnliche Bemerkung gilt, wie die, welche Magnus¹⁾ von den in Luft zusammentreffenden Strahlen macht: je spitzer nämlich der Winkel, den die Strahlen bilden, ist, um so geringer wird die Fläche nach der Seite innerhalb dieses Winkels ausgedehnt, wird der Winkel kleiner als 90° , so verschwindet dieser Theil der Fläche, den Magnus mit *bq* bezeichnet, ganz, und die Figur ist nur auf einer Seite ausgebildet. Bemerkenswerth ist, dass die Breite der Figur durch den Druck wesentlich verändert wird: grösserer Druck gibt eine breitere Figur. Endlich kann sich bei weiterem Ausfluss oben noch ein Wirbelkopf bilden, wodurch die Figur Aehnlichkeit mit Wappengebilden bekommt (Fig. 17).

13. Interessant ist es ferner, die Entwicklung der Figuren zu untersuchen, die sich bilden, wenn die beiden gleichen Strahlen sich nicht central treffen. Macht man zu dem Zwecke den einen Arm der Glasgabel beweglich, sodass die Axe desselben vor der des anderen einen Kreisbogen beschreiben kann, und geht von einer solchen Stellung aus, bei welcher die beiden Strahlen eben noch aneinander vorbeigehen, ohne sich irgendwie zu beeinflussen, und nähert sie darauf sehr wenig, so treffen sie sich zunächst an den Strömungsflächen, während die eigentlichen Strahlen in ihrer ursprünglichen Richtung weiter gehen, die Wirbelköpfe bleiben dann bei beiden ausgebildet, zwischen den inneren Seiten derselben spannt sich aber eine dünne Lamelle aus, die begrenzt wird durch eine hyperbelartige Curve, etwa wie Fig. 18 zeigt. Nähert man die Strahlen noch weiter, so treffen sich auch diese theilweise, sie werden mehr und mehr gekrümmt und von ihrer Anfangsrichtung abgelenkt, zugleich wird die ganze Figur nach und nach in die Ebene gedreht, welche den Strahlenwinkel halbt. Die hyperbolische Grenzcurve wird immer flacher, bis sie bei centralem Treffen in die schon erwähnte Strömungsfläche übergeht, ausser in diesem letzten Stadium ist die Figur eine windschiefe.

14. Verkleinert man den Strahlenwinkel, so ist der

1) Magnus, Pogg. Ann. 95. p. 6. 1855 u. Taf. I. Fig. 4 u. 5.

einzigste Unterschied in den erhaltenen Figuren der, dass der Winkel, welchen die Tangenten an den Stellen des Randes bilden, welche von der durch den Ort des Zusammentreffens senkrecht zur Symmetrieaxe gezogenen Geraden getroffen werden, (cf. Fig. 17) kleiner wird: zwischen diesen beiden Winkeln besteht überhaupt eine sehr nahe Beziehung, möglicherweise sind sie bei gewöhnlichem Drucke einander gleich. Beim nicht centralen Zusammentreffen ist alles analog, nur wird die hyperbolische Grenzcurve stärker gekrümmt bei Verkleinerung des Strahlenwinkels.

15. Will man die Erscheinungen beim Zusammentreffen zweier Strahlen mit ungleichen Durchmessern untersuchen, so muss man zunächst beachten, dass die Unterschiede in der Grösse nicht zu bedeutend sein dürfen, weil sonst der Strahl, welcher aus dem kleineren Arm austritt, zu schwach gegenüber dem anderen wird. Im übrigen findet man auch hier entsprechend dem Vorhergehenden eine gewisse Analogie mit den von Magnus beschriebenen Versuchen: so geben zwei ungleich starke, unter 180° central zusammentreffende Strahlen eine concav um die kleinere Ausflussöffnung gekrümmte Fläche, an deren Rändern einseitige Strömungsflächen nach der Seite des stärkeren Strahles ausgebildet sind, also ganz ähnlich dem schon von Savart beschriebenen Versuch für ungleiche Wasserstrahlen in Luft.¹⁾ Die Fläche ist um so weniger gekrümmt, je geringer der Unterschied der Radian der beiden Ausflussöffnungen ist.

16. Verkleinert man auch hier den Winkel, so entstehen ähnliche blattförmige Bildungen, wie bei gleichen Strahlen, dieselben sind aber concav nach der Seite des schwächeren Strahles gekrümmt. Bei sehr geringer Geschwindigkeit wird die Krümmung unmerklich, und der schwächere Strahl wird vollständig in die Richtung des stärkeren gezogen: die Figur liegt also hier nicht mehr in der Ebene, welche den Strahlenwinkel halbirt. Bei nichtcentralem Zusammentreffen erhält man auch hier ähnliche Resultate, wie vorher: man bekommt beim Streifen der Wirbelköpfe die

1) Savart, Ann. de chim. et de phys. (2) 55. p. 274 u. ff. 1834.

windschiefe Fläche mit hyperbolischer Grenzcurve, nur die die Rolle der Asymptoten spielenden eigentlichen Strahlen sind ungleich gross.

17. Von Interesse war ferner noch der Fall, wo die Glasgabel die Form eines Dreizacks hatte: trotzdem die drei Ausflussöffnungen gleich gross waren, ging der mittelste Strahl den beiden anderen weit voraus, weil hier die strömende Flüssigkeit einen kürzeren Weg zurückzulegen hat, kommen nun die seitlichen Strahlen langsam in die nächste Nähe des mittleren, so sieht man sie plötzlich ihre Wirbelköpfe verlieren und mit grosser Geschwindigkeit sich in einem dünnen Faden (von der Seite gesehen) unter den Wirbelkopf des mittleren ziehen, ohne dass aber die dünne Zwischenschicht ungefärbten Wassers beseitigt wurde. In der Richtung der Strahlen gesehen, zeigt sich ein etwas abgeplatteter Stamm (s. Fig. 20).

18. Ueber die Entstehung der beschriebenen Gebilde kann man etwa Folgendes bemerken: auf die Theile der bewegten Flüssigkeit wirken der Druck und der Einfluss der Reibung; jener bewirkt das Weiterfliessen in der Richtung der Resultante der beiden Strahlenrichtungen, dieser ruft die charakteristischen Wirbelflächen hervor. Daraus ist sofort klar, dass beim Zusammentreffen zweier Strahlen unter 180° ein vollkommener Kreisring mit verdicktem Rand entsteht, da der Druck nach allen Seiten symmetrisch ist, und die Reibungserscheinungen infolgedessen auch. Bilden dagegen die Strahlen einen Winkel miteinander, so muss der Druck nach verschiedenen Seiten verschieden sein, und zwar um so einseitiger, je spitzer dieser Winkel ist, mithin ist es klar, warum das Stück innerhalb des Strahlenwinkels immer kleiner wird und zuletzt verschwindet. Natürlich wird auch der Seitendruck immer kleiner gegenüber der Resultante mit Spitzerwerden des Winkels; man erkennt daraus die nahe Beziehung zwischen dem Winkel, welchen die Tangenten an der Figur bilden, mit dem Strahlenbrechungswinkel. Die Verschiedenheit der Geschwindigkeiten, mit denen die Theilchen sich bewegen, ruft dann Ecken oder Spitzen hervor, um welche sich sofort, durch die Reibung hervorgerufen,

Wirbelköpfe bilden; bei langsamer Bildung der Figuren, d. h. geringerer Geschwindigkeit ist der Unterschied in den Geschwindigkeiten natürlich geringer, und die Figur bleibt deshalb breit. Während hier die Geschwindigkeit in der Symmetrieaxe am grössten ist, ist sie im Falle des Streifens der Strahlen in dieser Richtung am kleinsten, daher die hyperbolische Einsenkung. Streifen sich die eigentlichen Strahlen, so streben die Theile, die sich nicht treffen, ihre ursprüngliche Richtung beizubehalten, die, welche sich treffen, in der Ebene, die senkrecht zu der ursprünglichen Strahlenrichtung liegt, weiter zu gehen: die Gesamtbewegung wird also in der Resultantenebene dieser beiden Richtungen erfolgen. Die Erscheinung, die wir als „Wellenbildung“ bezeichnet haben, kommt daher, dass die Stabilität der Strahlen immer geringer wird, je mehr man die Geschwindigkeit steigert; dann tritt nämlich der Fall ein, dass der Wirbelkopf sich immer neu bilden muss, und dies geschieht, indem er alternirend bald nach der einen, bald nach der anderen Seite erzeugt wird. Dadurch aber entstehen, von vorn gesehen, rothe, rasch wechselnde Streifen, dies sind eben die sogenannten Wellen. Dass bei ungleichen Strahlen die entstehende Figur mehr der Richtung des stärkeren, durch seine bedeutendere Masse ein Uebergewicht über den schwächeren ausübenden Strahles folgt, ist sehr leicht erklärlich: der schwächere vermag dann nur einen mehr oder weniger bedeutenden Eindruck in jenen zu machen und kommt gar nicht zur Geltung, wenn der Unterschied der Durchmesser beider Strahlen eine gewisse Grenze übersteigt.

19. Man sieht, dass zwischen den Erscheinungen, welche in Luft ausfliessende Wasserstrahlen zeigen, und denen, die sich beim Ausfluss in Wasser zeigen, eine verhältnissmässig grosse Aehnlichkeit besteht: die wesentlichen Unterschiede sind, dass die erstere Art von Strahlen vom Druck unabhängig ist; die letzteren dagegen nur dann entstehen können, wenn der Druck innerhalb gewisser Grenzen bleibt, ferner werden die Wirkungen der Capillarkräfte bei der ersten Art der Strahlen durch den Einfluss der Reibung bei den unsrigen ersetzt; an Stelle der radial wegfliegenden Tropfenbildungen

dort treten die charakteristischen, nie fehlenden Wirbelflächen hier. In Bezug auf Strahlen, die aus verschiedenen gestalteten Oeffnungen in dünner Wand austreten, zeigt sich ein bemerkenswerther Unterschied: bei unseren Strahlen behält der Stamm die Gestalt der Ausflussöffnung im wesentlichen bei, mindestens aber zeigen sich nicht die mannigfaltigen Gestalten, wie solche von Magnus und Savart (a. a. O.) beschrieben worden sind.

20. Aehnliche Untersuchungen für den Ausfluss von gefärbter Luft in ungefärbte (Rauch in die Atmosphäre) sind schon angestellt worden, z. B. von Reusch: Ueber Ringbildungen in Flüssigkeiten¹⁾, und namentlich aus meteorologischem Interesse von Dr. Vettin²⁾; dieselben führen, wie sich erwarten lässt, zu ganz ähnlichen Resultaten. Als Ursache der Strömungen wurde bei den letztgenannten Untersuchungen einseitige Ermärmung benutzt, und diese Methode dient geradezu dazu, die Strömungsverhältnisse der Luft sichtbar zu machen. Man könnte nun daran denken, die beschriebenen Strahlgebilde zu einem analogen Versuch zu verwenden, nämlich Strömungen in einer tropfbaren Flüssigkeit sichtbar zu machen, zu welchem Zweck v. Bezold³⁾ die hektographische Tinte benutzt hat. Indessen zeigten sich die Strahlbildungen weniger gut geeignet, den Einfluss einseitiger Erwärmung dem Auge darzustellen: entweder war die Wirkung zu gering, dann merkte man überhaupt keine Veränderung am Strahl, oder sie wirkte einfach zerstörend auf das Strahlgebilde.

Schliesslich wurde eine Methode angewendet, die das, worauf es hier hauptsächlich ankam, recht befriedigend leistete: nämlich sehr regelmässige Strömungsfiguren zeigte. Diese etwas rohe Methode, die aber vielleicht noch Ver-

1) Reusch, Pogg. Ann. 110. p. 309. 1860.

2) Vettin, Deutsche meteorol. Zeitschr., red. von Dr. Köppen. 1. Heft 5—7. 1884.

3) v. Bezold, Sitzungsber. d. math.-phys. Classe d. k. bair. Acad. d. Wiss. zu München. 14. p. 355—365 u. 611—638. 1884.

besserungen fähig wäre, bestand darin, dass eine unten zugeschmolzene Glasröhre aussen mit einer Schicht hektographischer Tinte überzogen und in ein Gefäss mit Wasser behutsam eingelassen und befestigt wurde. Zwar löst sich hierbei ein Teil des Ueberzuges trotz grösster Vorsicht ab und vermischt sich mit dem Wasser, der grössere Theil bleibt aber doch daran. Dann wartet man, bis das durch das Hineinbringen der Röhre bewegte Wasser sich beruhigt hat, und giesst ein wenig Wasser von oben in die Glasröhre, darauf bringt man einige Tropfen concentrirte Schwefelsäure, welche mit dem Wasser sich vermischend eine gewisse Wärmemenge entwickelt, die durch das Glas hindurch wirkt und Wärmeströmungen entwickelt, die durch den sich ausserhalb ablösenden blauen Mantel in deutlicher Weise dem Auge sichtbar gemacht werden. Man erhält dann Gebilde, die die grösste Aehnlichkeit mit den von uns untersuchten Strahlbildungen zeigen, wie man aus Fig. 21 sehen kann, welche eine der am häufigsten erhaltenen vorstellt. Man kann auch noch eine kurze Zeit den Verlauf der Wärmeströmungen weiter verfolgen, allerdings nicht in so ausgezeichnete Weise, wie bei Anwendung der v. Bezold'schen Methode.

An dieser Stelle möchte ich es nicht unterlassen, dem bisherigen Leiter des physikalischen Laboratoriums zu Halle, Hrn. Prof. Dr. A. Oberbeck, meinen aufrichtigsten Dank auszusprechen für die freundliche Unterstützung, welche derselbe mir bei Abfassung meiner Arbeit jederzeit gern zu Theil werden liess.

Halle a. S., den 18. October 1885.

VI. Eine Bestimmung des Ohms; von F. Himstedt.¹⁾

(Aus den Berichten der Naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg i. Br.
Bd. I. Heft 1. 1885; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

(Hierzu Taf. VI Fig. 1—4.)

Die nachfolgende Untersuchung wurde ausgeführt mit den Mitteln, welche die grossherzoglich badische Regierung auf Anregung des Electriciercongresses zu Paris für eine absolute Widerstandsmessung bewilligt hat.

1. Die Methode.²⁾

Es sei ein primärer Stromkreis gebildet aus der inducirenden Rolle A , zwei parallel geschalteten Widerständen r und w_0 , einer Stromquelle E und einem Stromunterbrecher D_1 (Fig. 1). Der secundäre Stromkreis bestehe aus der Inductionsrolle B , dem Galvanometer G , dem Unterbrecher D_2 und einem Widerstande $r_1 = r$. Der gesammte Widerstand des secundären Kreises w_1 sei gleich $r_1 + w_2$ und es sei w_2 gleich dem oben genannten w_0 . Wird der primäre Strom i durch den Unterbrecher D_1 in der Secunde n mal geschlossen und unterbrochen und durch passende Regulirung von D_2 dafür gesorgt, dass entweder nur die Schliessungs- oder nur die Oeffnungsinductionsströme das Galvanometer durchfliessen, so ist:

$$(I) \quad G \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{n \cdot i \cdot V}{w_1}$$

G der Reductionsfactor des Galvanometers, α_1 die beobachtete Ablenkung, V das Potential der Rollen aufeinander. Wird andererseits der Hauptstrom dauernd geschlossen und w_0 ersetzt durch w_2 (die Leitung des secundären Kreises, nachdem aus dieser r_1 ausgeschaltet ist), sodass also die Rolle B und das Galvanometer sich im Nebenschluss zu r befinden, so besteht für die jetzt beobachtete Galvanometerablenkung α_2 die Gleichung:

1) Im Auszuge der k. preuss. Acad. d. Wiss. zu Berlin vorgelegt am 23. Juli 1885.

2) Vgl. F. Himstedt, Wied. Ann. 22. p. 281. 1884.

$$(II)^1) \quad G \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{r i}{r + w_2} = \frac{r i}{w_1}.$$

Aus (I) und (II) folgt:

$$(III) \quad r = n \cdot V \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1}.$$

Nimmt man für die inducirende Rolle A ein Solenoid, gegen dessen Länge der Radius desselben, sowie die Dimensionen der inducirten Rolle nur klein sind, und das nur mit einer Drahtlage umwickelt ist, so wird:

$$(IV) \quad V = 4\pi^2 R^2 k b (1 + 2a),$$

$$(V) \quad r = 4\pi^2 R^2 k b n (1 + 2a) \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1}.$$

Hierin bezeichnet R den Radius des Solenoids, k die Anzahl der Drahtwindungen auf der Längeneinheit desselben, b die Gesamtzahl der Windungen auf der Inductionsrolle B und $2a$ ein später zu entwickelndes Correctionsglied. Der Werth dieses letzteren war bei allen Versuchen kleiner als 0,03, sodass für die Bestimmung von r nur die genaue Messung der Grössen $R k b n$ und $\operatorname{tg} \alpha_2 / \operatorname{tg} \alpha_1$ in Frage kam.

Die Vortheile²⁾ dieser Versuchsanordnung bestehen darin, dass die Zahl der zu messenden Grössen eine verhältnissmässig sehr kleine ist, und dass hierbei alle die Grössen in Wegfall kommen, bei deren Bestimmung die erforderliche Genauigkeit anerkanntermassen nur schwer zu erreichen ist. Ich rechne hierher die Constanten, resp. Variationen des Erdmagnetismus und des Stabmagnetismus, den Inductionscoëfficienten, resp. die Windungsflächen von Drahtspulen mit vielen Lagen übereinander, den Reductionsfactor eines Galvanometers, Trägheitsmoment und logarithmisches Decrement schwingender Magnete und besonders auch die genaue Bestimmung des Widerstandes von Kupferdrähten, die oft nicht einmal in demselben Zimmer sich befinden, und deren Temperatur immer nur angenähert aus der der umgebenden Luft gefunden werden kann.³⁾

1) Die Anordnung der Stromkreise, welche auf Gleichung (I) geführt hat, wird im Folgenden als „Schaltung I“, die der Gleichung (II) entsprechende als „Schaltung II“ bezeichnet werden.

2) Vgl. hierüber Roiti, Nuov. Cim. (3) 15. p. 97. 1884.

3) Hr. G. Wiedemann hat in seinem Werke Electricität 4. Abth. 2.

2. Ableitung des Correctionsgliedes $2a$ der Formel V.

Wir setzen voraus, dass die Mittelpunkte und die Axen des Solenoids und der Inductionsrolle zusammenfallen. Dann lässt sich das Potential derselben aufeinander in die Form bringen:

$$(VI) \quad V = V_0 + 2V_1.$$

Hierin bezeichnet V_0 das Potential des Solenoids, das-

eine „Vergleichung der Methoden“ zur Bestimmung des Ohms gegeben und schreibt § 340 p. 989:

„Die Methode der Induction zweier Drahtkreise aufeinander und Messung des Inductionsstromes an einem Galvanometer bedingt zunächst die Ausmessung dreier Drahtrollen, des inducirten Kreises und des Galvanometers, resp. noch des um letzteres gelegten Gewindes zur Messung des inducirenden Stromes;

„Ist P das Potential der Spiralen aufeinander, ϑ die Ablenkung der Galvanometernadel durch den Inductionsstrom, α dieselbe durch den inducirenden Strom, h das Verhältniss der Drehungsmomente der verwendeten Gewinde des Galvanometers, T die Zeitdauer der Schwingung der Nadel desselben, so ist, wiederum abgesehen von Nebenumständen:

$$W = \frac{\pi}{T} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \frac{1}{2} \vartheta} \frac{P}{h}.$$

„Aus den Formeln für P ergibt sich, dass ein Fehler in der Messung des mittleren Abstandes der Spiralen linear, und dass der Fehler in der Bestimmung des mittleren Radius quadratisch im Endresultate auftritt. Bei geringeren Abständen der inducirenden Rollen ist der Abstand also sehr genau zu messen, resp. durch Aenderung desselben eine grössere Genauigkeit zu erzielen.“

„Aehnliche Betrachtungen gelten für die Methode von Roiti.“

Es könnte hiernach den Anschein haben, als ob alle die vorstehend wiedergegebenen Betrachtungen, resp. ihnen ähnliche, auf die Methode von Roiti, welche der von mir benutzten gleich ist, Anwendung fänden, und ich glaube, deshalb darauf aufmerksam machen zu müssen, dass nur der Passus: „dass der Fehler in der Bestimmung des mittleren Radius quadratisch im Endresultate auftritt“, für diese Methode Gültigkeit hat, denn der Methode ist die Anwendung eines unendlich langen Solenoids eigenthümlich und da durch die Versuchsanordnung auch die Galvanometerconstanten eliminirt werden, so sind nicht drei Drahtrollen auszumessen, sondern nur der Durchmesser einer einzigen Drahtlage, ebenso wenig muss der Abstand der inducirenden Rollen „sehr genau“ gemessen werden, denn derselbe tritt nur in einem Correctionsgliede auf (vgl. p. 2), und endlich fällt auch die Bestimmung der Grössen h und T in obiger Formel fort.

selbe als unendlich lang angesehen, $2V_1$ stellt das Potential der Endflächen des Solenoids auf B dar, wenn man diese derart mit nord-, resp. süd magnetischer Masse belegt denkt, dass diese Massen das Solenoid in seiner electromagnetischen Wirkung nach aussen ersetzen können. Wenn wir, wie oben, den Radius des Solenoids mit R , die Anzahl der Windungen auf der Längeneinheit mit k bezeichnen und annehmen, dass die Inductionsrolle B aus b Windungen besteht, so ist:

$$(VII) \quad V_0 = 4\pi^2 R^2 k b .^1)$$

Um V_1 abzuleiten, sei HJK (Fig. 2) eine der Windungen der Rolle B , durchflossen vom Strome 1; ihr Abstand von der Endfläche N , die Länge OJ , sei gleich z . Wir ersetzen HJK durch eine magnetische Doppelfläche und nehmen hierzu das Stück HCK der Oberfläche einer um O als Mittelpunkt beschriebenen Kugel. Bezeichnen wir mit do ein Flächenelement derselben, mit v das Potential der Endfläche N des Solenoids auf einen magnetischen Punkt 1 in do , so ist:

$$P = \int \frac{\partial v}{\partial r} do$$

das Potential von N auf HJK . Die Integration ist hierbei über das durch den Kreis HK begrenzte Stück HCK der Kugeloberfläche zu erstrecken.

Nach Maxwell²⁾ ist:

$$v = 2\pi k \left\{ \frac{R^2}{r} P^0(\cos \vartheta) - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} \frac{R^4}{r^3} P^2(\cos \vartheta) + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{R^6}{r^5} P^4 \cos \vartheta \dots \right\}$$

und wir finden:

$$P = 4\pi^2 R^2 k \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{z}{r} - 1 \right) - \frac{3}{16} \frac{R^2}{r^3} \left(\frac{z^3}{r^3} - \frac{z}{r} \right) + \frac{5}{128} \frac{R^4}{r^5} \left(7 \frac{z^5}{r^5} - 10 \frac{z^3}{r^3} + 3 \frac{z}{r} \right) \dots \right\}.$$

Hierin ist $r = \sqrt{z^2 + p^2}$ und p der Radius der Windung HK . Bezeichnet man den mittleren Radius der ganzen Inductionsrolle mit ρ und setzt $p = \rho + \delta$, bezeichnet ferner

1) Maxwell, Electricity and Magnetism. 2. p. 281.

2) Maxwell, ibid. 2. p. 302.

die halbe Länge des Solenoids mit l und setzt $z = l + \zeta$, so erhält man für das Potential der Endfläche N auf alle Windungen der Rolle B , also für die oben mit V_1 bezeichnete Grösse:

$$V_1 = \pi \mu \int_{-\frac{1}{2}c}^{+\frac{1}{2}c} d\zeta \int_{-\frac{1}{2}d}^{+\frac{1}{2}d} P \cdot d\delta,$$

wo c die Breite, d die Höhe des Querschnittes der Windungen von B bezeichnet, π , resp. μ die Zahl der Windungen auf der Längeneinheit von c , resp. d , sodass die Gesamtzahl der auf B vorhandenen Windungen $b = \pi c \mu d$. Entwickeln wir P in die Reihe:

$$P = P_0 + \zeta \left(\frac{dP}{d\zeta} \right)_0 + \delta \left(\frac{dP}{d\delta} \right)_0 + \frac{1}{2} \zeta^2 \left(\frac{d^2 P}{d\zeta^2} \right)_0 + \dots$$

so erhalten wir:

$$(VIII) \quad V_1 = 4\pi^2 R^2 k b \left\{ S_1 + \frac{1}{24} (c^2 S_2 + d^2 S_3) + \dots \right\},$$

wobei zur Abkürzung gesetzt ist:

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{2} \left(\frac{l}{\sigma} - 1 \right) + \frac{8}{16} R^2 \frac{l \varrho^2}{\sigma^5} + \frac{5}{128} R^4 l \varrho^2 \frac{3\varrho^2 - 4l^2}{\sigma^9}, \dots \\ S_2 &= \frac{1}{3} \frac{l \varrho^2}{\sigma^5} \left\{ -1 + \frac{8}{3} R^2 \frac{4l^2 - 3\varrho^2}{\sigma^4} - \frac{35}{64} R^4 \frac{5\varrho^4 - 20l^2 \varrho^2 + 8l^4}{\sigma^8} \dots \right\} \\ S_3 &= \frac{1}{6} \frac{l}{\sigma^5} \left\{ 2\varrho^2 - l^2 + \frac{8}{3} R^2 \frac{2l^4 - 21l^2 \varrho^2 + 12\varrho^4}{\sigma^4} \right. \\ &\quad \left. + \frac{5}{64} R^4 \frac{90\varrho^6 - 395\varrho^4 l^2 + 200\varrho^2 l^4 - 8l^6}{\sigma^8} \dots \right\}, \\ \sigma &= \sqrt{l^2 + \varrho^2}. \end{aligned}$$

Aus den Formeln (IV) bis (VIII) findet man das gesuchte Correctionsglied:

$$(IX) \quad 2a = 2 \left\{ S_1 + \frac{1}{24} (c^2 S_2 + d^2 S_3) \dots \right\}.$$

Weitere Glieder von $2a$, als die hier aufgeführten, zu berücksichtigen, war bei den benutzten Apparaten nicht nöthig, denn das nächstfolgende Glied hatte angenähert den Werth $S_1 \cdot 10^{-5}$.

Fällt der Mittelpunkt der Inductionsrolle B nicht mehr in den Mittelpunkt des Solenoids, sondern besitzt von diesem

in der Richtung der Axe den Abstand e , so erhält man mit genügender Annäherung:

$$(IX_*) \quad 2a_1 = 2 \left\{ S_1 + \frac{1}{24} [(12e^2 + c^2) S_2 + d^2 S_3] \dots \right\}.$$

3. Die Grundmaasse.

Alle Längenmessungen sind bezogen auf einen Maassstab aus Glas mit Millimetertheilung, welcher in der Normalaichungscommission in Berlin mit dem Normalmeter verglichen ist. Eine Ausnahme hiervon macht nur eine später zu erwähnende Messung, der ein cylindrischer Glasstab zu Grunde liegt, dessen Länge ich nicht selbst bestimmen konnte, und der deshalb ebenfalls in der Normalaichungscommission ausgemessen wurde. Für beide Messungen bin ich dem Director Hrn. Geh. Regierungsrath Förster zu Dank verpflichtet.

Zu den Zeitmessungen diente ein Marinechronometer von Bröcking in Hamburg, das halbe Secunden schlug. Der Gang desselben wurde durch Zeitbestimmungen controlirt.

4. Das Solenoid.

Das Solenoid ist auf eine vielfach verleimte hohle Walze aus Holz gewickelt, wie solche in den Orchestrions verwendet werden. Dieselbe ist im Jahre 1868 angefertigt und im Mai 1884 für den vorliegenden Zweck nochmals abgeschliffen und auf der Drehbank polirt. Der Durchmesser derselben wurde auf drei verschiedene Arten¹⁾ bestimmt, die so gewählt waren, dass sie zugleich ein Urtheil ermöglichen darüber, ob der Querschnitt der Walze mit genügender Annäherung ein Kreis, und ob ebenso die ganze Walze ein Cylinder war.

1) Ich habe auch versucht, den Durchmesser durch Kathetometermessungen zu bestimmen, aber keine brauchbaren Werthe erhalten. Die Einstellungen auf denselben Punkt einer Seitenkante der Cylinderfläche differirten um mehr als 0,1 mm, je nachdem ich die Kante von der hinteren oder der vorderen Seite beleuchtete, je nachdem ich das Licht direct auffallen oder durch mattgeschliffene Glasplatten gehen liess etc. Aehnliche Beobachtungen hat auch Hr. Wild gemacht, doch ist es ihm bei seinen Apparaten gelungen, eine Einrichtung zu treffen, die übereinstimmende Resultate lieferte. *Mém. de l'Acad. de St. Pétersbourg.* (7) 82. No. 2. p. 81.

1. Messung: Mittelst einer Mikrometerschraube wurden an 13 über die Länge der Walze gleichmässig vertheilten Punkten je sechs Durchmesser desselben Querschnittes verglichen mit der Länge eines Glasstabes.

Fig. 3 stellt die benutzte Einrichtung dar. Eine mit drei Fusschrauben versehene 3 cm dicke Eisenplatte *E* trägt auf drei Messingsäulen *M* eine in der Mitte durchbrochene Metallplatte *S*, in welche die Gewinde eingeschnitten sind für drei Schrauben mit flachabgedrehten Köpfen *K*. Auf diesen ruhen die Füße eines Sphärometers von Breithaupt und werden in ihrer Stellung durch die Klemmen *F* gesichert. In der Mitte der Platte *E* sind zwei Glasstücke *G* so eingekittet¹⁾, dass sie im reflectirten Lichte die Newton'schen Ringe zeigen, und dass diese ihre Lage ändern, sobald man die oberste Glasplatte, resp. den kleinen auf derselben befestigten Knopf *B* berührt. Die Ringe werden mit einem Mikroskop beobachtet. Der ganze Apparat ruht auf einer in der Wand eingegypsten Steinplatte. Der zur Vergleichung benutzte Glasstab *T* war cylindrisch, ca. 2 cm dick und, wie Fig. 4 zeigt, in eine mit Stellschrauben versehene Messingplatte *P* eingekittet. In der Mitte jeder der beiden senkrecht zur Längsaxe angeschliffenen Endflächen des Stabes war ein Kreisring eingätzt von nicht ganz 3 mm Durchmesser. Der Abstand dieser so markirten Kreisflächen ist in der Normalaichungscommission zu Berlin bestimmt zu 23,3264 cm bei 18,5° C. mit einer wahrscheinlichen Unsicherheit von 0,0002 bis 0,0003 cm. Um mit diesem Abstände die Durchmesser der Walze zu vergleichen, wurde zunächst die Platte *E* (Fig. 3) mit Hülfe einer Libelle horizontal gestellt und an den Schrauben *K* so lange gedreht, bis die Axe der Sphärometerschraube *X* senkrecht stand über dem Knopfe *B*, dann der Dreifuss (Fig. 4) mit dem Glasstabe zwischen den Knopf *B* und das Ende der Mikrometerschraube gestellt, an den Fusschrauben des Dreifusses gedreht, bis die untere Kreisfläche des Glasstabes mit dem Knopfe *B* in Berührung kam, die Sphärometerschraube bis zur Berührung mit der oberen Kreisfläche gedreht und

1) Vgl. K. R. Koch, Wied. Ann. 3. p. 611. 1878.

ihre Stellung an der Theilung abgelesen. Der Eintritt der Berührung wurde hierbei immer im Mikroskop an der beginnenden Bewegung der Newton'schen Ringe erkannt. Hierauf wurde der Glasstab entfernt und die Stellung der Sphärometerschraube für einen Durchmesser der Walze bestimmt. Die letztere ruhte hierbei auf einem, resp. zwei passend gepolsterten Schlitten, welche durch Schrauben in drei zu einander senkrechten Richtungen bewegt werden konnten. Um sicher zu sein, dass der tiefste, resp. höchste Punkt eines Querschnittes der Walze mit dem Knopfe *B*, resp. dem Ende der Sphärometerschraube in Berührung war, also nicht etwa eine Sehne statt des Durchmessers gemessen ward, wurde die Walze senkrecht zu ihrer Längsaxe erst in der einen, dann in der entgegengesetzten Richtung verschoben und für alle Stellungen, 8—10 im ganzen, die Einstellung der Sphärometerschraube abgelesen. Der grösste hierbei gefundene Werth war dann der des Durchmessers. Dieses Hin- und Herbewegen wurde viermal wiederholt, sodass für jeden Durchmesser drei Ablesungen gewonnen wurden. Dieselben differirten nie um mehr als 0,005 mm.

Die Temperatur der Räume, in welchen die Messungen ausgeführt wurden, und in welchen die Walze bis nach Beendigung aller Beobachtungen stehen blieb, lag stets (Nacht und Tag) zwischen 13 und 16° C. Um auch diese Unterschiede in den Temperaturen in Rechnung ziehen zu können, habe ich vor Beginn der eigentlichen Messungen versucht, mit dem eben beschriebenen Apparate den Ausdehnungscoëfficienten der Walze wenigstens angenähert zu bestimmen, und zwischen 9 und 22° C. für denselben gefunden: 0,00005. Mit Zugrundelegung dieses Werthes sind dann alle Messungen auf 14° C. reducirt. Mit demselben Apparate habe ich auch untersucht, ob der Feuchtigkeitsgehalt der Luft einen messbaren Einfluss ausübte. Die Feuchtigkeit der Zimmerluft wurde mit einem August'schen Psychrometer bestimmt. Für Schwankungen der relativen Feuchtigkeit von 60 bis nahezu 90 Proc. konnte nicht die geringste Aenderung in dem Durchmesser der Walze gefunden werden. Die definitiven Messungen haben ergeben:

| | der kleinste Werth | der grösste Werth | im Mittel |
|----------------|--------------------|-------------------|-----------|
| I _a | 23,3198 | 23,3289 | 23,3252 |
| I _b | 23,3187 | 23,3293 | 23,3244 |

Die Messung I_a wurde ausgeführt in den Tagen vom 23. bis 27. October 1884, die Messung I_b vom 2. bis 8. Januar 1885. Die sehr kleine Differenz zwischen dem grössten und kleinsten Werthe lässt erkennen, dass der Querschnitt mit genügender Annäherung als Kreis betrachtet werden kann.

2. Messung: Durch umgelegte Papierstreifen wurden an 13 Stellen die Umfänge der Walze gemessen.



Die Streifen waren aus Pauspapier geschnitten, wie beistehende Figur zeigt, 4 cm breit, die Strecke *AB* war um wenige Millimeter kürzer, als der zu messende Umfang. Bei dem Umlegen des Streifens wurde *BC* durch die Oeffnung bei *A* gezogen, an *C* und *D* wurden je 250 g angehängt und der Streifen, von dem tiefsten Punkte des Umfanges anfangend, mit beiden Händen glatt gestrichen. Nachdem durch einen Stich mit einer feinen Nadel zwei übereinander liegende Punkte des Streifens markirt waren, wurde derselbe so über den horizontal gelegten, oben erwähnten Glasmaassstab gelegt, dass die Enden mit den Gewichten frei herunterhingen, dann wurden auf die Nadelstiche zwei Mikroskope mit Ocularmikrometern eingestellt und abgelesen, der Papierstreifen entfernt, der Maassstab durch Fusschrauben um die Papierdicke gehoben, sodass die Mikroskope jetzt auf die Theilung des Maassstabes scharf eingestellt waren, und dann an diesen ihre Entfernung voneinander abgelesen. Jeder Umfang wurde zweimal gemessen. Aus der so gefundenen Länge *l* und der Dicke des benutzten Papiers *δ* wurde der Durchmesser berechnet:

$$D = \frac{l}{\pi} - \delta, \quad \delta \text{ betrug } 0,07 \text{ mm.}$$

Für den Durchmesser wurde gefunden:

| | | der kleinste Werth | der grösste Werth | im Mittel |
|-------------|-----------------|--------------------|-------------------|-----------|
| d. 10. Jan. | II _a | 23,3186 | 23,3256 | 23,3227 |
| d. 12. Jan. | II _b | 23,3186 | 23,3249 | 23,3231 |

Die Messung zeigt in Verbindung mit der ersten, dass die Walze gut cylindrisch war.

3. Messung: Der Durchmesser wurde berechnet aus der Länge des aufgewickelten Drahtes.

Um die Länge desselben zu bestimmen, waren fünf Messlatten mit Stellschrauben versehen und so an einander gesetzt, dass sie einen etwa 13 m langen Tisch bildeten, dieser wurde mit einer Schicht Paraffin übergossen, damit die Umspinnung des darüberhin schleifenden Drahtes keine Beschädigung erlitt. An den Enden dieser Bahn war je eine mit Millimetertheilung versehene Spiegelglasscala aufgekittet, und wurde die Entfernung entsprechender Theilstriche der beiden Scalen nach Art der Basismessungen ermittelt, indem ein Maassstab unter Mikroskopen verschoben wurde. Die Richtung, in welcher der Maassstab verschoben werden musste, wurde durch einen straffgespannten Draht markirt und mit einem Theodolithen controlirt. Bei der Wickelung wurde der Draht von einer Spule abgewickelt, die nahezu gleichen Radius hatte, wie das zu wickelnde Solenoid. Dieselbe lief in Spitzen, und war an der Axe durch passende Gewichte gebremst. Der Draht wurde zunächst über mehrere leicht laufende Rollen und dann über die Messbahn zur Walze geführt, die ihrerseits durch Schrauben an der Axe so stark gebremst war, dass sie in jeder beliebigen Stellung sicher feststand. Die Spannung des Drahtes hing im wesentlichen nur ab von der Grösse der bremsenden Gewichte und darf deshalb als constant angesehen werden. Ueber der ersten Glasscala der Bahn wurden mit einer feinen Nadel, deren Spitze in Asphaltlack getaucht wurde, auf den Draht drei feine Marken gemacht und diese, nachdem sie die Bahn durchlaufen hatten, über der zweiten Glasscala wieder abgelesen.

Während der Wickelung wurde gleichzeitig durch Mikroskop mit Ocularmikrometer an 332 Stellen die Dicke des Drahtes bestimmt und im Mittel gefunden $d = 0,047$ cm. Für den Durchmesser der Walze ohne Draht hat diese Messung ergeben: III 23,3242 cm.¹⁾

1) In dem Ber. d. Berl. Acad. 1885. 23. Juli ist durch ein Versehen 23,3262 gedruckt.

Nach beendeter Wickelung wurde der Durchmesser der Walze mit Draht wieder in der oben angegebenen Weise durch umgelegte Papierstreifen gemessen.

Mit Berücksichtigung der Drahtdicke ergibt sich aus dieser Messung der Durchmesser ohne Draht:

d. 12. Febr. IV_a 23,3190 cm.

Dieselbe Messung ausgeführt nach Beendigung der ganzen Arbeit ergab:

d. 9. Juli IV_b 23,3194 cm.

Endlich habe ich diese Messung auch noch ausgeführt mit einem Stahlbandmaass, welches den Papierstreifen durchaus ähnlich geschnitten war. Die Dicke desselben war $\delta = 0,17$ mm. Jeder Umfang wurde dreimal gemessen. Im Mittel ergab sich für den Durchmesser:

d. 10. Juli V 23,3204 cm.

Die Uebereinstimmung in den Resultaten der Messungen II, IV und V lässt erkennen, dass die Walze während der Dauer der Versuche keine merklichen Veränderungen erlitten hat. Ueberhaupt hat es wohl kein Bedenken, Rollen von Holz überall dort zu verwenden, wo man, wie in dem vorliegenden Falle, die Dimensionen stets kontrolliren kann.

Hr. G. Wiedemann sagt in seiner Arbeit: „Ueber die Bestimmung des Ohms“:¹⁾ „Papierstreifen eignen sich für ganz exacte Messungen dieser Art nicht gut, da sie durch Spannung und Belastung gedehnt werden. So verlängerte sich nach Kathetometerbeobachtungen ein durch 266 g belasteter Streifen von Zeichenpapier von 47 mm Breite bei weiterer Belastung mit 1073 g von 604,66 bis 605,02 mm“. Ich habe diese Versuche nachgemacht und, wie zu erwarten war, durchaus ähnliche Resultate erhalten, die Papierstreifen mit einem Schlitz, wie ich sie bei den obigen Messungen benutzt habe, sind sogar bei einer Belastung von 1200 g meistens gerissen. Trotzdem aber glaube ich, behaupten zu dürfen, dass unter den Verhältnissen und Bedingungen, unter welchen ich die Papierstreifen verwendet habe (Belastung von 250 g und Ausspannen über einen horizontalen Maass-

1) G. Wiedemann, Abh. der Berliner Academie. 1884. p. 24.

stab), man sehr genaue Messungen damit ausführen kann. Es erhellt dies, glaube ich, zur Genüge aus der ausserordentlich guten Uebereinstimmung, welche die zahlreichen, mit Papierstreifen ausgeführten Messungen sowohl unter einander als auch mit den in ganz anderer Weise ausgeführten übrigen Messungen zeigen.

Für die Berechnung des Radius R der Formel V wurden benutzt: das Mittel aus I_a und I_b $D = 23,3248$ cm, das Mittel aus II_a und II_b $D = 23,3229$ cm, ferner III $D = 23,3242$ cm, das Mittel aus IV_a und IV_b $D = 23,3192$ cm und V $D = 23,3204$ cm. Mit Berücksichtigung der Drahtdicke findet sich:

$$R = 11,6846 \text{ cm.}$$

Die Drahtwindungen bedeckten die Walze auf einer Länge:

$$2l = 135,125 \text{ cm.}$$

Diese Länge wurde in folgender Weise bestimmt. Es wurden drei Mikroskope mit Ocularmikrometer eingestellt auf den Anfang, auf einen Punkt nahe der Mitte und auf das Ende des Solenoids, dann wurde dieses entfernt, und der Glasmaassstab zuerst unter die beiden ersten, dann unter das zweite und dritte Mikroskop gebracht. Diese Messungen wurden an sechs verschiedenen Stellen ausgeführt, indem das Solenoid um je 60° um seine Längsaxe gedreht wurde. Jede Messung ist dreimal wiederholt.

Die Zahl der Windungen, durch ein Uhrwerk bei der Wickelung bestimmt und durch directes Zählen controlirt, war 2864. Mithin ist die Anzahl der Windungen auf der Längeneinheit:

$$k = \frac{2864}{135,125}.$$

Der Kupferdraht war doppelt mit weisser Seide übersponnen und durch eine Lösung von Paraffin in Terpentinöl gezogen. Proben desselben waren chemisch auf ihren Eisengehalt untersucht. Qualitativ konnten Spuren desselben nachgewiesen werden, doch waren dieselben zu gering, um quantitativ bestimmt werden zu können. Ein astatisches Nadel-paar wurde durch eine Rolle des Drahtes nicht merklich abgelenkt.

So unwahrscheinlich es an und für sich war, dass bei

nur einer Lage von doppelt umsponnenem und mit Paraffin überzogenem Drahte, dessen Windungen ohne jede Gewalt nebeneinander gelegt waren, zwei derselben in metallische Berührung getreten sein sollten, so wünschte ich doch eine Controle für die Isolation bringen zu können, und ich habe dieselbe deshalb mit einer Hughes'schen Inductions wage in ähnlicher Weite zu prüfen gesucht, wie dies von Lord Rayleigh¹⁾ beschrieben ist. Es wurde hierzu die später zu beschreibende Inductionsrolle *B* benutzt. Die Wickelung derselben bestand aus 15 Abtheilungen; sieben derselben wurden mit einer Drahtspule *C* zu einem primären Kreise verbunden, in welchen der durch einen Unterbrecher intermittirend gemachte Strom geschickt wurde. Die übrigen acht Abtheilungen der Rolle *B* bildeten zusammen mit einer Spule *D* den secundären Kreis, in welchen ein Telephon eingeschaltet war. Durch Verschieben von *C* gegen *D* konnte der Ton im Telephon zwar nicht absolut zum Verschwinden gebracht, aber doch so geschwächt werden, dass er nur noch bei äusserster Aufmerksamkeit und vollkommener Stille der Umgebung wahrgenommen werden konnte. Wurde jetzt *B* über das Solenoid geschoben, so trat eine geringe Verstärkung des Tones ein, um welche Stelle des Solenoids die Rolle auch gelegt wurde, und die Intensität dieses Tones konnte durch Verschieben von *C* gegen *D* nicht verringert werden. Lord Rayleigh hat schon darauf aufmerksam gemacht, dass der Ton wahrscheinlich Folge der Condensatorwirkung der zu prüfenden Rolle ist. Wurde das Solenoid in sich geschlossen, so trat eine Verstärkung des Tones ein. Wurden ferner zwei feine Nähnadeln, die durch einen Draht von etwa 2 S.-E. Widerstand verbunden waren, mit ihren Spitzen auf zwei Drahtwindungen des Solenoids in der Nähe der umgelegten Rolle *B* aufgedrückt, sodass hierdurch jene beiden Windungen metallisch in sich geschlossen waren, so trat eine bedeutende Verstärkung des Tones auf. Hieraus darf man schliessen, dass an jener Stelle ohne die Nähnadeln eine metallische Berührung zweier Windungen nicht stattgefunden hat. Diese

1) Lord Rayleigh, Proc. Roy. Soc. London. p. 1884.

Prüfung wurde über die ganze Länge des Solenoids ausgeführt, indem die Inductionsrolle stets um nahezu das Doppelte ihrer Breite verschoben wurde. Ein Isolationsfehler wurde nicht gefunden.

5. Die Inductionsrolle B.

Der Rahmen derselben war aus Holz. Der Kupferdraht, wie der des Solenoids mit weisser Seide doppelt umspinnen und durch Paraffin gezogen, bildete 3848 Windungen in 15 Abtheilungen, die beliebig combinirt werden konnten. Die Dicke des Drahtes war nicht bei allen Abtheilungen dieselbe. Alle zur Verwendung gekommenen Drahtsorten waren vorher chemisch auf Eisengehalt untersucht, bei keiner konnte eine quantitative Bestimmung ausgeführt werden. Die Breite der Spule betrug 4,01 cm. Der mittlere Radius jeder Abtheilung wurde berechnet aus den mit Papierstreifen gemessenen Umfängen der einzelnen Lagen.

Da die Dimensionen der Spule nur in das Correctionsglied $2a$ eingehen, so ist die Genauigkeit dieser Bestimmung mehr als ausreichend. Dagegen erschien es wichtig, die Zahl der Windungen b zu controliren, denn diese tritt in dem Ausdrucke für den Widerstand r (p. 548) direct als Factor auf. Diese Zahl war bei der Wickelung durch ein Uhrwerk bestimmt, und waren ausserdem die Windungen jeder Lage direct gezählt, ehe eine neue Lage darüber gewickelt war. Es konnte hier aber ein Fehler dadurch entstehen, dass zwei Windungen infolge mangelhafter Isolation in metallische Berührung getreten waren. Es wurden deshalb die mittleren Radien der einzelnen Abtheilungen nach der Methode von Bosscha¹⁾ miteinander verglichen. Zu dem Zwecke wurde die Spule als Tangentenbussole eingerichtet mit einem kleinen Magnet für Spiegelablesung, der Strom von zwei Daniell'schen Elementen in zwei aufeinander folgende Abtheilungen verzweigt und in die Leitung der einen von beiden so viel Widerstand zugeschaltet, bis der Magnet nicht mehr abgelenkt wurde. Es besteht dann die Beziehung:

1) G. Wiedemann, *Electricität*, 3. p. 213. 1885.

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{q_1}{q_2} \frac{n_2}{n_1} \frac{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha_1}{q_1} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\beta_1}{q_1} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{q_1} \right)^2}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha_2}{q_2} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\beta_2}{q_2} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{q_2} \right)^2},$$

w der Gesamtwiderstand einer Leitung, ρ der mittlere Radius einer Abtheilung, n die Zahl ihrer Windungen, α die halbe Breite, β die halbe Höhe des rechteckigen Querschnittes der Windungen, λ die halbe Länge des Magnets.

Die äussersten Abtheilungen der Rolle, nämlich Nr. 15, 14 und 13 bestanden je aus einer Lage von Draht, der mit einer dicken Kautschukhülle umgeben war, sodass bei diesen ein Isolationsfehler nicht zu fürchten war. Die Vergleichung geschah deshalb in der Reihenfolge, dass Nr. 15 mit 14, Nr. 14 mit 13, Nr. 13 mit 12 u. s. w. je zwei aufeinander folgende Abtheilungen. Die nachfolgende Tabelle enthält in der ersten Columne die Nummer der Abtheilung, in der zweiten die Zahl ihrer Windungen, in der dritten den mittleren Radius gemessen mit Papierstreifen, in der vierten das Verhältniss ρ_k/ρ_{k-1} berechnet aus den Werthen der Columne drei, und in der fünften dasselbe Verhältniss, abgeleitet aus den eben beschriebenen Beobachtungen.

| Nr. | n | ρ | ρ_k/ρ_{k-1} ber. | ρ_k/ρ_{k-1} beob. |
|-----|-----|---------|-----------------------------|------------------------------|
| 15 | 12 | 17,104 | — | — |
| 14 | 12 | 16,800 | 1,0181 | 1,0191 |
| 13 | 12 | 16,498 | 1,0183 | 1,0180 |
| 12 | 205 | 16,230 | 1,0165 | 1,0172 |
| 11 | 414 | 15,842 | 1,0245 | 1,0249 |
| 10 | 561 | 15,147 | 1,0459 | 1,0454 |
| 9 | 154 | 14,620 | 1,0860 | 1,0858 |
| 8 | 258 | 14,334 | 1,0200 | 1,0202 |
| 7 | 257 | 13,9885 | 1,0247 | 1,0243 |
| 6 | 257 | 13,635 | 1,0263 | 1,0261 |
| 5 | 247 | 13,284 | 1,0264 | 1,0337(?) |
| 4 | 249 | 12,930 | 1,0274 | 1,0195 |
| 3 | 88 | 12,7165 | 1,0168 | 1,0170 |
| 2 | 432 | 12,584 | 1,0105 | 1,0108 |
| 1 | 690 | 12,314 | 1,0219 | 1,0215 |

Die kleinen Unterschiede in den Zahlen der Columnen 4 und 5 rühren zum Theil von Beobachtungsfehlern her, zum

1) F. Himstedt, Wied. Ann. 22. p. 276. 1884.

Theil daher, dass der mittlere Radius von Drahtwindungen erfahrungsgemäss durch Umwicklung neuer Lagen geändert wird. Hier ist aber einmal (Columnne 4) das Verhältniss ρ_k/ρ_{k-1} aus den Messungen bei der Wickelung bestimmt, das andere mal (Columnne 5) nach beendigter Wickelung, eine vollständige Uebereinstimmung war deshalb von vornherein nicht zu erwarten. Im übrigen zeigen die Zahlen deutlich, dass ein Isolationsfehler nicht vorhanden. Eine Ausnahme hiervon macht nur Abtheilung Nr. 5. Für ρ_6/ρ_5 und ρ_5/ρ_4 stimmen die berechneten Werthe nicht mit den beobachteten überein, dagegen findet man für ρ_6/ρ_4 wieder Uebereinstimmung, nämlich ber.: 1,0545, beob.: 1,0539. Der Fehler muss also in der fünften Abtheilung stecken und wurde diese deshalb bei den Versuchen nicht benutzt.

6. Der Disjunctor.

Der Disjunctor D_1 und D_2 der Fig. 1 wurde durch das phonische Rad getrieben.¹⁾ Zur Bestimmung von n der Anzahl der Unterbrechungen in der Secunde war mit der Rotationsaxe ein Zählwerk verbunden, das direct $1/60$ Umdrehung abzulesen gestattete. Gezählt wurden bei jedem Versuche mindestens 900—1000 Umdrehungen, sodass die erforderliche Genauigkeit leicht zu erreichen war. Der Apparat arbeitete sehr gleichmässig, sodass die Ablenkungen am Galvanometer durchaus constant waren. Es scheint mir dies ein wesentlicher Vorzug dieses Disjunctors gegenüber dem von Hrn. Roiti benutzten zu sein, und ich glaube, dass die Abweichungen, welche die einzelnen Beobachtungen des Hrn. Roiti voneinander gezeigt haben, gewiss zum grössten Theile, wenn nicht ganz ihre Erklärung finden in dem unregelmässigen Gange des von ihm benutzten Schmidt'schen Wassermotors. Eine andere Erklärung für dieselben vermag ich wenigstens nicht in der sehr sorgfältigen Untersuchung zu finden.

7. Der Widerstand r .

Der in absolutem Maasse zu bestimmende Widerstand betrug 1 S.-E. oder $1/2$ S.-E. oder 2 S.-E. und wurde gebildet

1) Himstedt, Wied. Ann. 22. p. 276. 1884.

aus zwei Einheiten von Siemens und Halske, die entweder einzeln oder neben- oder hintereinander geschaltet zur Verwendung kamen. Dieselben hatten nicht die gewöhnliche Form der sogenannten Doseneinheiten, sondern waren mit Metallbüchsen umgeben, die mit Kaiseröl angefüllt wurden, sodass der Drahtwiderstand direct in dieser Flüssigkeit lag, mithin die Temperaturbestimmung eine durchaus sichere war. Ausserdem standen die Büchsen in einem grossen Flüssigkeitsbade und dieses in einer mit Watte ausgefüllten Kiste, infolge hiervon blieb die Temperatur während der Dauer einer Beobachtung vollständig constant.

Da alle Reproductionen der Quecksilbereinheit übereinstimmend gezeigt haben, dass die von Siemens und Halske ausgegebenen Etalons mit genügender Annäherung den angegebenen Widerstand wirklich besitzen, so habe ich mich darauf beschränkt, die beiden Einheiten sowohl unter sich als mit einer Doseneinheit vor und nach den Versuchen zu vergleichen. Die Doseneinheit war in der Zwischenzeit unbenutzt geblieben. Die Vergleichung geschah mittelst eines Differentialgalvanometers Wiedemann'scher Construction, dessen Rollen aus 2 mm dickem Kupferdraht einen Widerstand von $\frac{1}{3}$ S.-E. hatten. In den einen Zweig wurde einer der zu vergleichenden Widerstände r_1 eingeschaltet, in den anderen ein Jacobi'scher Rheostat und eine S.-E., zu welcher ein Widerstandskasten von 1—5000 parallel geschaltet war. In diesem Kasten wurde Stöpsel 1000 gezogen und am Rheostat geändert, bis am Galvanometer kein Ausschlag mehr erfolgte. Dann wurde r_1 in dem ersten Zweige vertauscht mit r_2 (r_1 und r_2 waren die zu vergleichenden Widerstände) und am Kasten gestöpselt, bis wieder das Galvanometer auf Null stand. Selbstverständlich blieb hierbei jetzt der Rheostat vollständig ungeändert. Die Methode ist sehr bequem. Man verfügt über sehr kleine Bruchtheile der S.-E. und findet die Differenz der zu vergleichenden Widerstände direct in Bruchtheilen der S.-E.

Die beiden oben erwähnten S.-E. und die Doseneinheit tragen die Bemerkungen:

| | Nr. | richtig bei | α | |
|-------|------|-------------|----------|-------------|
| r_1 | 3618 | 21,5° C. | 0,00037 | } März 1885 |
| r_2 | 3619 | 20,9 | 0,00036 | |
| d | 3164 | 18,2 | 0,00033 | April 1884. |

Es müssen also bei 18,2° C. sein:

$$r_1 : r_2 : d = 0,998\,779 : 0,999\,028 : 1. —$$

Es wurde gefunden am 26./4. 1885 reducirt auf 18,2° C.:

$$r_1 : r_2 : d = 0,998\,827 : 0,999\,097 : 1. —$$

Hierbei wurden die Temperaturen von r_1 , r_2 und d abgelesen zu 14,96° C., 14,95° C. und 14,83° C. Die Widerstände hatten 24 Stunden in derselben Kiste gestanden, die beiden ersteren im Flüssigkeitsbade, d in der Luft. Nimmt man an, dass alle Widerstände dieselbe Temperatur hatten, und die von d fehlerhaft bestimmt war, so wird die Uebereinstimmung mit den Angaben von Siemens und Halske noch grösser.

Die Vergleichung am 12. Juli ergab reducirt auf 18,2° C.:

$$r_1 : r_2 : d = 0,998\,843 : 0,999\,062 : 1.$$

Die abgelesenen Temperaturen sind:

$$18,80, 18,80 \text{ und } 18,78^\circ \text{ C.}$$

Die Empfindlichkeit des Galvanometers war der Art, dass bei Anwendung eines Bunsen'schen Elementes für 1,10— S.-E. ein Ausschlag von 58 Scalentheilen erfolgte. Der Scalenabstand betrug 4,5 m.

Für die folgenden Bestimmungen sind die Angaben von Siemens und Halske als richtig angenommen.

8. Die Thermometer.

Die Thermometer waren in Zehntelgrade eingetheilt. Zwei Theilstriche hatten eine Entfernung von ca. 1 mm, sodass Hundertstelgrade sicher geschätzt werden konnten. Die Thermometer wurden dreimal sehr sorgfältig mit dem Normal-Thermometer des hiesigen physikalischen Instituts verglichen.

9. Das Galvanometer.

Der Draht, doppelt mit weisser Seide umspinnen und durch Paraffin gezogen, war auf einen Rahmen von Holz in zwei Abtheilungen gewickelt. Der Rahmen war nicht durchbrochen, die Magnete deshalb an einem Bügel aus Aluminium

aufgehängt, ähnlich dem bei dem Meissner-Meyerstein'schen Galvanometer.¹⁾ Es wurde ein System von drei Magneten benutzt, von denen einer in der Mitte der Windungen und je einer über, resp. unter denselben schwingt. Dieselben waren voneinander und von dem Bügel isolirt. Zwei derselben bildeten ein astatisches Paar, der dritte war bedeutend schwächer. Es wurde durch diese Anordnung eine grosse Empfindlichkeit bei sicherer Nullpunktslage erreicht und überflüssige Gewichte vermieden, die sonst zur Erzielung einer grossen Schwingungsdauer nöthig gewesen wären. Eine Dämpfung war nicht angebracht, die Ablenkungen wurden durch Beobachtung der Umkehrpunkte bestimmt. Bei etwa 4 m Scalenabstand betrugen die doppelten Ablenkungen ca. 800 mm. Die Ablenkungen bei der Messung der Inductionsströme und bei der des constanten Stromes waren stets bis auf wenige Scalentheile einander gleich, sodass es nicht nöthig war, für die Reduction auf Bogen den Scalenabstand mit der äussersten Genauigkeit zu messen. Die Theilungsfehler der Fernrohrscala waren bekannt.

10. Aufstellung der Apparate.

Das Solenoid stand vertical $\frac{1}{2}$ m über dem Fussboden, 1 m entfernt von der Zimmerwand auf einem Brett mit Fusschrauben. Die Inductionsrolle war darüber geschoben und ruhte mit drei Stellschrauben auf zwei in der Wand befestigten Balken. Da der innere Durchmesser der Holzrolle nur 0,5 cm grösser war als der äussere Durchmesser des Solenoids, so war es leicht, die Axen der beiden zur Coincidenz zu bringen. Uebrigens hat ein Fehler von 2—3 mm in der Einstellung auf das schliessliche Resultat keinen messbaren Einfluss. Ebenso hat es keine Schwierigkeiten, die Mittelpunkte bis auf 0,1 cm genau zum Zusammenfall zu bringen. Eine solche Genauigkeit ist aber auch hierbei gar nicht erforderlich, denn ein Fehler von 1 cm bei dieser Einstellung gibt im Endresultate erst eine Abweichung von höchstens 0,002 Proc. In dem Zimmer war ausser den Thür-

1) G. Wiedemann, *Electricität*. 8. p. 548.

und Fensterbeschlägen kein Metall. Alle anderen Apparate standen in einem anstossenden Zimmer und hatten in Luftlinie mindestens eine Entfernung von 13 m von dem Solenoid. Alle Verbindungsdrähte waren mit Kautschuk überzogen und leicht zusammengedreht, alle Stromwender etc. aus Paraffin und Siegellack angefertigt. Trotzdem diese letzteren, wenn nicht benutzt, sorgfältig durch übergestülpte Kasten geschützt wurden, sammelte sich auf denselben doch stets etwas Staub an. Derselbe wurde vor jedem Versuche mit einem Haarpinsel entfernt, dann aber noch alle diese Apparate mit der Flamme des Bunsen'schen Brenners überfahren. Bei Beobachtung dieser Vorsichtsmaassregeln habe ich nie Störungen in der Isolation bemerkt. Die Schneiden des Disjunctors wurden vor jedem Versuche neu verkupfert und amalgamirt, das Quecksilber in den Rinnen sehr sorgfältig gereinigt durch Waschen und Filtriren, sodass es blanke gute Kuppen bildete.

Von grosser Wichtigkeit war, dass bei der Messung des constanten Stromes die Ableitung genau an den Enden des Widerstandes r (Fig. 1) stattfand. Die Electroden dieses bestanden aus amalgamirten Kupferstangen von 6 mm Durchmesser. An diese wurden die Zu-, resp. Ableitungsdrähte, ebenfalls amalgamirt, angelegt und durch umgewickelten Kupferdraht festgeschnürt, das Ganze dann in Quecksilbernäpfe getaucht. Bei anderen Versuchen tauchten die Enden von r in die mit Quecksilber gefüllten Bohrungen von Messingklötzen, an welche die Zu- und Ableitungsdrähte angelöthet waren.

Die Methode setzt voraus, dass der Widerstand des secundären Kreises $r_1 + w_2$ bei der Messung der Inductionsströme (Schaltung I)¹⁾ gleich ist dem Widerstande $r + w_2$ bei der Messung des constanten Stromes (Schaltung II). Die Schaltung I konnte durch eine einzige Drehung eines passenden Commutators übergeführt werden in Schaltung II, indem dabei die Unterbrecher D_1 und D_2 ausgeschaltet und durch ihnen gleiche Drahtwiderstände ersetzt wurden, und

1) Vgl. p. 548.

indem w_0 ersetzt wurde durch die Leitung des secundären Kreises, nachdem aus dieser r_1 weggelassen war. Vor, resp. nach jedem Versuche wurden nun die betreffenden Widerstände abgeglichen, resp. ihre Gleichheit controlirt, indem zuerst die Leitung des secundären Kreises (Schaltung I) in den einen Zweig eines Differentialgalvanometers eingeschaltet wurde, dessen anderer Zweig einen Widerstandskasten und einen Jacobi'schen Rheostaten enthielt. Erfolgte kein Ausschlag mehr am Galvanometer, so wurde Schaltung I durch Umlegen des oben erwähnten Commutators in Schaltung II übergeführt und der Widerstand dieser so lange geändert, bis das Galvanometer wieder auf Null stand. Die Grösse der hierbei zur Vergleichung kommenden Widerstände betrug bei den einzelnen Versuchen zwischen 300 und 500 S.-E. Eine Ungleichheit von 0,01 S.-E. gab am Galvanometer bei Anwendung eines Daniell'schen Elementes einen Doppelausschlag von 3—6 Scalentheilen. Da der Widerstand von Schaltung I, wie aus Fig. 1 ersichtlich, bis auf etwa 0,3 Proc. sich genau aus denselben Theilen zusammensetzte, wie der von Schaltung II, und da die ausgewechselten Stücke durchaus gleichartig waren, nämlich zwei S.-E., so trat während der Versuche nie eine messbare Störung der Gleichheit ein.

11. Die Versuche.

Im ganzen wurden 67 Versuche ausgeführt. Bei der Anordnung derselben wurde Bedacht darauf genommen, alle darin vorkommenden Grössen in möglichst weiten Grenzen zu variiren. Am wenigsten war dies möglich bei dem Solenoid. Dieses wurde bei allen Versuchen benutzt, und hier konnte nur die Abänderung getroffen werden, dass die Inductionsrolle statt um die Mitte desselben, um einen Punkt gelegt wurde, der 10 cm mehr nach dem oberen oder unteren Ende des Solenoids lag.

Von der Inductionsrolle wurden einzelne Abtheilungen oder Combinationen derselben von zwei bis fünf angewendet, sodass die Zahl der benutzten Windungen 359 bis 2020 betrug.

Die Zahl der Stromunterbrechungen per Secunde betrug

5 bis nahe 13. Mehr wurden nie benutzt, um sicher zu sein, dass die Inductionsströme Zeit hatten, vollständig abzulaufen. Ob, resp. dass dies der Fall war, wurde vor jedem Versuche mit neuer Unterbrechungszahl in folgender Weise untersucht. Es wurde dem Disjunctor die für den Versuch bestimmte Rotationsgeschwindigkeit erteilt und die Inductionsströme durch die Ablenkung am Galvanometer gemessen. Darauf wurden die Scheiden des Disjunctors ein wenig verstellt in dem Sinne, dass jetzt die Inductionsströme weniger Zeit zu ihrer Ausbildung hatten, und wieder die Ablenkung am Galvanometer gemessen. War diese dieselbe geblieben, so war damit bewiesen, dass die Inductionsströme zu voller Ausbildung gelangt waren, war sie kleiner geworden, oder zeigten sich kleine Schwankungen in den Ablenkungen am Galvanometer, so wurde natürlich jene Rotationsgeschwindigkeit nicht benutzt.

Der in absolutem Maasse zu bestimmende Widerstand betrug, wie schon erwähnt, $\frac{1}{2}$ S.-E. oder 1 S.-E. oder 2 S.-E. Damit der Ausschlag am Galvanometer eine passende Grösse hatte, wurde entweder die Stärke des inducirenden Stromes geändert, indem der Widerstand des primären Kreises vergrößert oder verkleinert wurde, oder die Stärke des inducirten Stromes in entsprechender Weise regulirt oder die Empfindlichkeit des Galvanometers geändert, indem eine oder beide Drahtwickelungen benutzt wurden, oder aber der dritte Magnet des Systems schwächer oder stärker genommen wurde. Die Schwingungsdauer des Galvanometers betrug 15 bis 33 Sekunden.

Da mit dem Galvanometer eine Reihe schnell aufeinander folgender Inductionsströme gemessen werden sollte, so war es denkbar, dass die Dicke der Magnete von Einfluss gewesen wäre. Es wurden deshalb zu einer Anzahl von Versuchen Magnete von 6 mm Durchmesser, zu den übrigen Versuchen solche von nicht ganz 1 mm Durchmesser benutzt. Die erhaltenen Resultate weichen nicht voneinander ab.

Die Stärke des inducirenden Stromes betrug 0,0008 bis 0,01 Ampère. Die Versuche wurden ausgeführt mit Schliessungs- und mit Oeffnungs-Inductions-Strömen. Die Ver-

suchsanordnung setzt voraus, dass die electromotorische Kraft des benutzten Elementes während der Dauer eines Versuches stets dieselbe ist, unabhängig davon, ob das Element periodisch, wie bei der Beobachtung der Inductionsströme, oder dauernd, wie bei der Messung des constanten Stromes, in Anspruch genommen wird. Es liegt deshalb der Einwand sehr nahe, dass die Polarisirung in der Kette zu Fehlern Veranlassung geben kann. Um diesem Einwande zu begegnen, wurden benutzt:

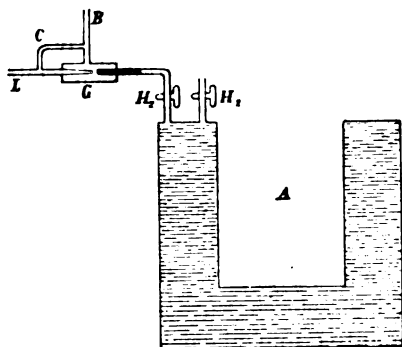
1. Ein bis vier Daniell'sche Elemente, die direct den Strom in das Solenoid schickten.

2. Vier bis sechs Bunsen'sche Elemente, die durch einen Drahtwiderstand geschlossen waren. Von zwei passend gewählten Punkten dieses Widerstandes wurde der für diese Versuche nöthige Strom abgezweigt. Hierbei sind also die Elemente stets geschlossen, durch den Unterbrecher D_1 wird nur der Widerstand des Stromkreises geändert.

3. Eine Thermosäule.

Alle Stromquellen lieferten übereinstimmende Resultate.

Die Thermosäule bestand aus 130 Eisen- und Neusilberdrähten, die so auf ein $\frac{1}{2}$ m langes Brett gewickelt waren, dass die Löthstellen an den beiden entgegengesetzten Enden desselben lagen. Die eine Reihe der Löthstellen befand sich in einem Glasgefässe mit Kaiseröl, das in einem grossen Wasserbade stand, durch welches beständig das Wasser der Wasserleitung floss. Durch Einpacken in Eis habe ich eine constante Temperatur für längere Zeit nicht erzielen können. Es



dauerte dabei gewöhnlich 20 Minuten, bis die Löthstellen ihre tiefste Temperatur angenommen hatten, diese hielt sich 15–20 Minuten constant, begann aber dann wieder langsam zu steigen. Die zweite Reihe der Löthstellen befand sich in

einem Luftbade von etwa 260° C. Dasselbe besteht nach D'Arsonval aus einem doppelwandigen Gefässe von Kupferblech, das bei Zimmertemperatur etwa 7 l Oel fasst. Die Figur stellt einen Schnitt dar. Beim Anheizen ist der Hahn H_2 geschlossen, während H_1 dem sich ausdehnenden Oele freien Austritt gestattet. Ist die gewünschte Temperatur erreicht, so wird H_1 geschlossen und H_2 geöffnet. Das Ende von H_2 ist mit einem sehr feinen Gummihäutchen verschlossen, bis b mit Quecksilber gefüllt und mittelst Stopfen luftdicht in das Glasrohr G eingesetzt. In dieses mündet, ebenfalls luftdicht eingesetzt, das Gasleitungsrohr L . Das Rohr B führt zum Brenner, C verhütet das vollständige Auslöschen der Flamme. Die Löthstellen der Thermosäule befinden sich etwa in der Mitte von A . Das ganze Kupfergefäss steht auf einem passenden Dreifuss im Innern einer grossen Holzkiste, und ist aller freie Raum in derselben mit Holzasche ausgefüllt. Die Einrichtung bewährte sich ausgezeichnet, die Thermosäule war sehr constant.

Nachdem eine Anzahl von Versuchen (43) ausgeführt war, wurden alle Zuleitungsdrähte durch neue ersetzt, alle Stromwender, sowie der Disjuncteur neu aus Paraffin und Siegellack angefertigt. Die Resultate der nachfolgenden Versuche stimmten mit den früheren durchaus überein.

Die Dauer eines Versuches betrug je nach der benutzten Schwingungsdauer des Galvanometers 30 bis 70 Minuten.

Zuerst wurden mittelst des Differentialgalvanometers die Widerstände von Schaltung I und Schaltung II abgeglichen, die Temperatur des Widerstandes r abgelesen, der Disjuncteur in Thätigkeit gesetzt und bei einem bestimmten Schlage des Chronometers das Zählwerk an demselben eingeschaltet. Nun wurde α_1 beobachtet, indem zuerst bei einer bestimmten Stromesrichtung fünf Umkehrpunkte der Galvanometernadel abgelesen wurden, dann wurde der inducirende Strom commutirt und abgelesen, hierauf der inducirte, wieder der inducirende und zum Schluss nochmals der inducirte. Nachdem mittelst des Hauptcommutators Schaltung I übergeführt in II, wurde ebenso α_2 bestimmt, und diese Beobachtungen abwechselnd jede mindestens drei-, resp. zweimal wiederholt.

Jetzt wurde bei einem bestimmten Secundenschlage das Zählwerk des Disjunctors eingeschaltet und dieser angehalten, die Gleichheit der Widerstände von Schaltung I und II controlirt und wieder die Temperatur des Widerstandes r abgelesen.

Im Nachfolgenden theile ich die Beobachtungen des ersten Versuches ausführlich mit.

Den 27. 4. 1885 Temperatur beim Solenoid $T = 14,4^{\circ} \text{ C.}$:

$r = 1 \text{ S.-E. Nr. 3619 } t = 14,18^{\circ} \text{ C. u. } 14,19^{\circ} \text{ C.}$

Stärke des inducirenden Stromes $i = 0,0008 \text{ Ampère.}$

Von der Inductionsspule B benutzt die Abtheilungen Nr. 1, 12 und 13 mit im ganzen 907 Windungen. Mithin das Potential $V = 101681 \cdot 10^3 \text{ c. g. s.}$

Schwingungsdauer der Galvanometernadel: 15,7 Secunden.

Die am Galvanometer beobachteten Doppelausschläge $2s_1$ bei Schaltung I (Inductionsströme) und $2s_2$ bei Schaltung II (constanter Strom) waren:

| | | | | | |
|--------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $2s_1 =$ | 814,06 | 813,35 | 813,30 | 813,23 | 812,75 |
| $2s_2 =$ | 808,83 | 808,40 | 808,32 | 807,80 | |
| Scalenabstand 365,52 cm. | | | | | |

Hieraus berechnet $\text{tg } \alpha_2 / \text{tg } \alpha_1$:

0,99404 0,99421 0,99398 0,99396 0,99396 0,99368 0,99366

Mittel: 0,99393.

| Uhr | Zählwerk am Disjunctor |
|----------|------------------------|
| 9 h 47 m | 0 0 |
| 10 37 | 2328 47 |

Da der zweite Zeiger des Zählwerks die $1/60$ Umdrehungen anzeigt, so haben wir 2328,78 Umdrehungen in 3000 Secunden. Jede Umdrehung gibt 12 Unterbrechungen, mithin:

$$n = \frac{2328,78}{3000} \cdot 12 = 9,3151.$$

Mit Berücksichtigung des Temperaturcoefficienten der benutzten S.-E. ergibt sich:

$$1 \text{ S.-E.} = 0,94379 \text{ Ohm.}$$

Bei den für $\text{tg } \alpha_2 / \text{tg } \alpha_1$ mitgetheilten Zahlen beträgt die grösste Abweichung vom Mittel nahezu 0,0003 des Gesamtwertes. Ich muss bemerken, dass ausser diesem ersten Versuche nur noch zwei andere Beobachtungen (Nr. 10, und 17,

der folgenden Tabelle), also im ganzen 3 unter 66 eine ähnliche Differenz ergeben haben, bei allen anderen ist die Uebereinstimmung eine noch wesentlich bessere. Als Beispiel theile ich noch die Werthe des zweiten Versuches Ib mit:

| | | | | |
|---|------------------|---------|---------|---------|
| $2s_1 =$ | 778,23 | 778,11 | 778,25 | 778,17 |
| $2s_2 =$ | 798,60 | 798,28 | 798,42 | 798,28 |
| $\text{tg } \alpha_2 / \text{tg } \alpha_1$ | | | | |
| 1,02583 | 1,02569 | 1,02586 | 1,02586 | 1,02568 |
| 1,02564 | Mittel: 1,02576. | | | |

Die grösste Abweichung vom Mittel beträgt nur 0,0001.

Die folgende Tabelle enthält in der ersten Verticalreihe die Nummern der Versuche, in der zweiten die Bezeichnung der bei dem betr. Versuche benutzten Abtheilungen der Inductionsrolle, in der dritten die Zahl der darin enthaltenen Windungen. V giebt das Potential des Solenoids auf die in Frage kommenden Windungen der Inductionsspule, T die Zimmertemperatur in der Nähe des Solenoids. In der Columnne E bedeutet D Daniell'sches, B Bunsen'sches, θ Thermoelement. Die Stromstärke im inducirenden Kreise i , ausgedrückt in Ampère, ist angenähert berechnet aus der electromotorischen Kraft der benutzten Elemente und dem Widerstande des Kreises. Unter r findet sich der Widerstand, welcher in absolutem Maasse gemessen werden sollte. Wenn nur 1 S.-E. benutzt wurde, war dies stets Nr. 3619, richtig bei 20,9° C. $\alpha = 0,00036$. Die Temperatur dieses Widerstandes, zu Anfang und zu Ende des Versuches abgelesen, findet sich unter t . Weiter bedeutet n die Anzahl der Unterbrechungen in der Secunde, τ die Schwingungsdauer des Galvanometers in Secunden, und $\text{tg } \alpha_2 / \text{tg } \alpha_1$ das Verhältniss der reducirten Galvanometerablenkungen bei Schaltung I und II (cfr. p. 2). Endlich enthält die letzte Nummer den Werth der S.-E. in absolutem Maasse ausgedrückt, d. h. in Bruchtheilen des Ohms.

Zu der nachstehende Tabelle muss ich noch die folgenden Bemerkungen machen.

Die Versuche, deren Nummern den Index a tragen, sind mit Schliessungs-, die mit dem Index b mit Oeffnungs-Inductions-Strömen ausgeführt.

Die Resultate.

| Nr. | <i>A</i> | <i>b</i> | <i>V</i> · 10 ⁻³ | <i>T</i> | <i>E</i> | <i>i</i> | <i>r</i> | <i>t</i> | <i>n</i> | <i>τ</i> | tg α ₂ /tg α ₁ | S.-E./Ohm |
|-----------------|------------------|----------|-----------------------------|----------|----------|----------|----------|----------------|----------|----------|--------------------------------------|-----------|
| 1 ^a | 1.12.13 | 907 | 101 691 | 14,4 | 1 D. | 0,0008 | 1 | 14,18 14,19 | 9,3151 | 15,7 | 0,99393 | 0,94379 |
| 1 ^b | " | " | " | 14,6 | " | " | " | 14,39 14,70 | 9,0241 | " | 1,02576 | 0,94352 |
| 2 ^a | " | " | " | 14,2 | " | 0,002 | " | 14,68 13,33 | 9,1532 | " | 1,01134 | 0,94346 |
| 2 ^b | " | " | " | 14,3 | " | " | " | 13,34 13,62 | 9,1623 | " | 1,00987 | 0,94348 |
| 3 ^a | " | " | " | 13,9 | 2 D. | 0,006 | " | 13,64 13,88 | 9,1601 | " | 1,01004 | 0,94331 |
| 3 ^b | " | " | " | 14,1 | " | " | " | 14,15 14,15 | 9,1597 | " | 1,01008 | 0,94323 |
| 4 ^a | " | " | " | 14,8 | " | 0,01 | " | 14,22 14,62 | 9,1589 | " | 1,01061 | 0,94355 |
| 4 ^b | " | " | " | 14,5 | " | " | " | 14,71 15,05 | 9,1621 | " | 1,01048 | 0,94373 |
| 5 ^a | 1.2 | 1122 | 126 109 | 14,7 | 1 D. | 0,001 | " | 15,03 15,08 | 7,4797 | " | 0,99733 | 0,94334 |
| 5 ^b | " | " | " | 14,1 | " | " | " | 15,70 15,71 | 7,4822 | " | 0,99779 | 0,94347 |
| 6 ^a | 4.6.7.8 | 1021 | 114 347 | 15,1 | " | " | " | 15,93 15,41 | 8,1584 | " | 1,00934 | 0,94336 |
| 6 ^b | " | " | " | 15,3 | " | " | " | 15,40 13,75 | 8,1536 | " | 1,01026 | 0,94359 |
| 7 ^a | 10.11 | 975 | 108 638 | 15,2 | " | " | " | 13,18 13,14 | 8,6509 | " | 1,00211 | 0,94366 |
| 7 ^b | " | " | " | 14,9 | " | " | " | 13,66 13,66 | 8,6532 | " | 1,00120 | 0,94361 |
| 8 ^a | 3.11.12 13.14 | 731 | 81 402,1 | 14,8 | " | " | " | 15,23 14,77 | 11,4232 | " | 1,01204 | 0,94369 |
| 8 ^b | " | " | " | 14,1 | " | " | " | 14,75 14,9 | 11,4473 | " | 1,01012 | 0,94372 |
| 9 ^a | 1 | 690 | 77 574,7 | 13,8 | " | " | " | 15,55 15,56 | 12,2060 | " | 0,99434 | 0,94344 |
| 9 ^b | " | " | " | 14,1 | " | " | " | 16,43 16,44 | 12,1444 | " | 0,99932 | 0,94354 |
| 10 ^a | 2.4 | 681 | 76 483,9 | 14,5 | " | " | " | 16,77 16,98 | 12,4720 | " | 0,98696 | 0,94350 |
| 10 ^b | " | " | " | 14,8 | " | " | " | 16,88 16,90 | 12,5336 | " | 0,98262 | 0,94377 |
| 11 ^a | 1.2 | 1122 | 126 109 | 14,4 | " | 0,003 | " | 16,73 16,10 | 7,4989 | 23 | 0,99636 | 0,94375 |
| 11 ^b | " | " | " | 14,6 | " | " | " | 17,40 17,81 | 7,5022 | " | 0,99608 | 0,94379 |
| 12 ^a | 1.2.3.9 | 1364 | 153 195 | 14,7 | " | 0,0008 | " | 17,81 17,81 | 6,1193 | " | 1,00506 | 0,94354 |
| 12 ^b | " | " | " | 15,0 | " | " | " | 17,71 17,80 | 6,0702 | " | 1,01328 | 0,94363 |
| 13 ^a | " | " | " | 15,1 | " | " | " | 17,81 17,81 | 6,0735 | 33,4 | 1,01274 | 0,94370 |
| 13 ^b | " | " | " | 15,3 | " | " | " | 17,81 17,81 | 6,0760 | " | 1,01176 | 0,94339 |
| 14 ^a | " | " | " | 15,0 | " | 0,001 | 2 | 17,81 17,81 | 12,3922 | 15,5 | 0,99273 | 0,94362 |
| 14 ^b | " | " | " | 14,8 | " | " | " | 17,81 17,81 | 12,4400 | " | 0,98904 | 0,94360 |
| 15 ^a | 1.2.3 4,9 | 1613 | 181 144 | 15,0 | " | 0,0008 | " | 17,81 17,81 | 10,4441 | " | 0,99615 | 0,94364 |
| 15 ^b | " | " | " | 15,3 | " | " | " | 17,81 17,81 | 10,4105 | " | 0,99933 | 0,94356 |
| 16 ^a | 1.2.3 4.10 | 2020 | 226 509 | 15,2 | " | " | " | 17,81 17,81 | 8,3797 | " | 0,99320 | 0,94378 |
| 16 ^b | " | " | " | 15,0 | " | " | " | 17,81 17,81 | 8,3831 | " | 0,99278 | 0,94374 |
| 17 ^a | 10 | 561 | 62 567,1 | 15,5 | " | 0,004 | 0,5 | 18,39 18,60 | 7,6165 | " | 0,98923 | 0,94379 |
| 17 ^b | " | " | " | 15,3 | " | " | " | 18,42 18,42 | 7,6004 | " | 0,99097 | 0,94338 |
| 18 ^a | 2 | 482 | 48 534,7 | 15,1 | " | " | " | 18,42 18,42 | 9,6232 | " | 1,00919 | 0,94366 |

| Nr. | <i>A</i> | <i>b</i> | <i>V</i> · 10 ⁻³ | <i>T</i> | <i>E</i> | <i>i</i> | <i>r</i> | <i>t</i> | <i>n</i> | <i>τ</i> | tg α ₂ /tg α ₁ | S.-E./Ohm |
|-----------------|----------|----------|-----------------------------|----------|----------|----------|----------|----------------|----------|----------|--------------------------------------|-----------|
| 18 ^b | 2 | 432 | 48 534,7 | 15,1 | 1 D. | 0,004 | 0,5 | 17,82 17,84 | 9,6603 | 15,5 | 1,00519 | 0,94375 |
| [19 | 9.12 | 359 | 39 987,1 | 15,2 | " | " | " | 18,84 18,85 | 11,9084 | " | 0,99136 | 0,94495]* |
| 19 ^a | " | " | " | 15,7 | " | " | " | 18,78 | 11,9320 | " | 0,98804 | 0,94367 |
| 19 ^b | " | " | " | 15,1 | " | " | " | 17,69 | 11,9277 | " | 0,98814 | 0,94380 |
| 20 ^a | 10 | 561 | 62 567,1 | 15,0 | " | " | " | 17,42 17,45 | 7,5049 | " | 1,00334 | 0,94356 |
| 20 ^b | " | " | " | 14,7 | " | " | " | 16,65 | 7,5032 | " | 1,00353 | 0,94379 |
| 21 ^a | 1.12.13 | 907 | 101 691 | 14,9 | " | 0,001 | 1 | 17,31 | 9,1689 | " | 1,01082 | 0,94370 |
| 21 ^b | " | " | " | 15,3 | " | " | " | 18,72 | 9,2023 | " | 1,00761 | 0,94365 |
| 22 ^a | " | " | " | 15,6 | " | " | " | 19,01 19,02 | 9,2100 | " | 1,00676 | 0,94355 |
| 22 ^b | " | " | " | 15,8 | " | " | " | 19,63 | 9,1881 | " | 1,00946 | 0,94362 |
| 23 ^a | 2.4 | 681 | 76 483,9 | 15,7 | " | 0,009 | " | 19,41 | 12,2741 | " | 1,00475 | 0,94374 |
| 23 ^b | " | " | " | 15,6 | " | " | " | 19,03 | 12,2409 | " | 1,00739 | 0,94378 |
| 24 ^a | 6.7.8 | 772 | 86 397,9 | 15,2 | " | 0,002 | " | 19,90 | 10,9787 | " | 0,99425 | 0,94342 |
| 24 ^b | " | " | " | 15,5 | " | " | " | 20,01 20,02 | 10,9030 | " | 1,00117 | 0,94340 |
| 25 ^a | " | " | 86 291,9* | 15,0 | " | " | " | 19,56 | 11,0179 | " | 0,99162 | 0,94324 |
| 25 ^b | " | " | " | 15,3 | " | " | " | 18,74 | 10,9991 | " | 0,99307 | 0,94329 |
| 26 ^a | " | " | 86 288,7* | 15,1 | " | " | " | 18,92 | 11,0114 | " | 0,99224 | 0,94346 |
| 26 ^b | " | " | " | * 15,3 | " | " | " | 18,87 18,88 | 10,9598 | " | 0,99709 | 0,94364 |
| 27 ^a | 1.12.13 | 907 | 101 574 | * 15,8 | " | " | " | 20,23 | 9,3124 | " | 0,99725 | 0,94353 |
| 27 ^b | " | " | " | 15,8 | " | " | " | 20,41 | 9,3280 | " | 0,99577 | 0,94365 |
| 28 ^a | " | " | 101 691 | 15,7 | 5 B. | 0,0009 | " | 20,72 | 9,1845 | " | 1,01005 | 0,94342 |
| 28 ^b | " | " | " | 15,3 | " | " | " | 20,59 | 9,1973 | " | 1,00865 | 0,94348 |
| 29 ^a | 6.7.8 | 772 | 86 397,9 | 15,4 | 6 B. | 0,0012 | " | 20,90 20,89 | 10,8549 | " | 1,00579 | 0,94327 |
| 29 ^b | " | " | " | 15,8 | " | " | " | 21,34 | 10,8812 | " | 1,00357 | 0,94332 |
| 30 ^a | " | " | " | 15,9 | Θ | ? | " | 22,24 | 11,0451 | " | 0,98899 | 0,94331 |
| 30 ^b | " | " | " | 15,5 | " | ? | " | 23,44 23,45 | 10,9956 | " | 0,99411 | 0,94353 |
| 31 ^a | 1.2 | 1122 | 126 109 | 15,6 | " | ? | " | 21,33 | 7,4666 | " | 1,00224 | 0,94357 |
| 31 ^b | " | " | " | 15,4 | " | ? | " | 18,84 | 7,4738 | " | 1,00015 | 0,94335 |
| 32 ^a | " | " | " | 15,2 | 1 D. | 0,001 | " | 18,78 | 7,4825 | " | 0,99909 | 0,94347 |
| 32 ^b | " | " | " | 15,5 | " | " | " | 19,01 | 7,4893 | " | 0,99834 | 0,94354 |
| 33 ^a | 10.12 | 766 | 85 351,2 | 15,8 | " | " | " | 19,90 | 11,0062 | " | 1,00414 | 0,94362 |
| 33 ^b | " | " | " | 15,4 | " | " | " | 19,23 | 10,9867 | " | 1,00572 | 0,94366 |

* Siehe p. 575.

Bei den Versuchen Nr. 1, bis 13, bestand das Magnet-system des Galvanometers aus Magneten von 6 mm Durchmesser, bei allen übrigen Versuchen betrug der Durchmesser der Magnete noch nicht ganz 1 mm (cfr. p. 568).

Nach Beendigung des Versuches Nr. 21^b wurden alle Verbindungsdrähte durch neue ersetzt und alle Stromwender sowie der Disjuncter aus reinem Paraffin und Siegellack neu hergestellt.

Bei den Versuchen 25^a und 25^b war der Mittelpunkt der Inductionsrolle in Richtung der Axe um 10,05 cm nach der einen Seite, bei den Versuchen Nr. 26a bis 27b um 10,20 cm nach der anderen Seite von dem Mittelpunkte des Solenoids entfernt. Das Potential ist nach Formel IX, p. 552 berechnet.

Bei den Versuchen Nr. 28a und 28b waren fünf Bunsen'sche Elemente geschlossen durch einen Draht von 5260 S.-E. Von zwei Punkten, zwischen denen der Widerstand nahezu 500 S.-E. betrug, wurde abgezweigt zum Solenoid. Bei 29^a und 29^b waren entsprechend sechs Bunsen geschlossen durch 8000 S.-E. und abgezweigt von den Enden von 400 S.-E.

Bei den Beobachtungen mit der Thermosäule habe ich versäumt, die electromotorische Kraft der Säule mit der eines Daniell zu vergleichen, und kann die Stromintensität deshalb nicht berechnen.

In der letzten Columnne weicht ein Werth, der von Nr. 19 in Klammer, nicht unbedeutend von allen übrigen ab. Ich vermag den Grund hierfür nicht anzugeben. Nr. 19^a ist unter genau denselben Verhältnissen ausgeführt wie Nr. 19, es ist zwischen den beiden Versuchen nur das Quecksilber des Disjunctors neu eingefüllt, wie dies stets vor einem neuen Versuche geschehen ist, im übrigen alles ungeändert geblieben.

Da der Werth von Nr. 19 durchaus vereinzelt dasteht, so glaube ich, dass irgend ein Versehen in den Ablesungen vorliegt, und ich habe den Versuch deshalb bei der Berechnung des Mittels ausgeschlossen. Würde er mit berücksichtigt, so wäre im Endresultat die fünfte Decimale um zwei Einheiten zu erhöhen.

Das Mittel aus den 66 übrigen Versuchen ergibt:

$$1 \text{ S.-E.} = 0,94356 \text{ Ohm,}$$

oder ein Ohm entspricht dem Widerstande einer Quecksilbersäule von 1 qmm Querschnitt und

$$105,98 \text{ mm Länge bei } 0^{\circ} \text{ C.}$$

Von den erhaltenen Werthen war:

$$\text{der kleinste } 1 \text{ S.-E.} = 0,94323 \text{ Ohm,}$$

$$\text{der grösste } 1 \text{ S.-E.} = 0,94380 \text{ Ohm.}$$

Phys. Inst. Freiburg i. B.

**VII. Ueber die magnetische Drehung
der Polarisationssebene und einige besondere Fälle
der Refraction; von de Witt Bristol Brace.**

(Inauguraldissertation.)

(Hierzu Taf. VI Fig. 5–10.)

Einleitung.

Die folgende Untersuchung wurde hauptsächlich unternommen, um die Natur der Faraday'schen Wirkung zu bestimmen. Bisher hat man meistens angenommen, dass die Drehung der Polarisationssebene eines Strahles in einem magnetischen Medium durch eine von der magnetischen Spannung herrührende Aenderung des Brechungsexponenten dieses Mediums hervorgerufen wird.

Es ist ein bekanntes Princip der Kinematik, dass zwei entgegengesetzte Circularschwingungen von gleicher Periode und Amplitude als Resultante eine Linearschwingung ergeben. Die Richtung dieser Linearschwingung wird gedreht werden, wenn eine der Circularschwingungen ihre Phase gegen die andere ändert. Fresnel, welcher die Analogie zwischen dem kinematischen Princip und der Drehung der Polarisationssebene eines Strahles in natürlich rotirenden Substanzen wahrnahm, sah voraus und bestätigte die Thatsache, dass ein linear polarisirter Strahl in zwei entgegengesetzt circular polarisirte Strahlen zerlegt wird, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeiten verschieden sind. Er schickte einen gebrochenen Strahl nacheinander durch ein rechts drehendes und ein links drehendes Stück Quarz und fand, dass der ursprüngliche Strahl in zwei entgegengesetzt circular polarisirte Strahlen zerlegt wurde.

Die augenscheinliche Aehnlichkeit zwischen der sogenannten magnetischen Doppelcircularbrechung und dieser natürlichen Doppelcircularbrechung gibt zu der Vermuthung Veranlassung, dass für magnetische Substanzen ebenfalls eine Aenderung des Brechungsexponenten eintritt. Jedoch hat diese Vermuthung keine experimentelle Bestätigung gefunden. Die magnetisch rotatorische Polarisation ist ein ausserordent-

lich weit verbreitetes Phänomen bei fast allen Substanzen, ob dieselben sich in festem, flüssigem oder gasförmigem Zustande befinden. Wenn sie von keinem anderen Phänomen verdeckt wird, so scheint sie unabhängig von der molecularen Structur zu sein, welche die Substanz hat. Mit anderen Worten, das specifische Drehungsvermögen irgend einer Substanz scheint constant, d. h. unabhängig von Dichtigkeit, Temperatur, Structur etc. zu sein, abgesehen von einigen Lösungen, welche scheinbar Ausnahmen sind. Dies scheint die Vermuthung zu befestigen, dass die hervorgerufene Wirkung in dem Molecüle selbst stattfindet. Gewisse Facta scheinen auch zu zeigen, dass eine secundäre Wirkung in einer Combination von Molecülen ähnlich wie in einem einzelnen möglich ist.

Die natürliche rotatorische Polarisisation ist viel weniger allgemein. In festen Körpern hängt sie von der Richtung ab, in welcher der Strahl fortgepflanzt wird. Sie hängt ferner von einer gewissen molecularen Structur ab. Eine Substanz kann das ganze oder einen grossen Theil dieses Vermögens verlieren, wenn ihre Structur verändert wird, z. B. wenn sie von dem festen in den flüssigen Zustand übergeht, oder umgekehrt. Sein specifischer Betrag scheint auch mit der Temperatur zu variiren.

Diese Unterschiede sind genügend, eine verschiedene physikalische Erklärung der beiden Arten von Phänomenen zuzulassen. Es ist augenscheinlich, dass die relative Veränderung der Phase, welche zur Hervorbringung der betreffenden Drehung der Schwingungsebene nöthig ist, physikalisch hervorgerufen werden kann entweder durch eine relative Aenderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der beiden Circularschwingungen oder durch eine relative Veränderung ihrer Phase. Wie oben gesagt, ist in natürlich rotirenden Substanzen eine Veränderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit vorhanden. Bei magnetisch rotirenden Substanzen kann man aus gleichem Grunde vermuthen, dass eine Aenderung der Phase eintritt.

Ogleich die Wirkung der magnetischen Spannung klein ist, so schien es doch möglich, sie durch Veränderung der

Phase und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines circular polarisirten Strahles zu prüfen. Die Methode der Untersuchung erfordert zunächst eine Betrachtung gewisser Fälle der Brechung.

I. Theil. Ueber einige besondere Fälle der Brechung.

1. Die Nichtspaltung des Strahles in einem doppeltbrechenden Medium. — Bei der Untersuchung der Faraday'schen Wirkung wurde es nöthig, einen Strahl durch ein doppelt brechendes Medium unter einem spitzen Winkel gegen die optische Axe durchgehen zu lassen, ohne ihn zu spalten. Auf den ersten Blick scheint dies mit der Theorie in Widerspruch. Eine Betrachtung von Fresnel's Wellenfläche zeigt jedoch, dass dies wohl möglich ist.

Die Huygens'sche Construction für die Wellenfläche macht es zugleich geometrisch augenscheinlich. Man construirt, Fig. 5 und 6, in den Durchschnittspunkten einer vom Centrum der Wellenfläche ausgehenden Linie die Tangentialebenen an die Wellenfläche. Eine Ebene, welche durch die Durchschnittslinie dieser Tangentialebenen und durch das Centrum der Wellenfläche geht, wird eine brechende Ebene werden, für welche ein längs dieser (d. h. vom Centrum ausgehenden) Linie einfallender Strahl ohne Spaltung gebrochen wird. Wenn eine Ebene durch diese Durchschnittslinie gelegt wird, sodass sie die Wellenfläche berührt, welche entstanden sein würde, wenn der Strahl unverändert hindurchgegangen wäre, dann gibt die Linie, welche durch das Centrum und den Berührungspunkt geht, die verlangte Richtung des Einfallsstrahles an. Unter gewissen Bedingungen kann also ein Strahl in einem doppeltbrechenden Medium gebrochen werden, ohne gespalten zu werden. Die Durchschnittslinie der beiden Tangentialebenen der Wellenfläche wird eine Oberfläche bestimmen, welche die Enveloppe dieser Linien ist, wenn die Linie durch das Centrum alle möglichen Richtungen hat.

Um nun diese Enveloppe zu bestimmen, sei $F=0$ die Gleichung der Fresnel'schen Wellenfläche, deren Centrum der Anfangspunkt der Coordinaten ist. Sei die x -Axe die Axe der grössten, die y -Axe die der mittleren und die z -Axe

die der kleinsten Elasticität. Seien a, b und c die respectiven Geschwindigkeiten für Verschiebungen parallel zu diesen Axen, sodass $a > b > c$ ist. Seien $x' y' z'$ und $x'' y'' z''$ die Schnittpunkte der Linie durch das Centrum mit der Wellenfläche. Aus den Bedingungen der Aufgabe, dass die radii vectores zusammenfallen, geht hervor:

$$\frac{x'}{x''} = \frac{y'}{y''} = \frac{z'}{z''}.$$

Die Durchschnittslinie der beiden Tangentialebenen ist:

$$(x - x') \frac{\partial F'}{\partial x} + (y - y') \frac{\partial F'}{\partial y} + (z - z') \frac{\partial F'}{\partial z} = 0,$$

$$(x - x'') \frac{\partial F''}{\partial x} + (y - y'') \frac{\partial F''}{\partial y} + (z - z'') \frac{\partial F''}{\partial z} = 0,$$

wo $\partial F'/\partial x$, $\partial F''/\partial x$ etc. die respectiven Resultate der Substitution von $x' y' z'$ und $x'' y'' z''$ in $\partial F/\partial x$ etc. sind. Die Enveloppe, $E = 0$, dieser Linie stellt alle möglichen Fälle der Nichtspaltung des Strahles dar.

Für einaxige Krystalle kann man die Form dieser Enveloppe leicht für jeden ebenen Schnitt durch die optische Axe erhalten. Die x -Axe sei nun die optische Axe, und die z -Axe liege in dieser Ebene. Ferner ist $b = c$ für einaxige Krystalle. Die Schnittcurve der Wellenfläche mit dieser Ebene lässt sich in einen Kreis und eine Ellipse zerlegen. Dann haben wir die Enveloppe $\varepsilon = 0$ zu bestimmen aus den Gleichungen:

$$a^2 x x'' + b^2 z z'' = a^2 b^2, \quad a^2 x''^2 + b^2 z''^2 = a^2 b^2,$$

$$x x' + z z' = b^2, \quad x'^2 + z'^2 = b^2, \quad \frac{x'}{x} = \frac{z'}{z}.$$

Transformiren wir diese Gleichungen für Polarcoordinaten und eliminiren φ'' aus der dritten, dann haben wir:

$$\frac{(a^2 x \cos \alpha' + b^2 z \sin \alpha')^2}{a^2 \cos^2 \alpha' + b^2 \sin^2 \alpha'} = a^2 b^2,$$

$$x \cos \alpha' + z \sin \alpha' = b, \quad \cos^2 \alpha' + \sin^2 \alpha' = 1.$$

Eliminiren wir α' , so finden wir:

$$(x^2 - b^2) \left\{ \frac{1}{x^2} - \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} \sqrt{\frac{x^2}{x^2 - b^2}} \right) \right\} = 0.$$

Dies ist eine Gleichung achten Grades und stellt die beiden geraden Linien $x = \pm b$ dar und die Curve:

$$\frac{1}{z^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} \sqrt{\frac{x^2}{x^2 - b^2}},$$

welche vom sechsten Grade ist. Die Asymptoten dieser Curve sind:

$$x = \pm \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} b, \quad z = \pm \frac{ab}{a + b} \quad \text{und} \quad z = \pm \frac{ab}{a - b}.$$

Fig. 5 stellt den Fall für einen negativen Krystall dar, wie Kalkspath, während Fig. 6 den Fall für einen positiven Krystall, wie Quarz, darstellt.

Da die Schnitte der Wellenfläche in jedem Quadranten ähnlich sind, so sind die Theile der Enveloppe in jedem Quadranten auch ähnlich. Die Zweige E , deren Asymptoten:

$$x = \pm \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} b \quad \text{und} \quad z = \pm \frac{ab}{a - b}$$

sind, sind die Orte, für die Durchschnittspunkte der Tangenten an die Wellenfläche, die in den entgegengesetzten Enden desselben Diameters die Wellenfläche berühren. Sie haben keine physikalische Bedeutung für die vorliegende Aufgabe und brauchen deshalb nicht weiter betrachtet zu werden. Die Linien BC und $B'C'$ und die Zweige $BE'E'$ und $BE_1'E_1'$, deren Asymptoten $z = \pm ab/(a + b)$ sind, sind die Orte für die Durchschnittspunkte der Tangenten an die Schnittcurve der Wellenfläche, die in den Punkten R, R' etc. berühren, wo irgend eine Linie ORR' durch das Centrum diese Wellenfläche schneidet.

Aus den Gleichungen:

$$a^2 xx'' + b^2 zz'' = a^2 b^2, \quad xx' + zz' = b^2$$

erhalten wir sofort die Gleichung:

$$x(\rho'' - \rho') + z \operatorname{tg} \alpha \left(\frac{b^2}{a^2} \rho'' - \rho' \right) = 0.$$

Diese Gleichung zeigt, dass der Durchschnittspunkt E der Tangenten an die Wellenfläche in den Punkten R und R' in demselben Quadranten liegt, ob $a > b$ oder $a < b$. Mit anderen Worten: der Theil der Enveloppe, welcher von den Durchschnittspunkten der Tangenten an die Wellenfläche

beschrieben wird, liegt in demselben Quadranten, wie die correspondirenden radii vectores, ob der Krystall positiv oder negativ ist.

Es ist zugleich aus der Figur offenbar, dass eine Linie $E'' OE' E''$ durch das Centrum die Enveloppe in acht reellen Punkten schneiden wird, wenn sie nicht einen zu grossen Winkel mit der optischen Axe bildet. Zwei von diesen Punkten liegen in den Zweigen, welche ausser Betrachtung geblieben sind. Nur drei von den sechs übrigen Punkten verlangen eine physikalische Interpretirung. Wenn $E'' OE' E''$ der Durchschnitt einer Ebene ist, die durch O geht und senkrecht auf der xz -Ebene steht, so sind diese drei Punkte entweder E', E'', E''' oder E_1', E_1'', E_1''' . Dies folgt offenbar aus der Thatsache, dass wir in der Aufgabe von der Brechung nur die radii vectores der Wellenfläche betrachten können, welche auf einer Seite dieser Ebene liegen. Wenn wir voraussetzen, dass der Strahl nach dem unteren Ende der Figur hin gebrochen wird, so sind nur die den Bedingungen der Refraction entsprechenden radii vectores $ORR', OR_1'R_1''$ und OB .

Es ist offenbar, dass, wenn die brechende Ebene des Krystalles einen nicht zu grossen Winkel mit der optischen Axe bildet, ein Strahl in drei Richtungen gebrochen werden kann, ohne gespalten zu werden; eine von diesen liegt in der optischen Axe. Wenn dieser Winkel zu gross ist, so ist nur eine Richtung der Nichtspaltung möglich, nämlich die in der optischen Axe. Für Kalkspath darf dieser Winkel nicht grösser als 21° sein.

Da die Wellenfläche für einen einaxigen Krystall symmetrisch zu der optischen Axe liegt, so wird die Fläche $E = 0$, in einer Curve von derselben Form geschnitten für jede Lage der Ebene, die durch die optische Axe geht. $E = 0$ ist also eine Rotationsfläche um Axe z .

Wir haben bisher nur die nothwendigen Bedingungen für das Zusammenfallen der ordentlichen und der ausserordentlichen Strahlen in dem doppeltbrechenden Medium gefunden. Damit ein Einfallsstrahl in der geeigneten Richtung gebrochen werden kann, sind gewisse Beziehungen zwi-

schen dem Einfallswinkel und dem Winkel, welchen die Grenzfläche mit der optischen Axe bildet, nothwendig. Wie oben gesagt, erfordert das Huygens'sche Princip, dass die brechende Linie durch die Durchschnittslinie der Tangentialebenen und durch das Centrum der Wellenfläche geht. Die Gleichung dieser Ebene, da sie durch die Linie:

$$(x - x') \frac{\partial F'}{\partial x'} + (y - y') \frac{\partial F'}{\partial y'} + (z - z') \frac{\partial F'}{\partial z'} = 0,$$

$$(x - x'') \frac{\partial F''}{\partial x''} + (y - y'') \frac{\partial F''}{\partial y''} + (z - z'') \frac{\partial F''}{\partial z''} = 0$$

gehen muss, wird dann:

$$x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma = 0$$

wo:

$$Q \cos \alpha = \left(x'' \frac{\partial F''}{\partial x''} + y'' \frac{\partial F''}{\partial y''} + z'' \frac{\partial F''}{\partial z''} \right) \frac{\partial F'}{\partial x'} - \left(x' \frac{\partial F'}{\partial x'} + y' \frac{\partial F'}{\partial y'} + z' \frac{\partial F'}{\partial z'} \right) \frac{\partial F''}{\partial x''},$$

$$Q \cos \beta = \left(x'' \frac{\partial F''}{\partial x''} + y'' \frac{\partial F''}{\partial y''} + z'' \frac{\partial F''}{\partial z''} \right) \frac{\partial F'}{\partial y'} - \left(x' \frac{\partial F'}{\partial x'} + y' \frac{\partial F'}{\partial y'} + z' \frac{\partial F'}{\partial z'} \right) \frac{\partial F''}{\partial y''},$$

$$Q \cos \gamma = \left(x'' \frac{\partial F''}{\partial x''} + y'' \frac{\partial F''}{\partial y''} + z'' \frac{\partial F''}{\partial z''} \right) \frac{\partial F'}{\partial z'} - \left(x' \frac{\partial F'}{\partial x'} + y' \frac{\partial F'}{\partial y'} + z' \frac{\partial F'}{\partial z'} \right) \frac{\partial F''}{\partial z''}.$$

sind. Q ist die Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate der rechten Seite dieser drei Gleichungen.

Sei θ der Einfallswinkel des Strahles, sei ferner d die Geschwindigkeit in dem angrenzenden Medium. Ist:

$$x \cos(\alpha + \theta_1) + y \cos(\beta + \theta_2) + z \cos(\gamma + \theta_3) = d$$

die Gleichung einer Ebene, welche durch die Durchschnittslinie der Tangentialebenen an die Fresnel'sche Wellenfläche geht, und die selbst Tangentialebene an derjenigen Wellenfläche ist, welche entstanden wäre, wenn der Einfallsstrahl sich unverändert fortgepflanzt hätte, dann ist:

$$\cos \theta = \cos \alpha \cos(\alpha + \theta_1) + \cos \beta \cos(\beta + \theta_2) + \cos \gamma \cos(\gamma + \theta_3).$$

Wenn das angrenzende Medium isotrop ist, so ist die verlangte Gleichung zwischen Θ und α, β, γ bestimmt durch die Gleichungen:

$$\begin{aligned} E = 0, \quad x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma &= 0, \\ x \cos(\alpha + \Theta_1) + y \cos(\beta + \Theta_2) + z \cos(\gamma + \Theta_3) &= d, \\ \cos \Theta &= \cos \alpha \cos(\alpha + \Theta_1) + \cos \beta \cos(\beta + \Theta_2) + \cos \gamma \cos(\gamma + \Theta_3), \end{aligned}$$

wenn $E = 0$ die oben erwähnte Enveloppe ist.

Wenn die Form der Enveloppe für einen Schnitt der Wellenfläche eines einzigen Krystalles mit einer durch die optische Axe gehenden Ebene gefunden ist, so kann die nothwendige Beziehung zwischen Θ und α, β, γ sofort bestimmt werden. Für diesen besonderen Fall bestehen die Gleichungen:

$$\varepsilon = (x^2 - b^2) \left\{ \frac{1}{z^2} - \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} \sqrt{\frac{x^2}{x^2 - b^2}} \right) \right\} = 0,$$

$$\begin{aligned} x \cos \alpha + z \cos \gamma &= x \cos \alpha + z \sin \alpha = 0, \\ x \cos(\alpha + \Theta_1) + z \cos(\gamma + \Theta_3) &= x \cos(\alpha + \Theta) + z \sin(\alpha + \Theta) = d, \\ \text{da: } \cos \Theta &= \cos \alpha \cos(\alpha + \Theta_1) + \cos \gamma \cos(\gamma + \Theta_3) \\ &= \cos \alpha \cos(\alpha + \Theta_1) + \sin \alpha \sin(\alpha + \Theta_1) = \cos \Theta_1. \end{aligned}$$

Substituiren wir die Werthe von x und z , welche wir aus den ersten beiden Gleichungen erhalten haben, in die dritte Gleichung, so erhalten wir:

$$\left\{ \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \Theta} - \frac{1}{\eta_0^2} \right\} \left\{ \frac{\sin^2 \Theta}{\cos^2 \alpha} - \left(\eta_e^2 + \eta_0^2 + 2\eta_e \eta_0 \sqrt{\frac{\eta_0^2 \sin^2 \alpha}{\eta_0^2 \sin^2 \alpha - \sin^2 \Theta}} \right) \right\} = 0,$$

wo $\eta_0 = d/b$ und $\eta_e = d/a$ sind.

Der erste Factor = 0 gesetzt, ergibt die zwischen Θ und α bestehende Beziehung, welche erfüllt sein muss für die beiden Linien $x = \pm b$, oder BC und $B'C'$ (Fig. 5 und 6). Mit anderen Worten: $\sin \Theta = \pm \eta_0 \sin \alpha$ ist die Gleichung, welche bestehen muss, damit ein Strahl längs der optischen Axe gebrochen werden kann. Ein Blick auf die Figur zeigt, dass immer das Zeichen $-$ zu gebrauchen ist, da Θ nach der entgegengesetzten Richtung, wie α von der Normale ON aus gemessen wird.

Der zweite Factor = 0 gesetzt, ergibt die Gleichung zwischen Θ und α , welche bestehen muss, damit der ordent-

liche und der ausserordentliche Strahl zusammenfallen für irgend eine andere Richtung, als die der optischen Axe.

Aus der Gleichung:

$$\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \alpha} = \eta_e^2 + \eta_o^2 + 2\eta_e \eta_o \sqrt{\frac{\eta^2 \sin^2 \alpha}{\eta_o^2 \sin^2 \alpha - \sin^2 \theta}}$$

sehen wir, dass, wenn $\alpha = 90^\circ$ ist, $\theta = 0^\circ$ ist, da die rechte Seite der Gleichung endlich bleibt, und die linke Seite unendlich werden würde, wenn θ nicht Null wäre. Dies zeigt, dass ein Strahl bei normaler Incidenz durch eine Platte, welche parallel zu der optischen Axe geschnitten ist, ohne gespalten zu werden, hindurch gehen wird, was mit der gewöhnlichen Theorie übereinstimmt.

Angenäherte Lösungen dieser Gleichung zeigen, dass für Kalkspath der geringste Werth, den α haben kann, ungefähr 69° ist. Wenn $\alpha > 69^\circ$ ist, so wird eine Linie durch das Centrum der Wellenfläche den Zweig $BE'E''$ in den Punkten E' und E'' schneiden. θ kann ausser dem Werth für die Brechung längs der optischen Axe zwei Werthe haben, wenn der Brechungsexponent des angrenzenden Mediums gross genug ist.

Wir wollen n_D den mittleren Brechungsexponenten für die D -Linien nennen. Die annähernde Lösung der oberen Gleichung für Kalkspath zeigt, dass, wenn Luft das angrenzende Medium ist, also $n_D = 1$ ist, $72^\circ 40'$ der geringste Werth ist, welchen α haben kann, damit θ mit den gegebenen Bedingungen vereinbar ist, abgesehen von der Fortpflanzung längs der optischen Axe. Damit ein Strahl längs der optischen Axe gebrochen werden kann, muss α für Luft kleiner als $37^\circ 5'$ sein. Je grösser der Brechungsexponent ist, desto kleiner ist der Werth, welchen α haben kann, damit θ mit den gegebenen Bedingungen vereinbar ist.

Wenn $1,44 > n_D > 1,55$ ist, so können correspondirende Werthe von α gefunden werden, sodass θ zwei und nur zwei Werthe haben kann.

Wenn $n_D > 1,55$ ist, so können correspondirende Werthe von α gefunden werden, sodass drei verschiedene Werthe von θ möglich sind. Einer von diesen Werthen von θ ist die Incidenz für die Brechung längs der optischen Axe.

Diese Berechnungen gelten für Kalkspath, wo $n_{oD} = 1,6585$ und $n_{eD} = 1,4864$ ist.

Wenn $(1/d)_D = 1,6483$ der Berechnungsexponent des angrenzenden Mediums ist, so ist $\eta_e = 1,4864/1,6483$ und $\eta_o = 1,6585/1,6483$, und wenn $\alpha = 83^\circ 30'$ ist, so ist $\theta' = 88^\circ 10'$, $\theta'' = 12^\circ 13'$ und $\theta''' = -(88^\circ 38' 40'')$, wo θ''' den Werth für die Brechung längs der optischen Axe darstellt.

Wenn andererseits θ anstatt α gegeben ist, so ist nur ein Werth für α in jedem Quadranten möglich. Dies ist aus Figur 5 und 6 ersichtlich, da der Durchschnittspunkt, z. B. der Punkt E' der Tangente DE' mit der Projection OE' der brechenden Ebene die Curve $BE'E''$ in diesem Quadranten nur in einem Punkte treffen kann.

Nun ist es ein bekanntes, aus der Symmetrie hervorgehendes Princip in der Optik, dass wir bei Anwendung der Huygens'schen Construction für die Brechung in einer Hauptebene nur die Projectionen der brechenden Ebene und Tangentialebenen zu betrachten nöthig haben, da diese alle der senkrecht auf jener Hauptebene stehen. Dies haben wir schon in der vorhergehenden Darstellung angenommen (s. Fig. 5 und 6).

Da in einaxigen Krystallen die Wellenfläche zu der optischen Axe symmetrisch liegt, so ist die Durchschnittslinie der Tangentialebenen bei R' und R'' immer senkrecht auf der Ebene, welche die optische Axe und den radius vector ORR'' enthält, welche Richtung dieser radius vector auch immer haben mag. Wie oben festgestellt, muss die brechende Ebene die Durchschnittslinie der Tangentialebenen enthalten, damit die gebrochenen Strahlen zusammenfallen können.

Für einaxige Krystalle muss alsdann der einfallende Strahl immer in der auf der brechenden Ebene:

$$x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma = 0$$

senkrecht stehenden Ebene liegen, welche durch die optische Axe geht, damit der ordentliche Strahl mit dem ausserordentlichen zusammenfallen kann.

2. Ueber Reflexion und Refraction in der Nähe des Winkels der totalen Reflexion. — Für die Beobachtungen von geringen Abweichungen in dem Brechungsexponenten einer Substanz können mehrere wichtige Gleichungen abgeleitet werden, welche in vielen Fällen sehr empfindliche Beobachtungsmethoden gestatten.

Sei:
$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_i}{v_r} = \frac{1}{\mu}$$

das Sinusgesetz für die reflectirten und gebrochenen Strahlen. Sei $D = r - i$ der Winkel zwischen dem Einfallsstrahl und dem reflectirten oder gebrochenen Strahl. Dann haben wir:

$$(A) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dD}{d\mu} = \frac{\partial D}{\partial i} \frac{\partial i}{\partial \mu} + \frac{\partial D}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \mu} = \frac{1}{\mu} \operatorname{tg} i + \frac{\sin i}{\cos r} \\ \therefore \left(\frac{dD}{d\mu} \right)_{i \text{ oder } r = 90^\circ} = \infty. \end{array} \right.$$

Als zweite Gleichung:

$$(B) \quad \frac{dD}{di} = \frac{\partial D}{\partial \mu} \frac{\partial \mu}{\partial i} + \frac{\partial D}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial i} \therefore \left(\frac{dD}{di} \right)_{\mu = \text{const}} = \frac{\mu \cos i}{\cos r} = \infty,$$

wenn $r = 90^\circ$ und $\mu \neq 1$ ist.

Der Betrag des natürlichen Lichtes, welches gebrochen wird, ist:

$$R = \frac{1}{2} \frac{\sin 2i \sin 2r}{\sin^2(i-r)} \left(1 + \frac{1}{\cos^2(i-r)} \right).$$

Als dritte Gleichung erhalten wir:

$$(C) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dR}{d\mu} = \frac{\partial R}{\partial i} \frac{\partial i}{\partial \mu} + \frac{\partial R}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \mu} = -\frac{\partial R}{\partial i} \frac{\operatorname{tg} i}{\mu} + \frac{\partial R}{\partial r} \frac{\sin i}{\cos r} \\ \therefore \left(\frac{dR}{d\mu} \right)_{i = \text{const}} = \frac{\partial R}{\partial r} \frac{\sin i}{\cos r} = \infty, \end{array} \right.$$

wenn $r = 90^\circ$ und $\mu \neq 1$ ist, da $\partial R / \partial r \neq 0$, wenn i oder $r < 90^\circ$. Ebenso:

$$\left(\frac{dR}{d\mu} \right)_{i = r = 90^\circ} = \infty^2,$$

welches der Maximalwerth ist. μ ist hier $= 1$.

Für reflectirtes Licht gilt dieselbe Gleichung, da $R = 1 - R'$ ist, wo R' der Betrag des reflectirten Lichtes ist.

Die Gleichung (A) zeigt, dass wenn ein Strahl nach der Reflexion oder Refraction mit der Normalen einen Winkel

nahe an 90° bildet, eine kleine Aenderung von μ eine sehr grosse Aenderung der Abweichung oder des Reflexions- oder Refractionswinkels r hervorruft.

Die Gleichung (B) zeigt, dass wenn i nahe gleich dem Winkel der totalen Reflexion und $\mu \neq 1$ ist, eine sehr geringe Aenderung von i eine grosse Aenderung in der Abweichung oder in dem Winkel r hervorruft.

Die Gleichung (C) zeigt, dass wenn r nahe an 90° liegt, eine geringe Aenderung von μ eine sehr grosse Aenderung des Betrages des reflectirten und gebrochenen Lichtes hervorruft. Wenn $\mu = 1$ ist, so erreicht diese Aenderung ihr Maximum.

Die oben angegebenen Gleichungen liefern genügende Data für verschiedene Methoden zur Beobachtung der Aenderung von μ und i oder r . Wenn eine Oberfläche nicht vollständig eben oder die Substanz nicht vollständig homogen ist, so kann man diese Mängel entdecken, indem man den Einfallswinkel nahe gleich dem Winkel der totalen Reflexion macht, wie die Gleichungen (B), bzw. (A) zeigen. Die Gleichung (A) zeigt auch, dass mit natürlichem Licht ein sehr breites Spectrum für die Brechung nahe dem Winkel der totalen Reflexion erhalten werden kann.

Die Gleichung (C) zeigt, dass bei geeigneter Incidenz die Differenz in dem Betrage des reflectirten und gebrochenen Lichtes von verschiedener Wellenlänge sehr gross werden kann. Hieraus ist erklärlich, warum gewisse Krystalle von durchgelassenem und reflectirtem Licht bei gewissen Einfallswinkeln sehr lebhaft gefärbt werden. Viele dieser Krystalle sind aus kleineren Krystallen zusammengesetzt, deren Axen in verschiedenen Richtungen liegen und die nothwendigen Bedingungen der Gleichung (C) erfüllen, sodass μ nahe = 1 und r nahe = 90° ist.

II. Theil. Versuche über die Faraday'sche Wirkung.

1. Versuche mit dem Jamin'schen Interferenzrefractor. — Wie in der Einleitung gesagt wurde, ist die Drehung der Polarisationssebene in magnetischen Substanzen einer Aenderung in dem Brechungsexponenten der Substanz

zugeschrieben worden, wenn dieselbe sich unter dem Einflusse der magnetischen Spannung befindet. Es wird vermuthet, dass diese Aenderung nur die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der circular polarisirten Strahlen ändert, ebenso wie beim Quarz. Genügend feine Versuche müssen eine solche Aenderung zeigen.

Zuerst wurde ein Jamin'scher Interferenzrefractor benutzt, um eine Verschiebung der Interferenzfransen zu entdecken. In Fig. 5 seien AB und $A'B'$ die dicken Platten des Refractors, die Ebene der Figur sei die Ebene der beiden interferirenden Strahlen. Zwei Prismen, Fig. 7 und 7a, von Faraday'schem Glas wurden, das eine in F auf dem Wege eines der Strahlen und zwischen den durchbohrten Polen eines Electromagnets M , das andere in F' entweder in dem Ende des Electromagnets oder ausserhalb seines Einflusses aufgestellt. Diese Prismen waren die beiden Hälften eines Glaszylinders von 8 mm Länge und 20 mm Durchmesser, der durch einen Axenschnitt in zwei Theile getheilt worden war. Sie waren verbunden und ihre Enden sorgfältig geschliffen worden, damit sie deutliche Fransen gäben.¹⁾ Jede Aenderung der Phase oder der Geschwindigkeit eines circular polarisirten Strahls, z. B. in F , musste eine Verschiebung der Fransen bei C hervorrufen.

Es wurde das Licht einer Natriumflamme benutzt; dieses konnte bei O durch ein Nichol'sches Prisma und eine $\frac{1}{4}$ -Wellenlängenplatte circular polarisirt werden. Die einfallenden Strahlen OA wurden durch einen Collimator parallel gemacht. Die Strahlen $B'C$ wurden bei C zu einem Punkte vereinigt und die Breite der Fransen konnte durch ein Mikrometer gemessen werden. Die Stützen des Magnets waren ganz unabhängig von denen des Refractors und des Prismas. Die Entfernung der Pole des Magnets war gewöhnlich gegen 50 mm, und die Enden des Prismas reichten

1) Diese Prismen, ebenso wie alle anderen Stücke, wurden von den Herren Schmidt u. Haensch geliefert. Die Krystallplatten wurden von Hrn. Optiker Eltgens geschliffen. Die Güte der Arbeit dieser Herren geht aus der empfindlichen Natur der angestellten Experimente hervor.

in diese Pole hinein, ohne sie zu berühren. In jedem Falle konnte der Strahl genau circular polarisirt werden durch eine Einstellung des Nicols bei O , nachdem directe Beobachtungen durch die $\frac{1}{4}$ -Wellenlängenplatte und durch ein Nicol, welches auf dem Wege des Strahls BB' angebracht war, gemacht worden waren. Ferner waren Einrichtungen getroffen, durch welche ein linear polarisirter Strahl direct durch F oder F' allein gesandt werden konnte, wobei die einzelnen Drehungen durch ein Jellet'sches Halbschattenprisma beobachtet werden konnten.

Die Wirkungen auf F und F' sind einander entgegengesetzt.

Gemäss der Erklärung von der Drehung der Polarisationsebene muss also die Geschwindigkeit des Strahles in F beschleunigt oder verzögert werden, während die in F' verzögert oder beschleunigt werden müsste. Der Strom, welchen der Electromagnet hervorbrachte, konnte umgekehrt werden, sodass eine doppelte Wirkung erhalten werden konnte. Derselbe hatte eine Stärke von durchschnittlich 48 Ampère und wurde von einer Dynamomaschine erzeugt.

Bei der Schliessung des Stromkreises war die vermuthete Verschiebung deutlich erkennbar. Vor und nach jeder Beobachtung der Verschiebung der Fransen wurde stets die Drehung der Polarisationsebene eines Strahles, der durch F und F' allein ging, beobachtet. Für die Umkehrung des Stromes war die Verschiebung der Fransen $= 0,1355$; die Entfernung zwischen zwei Lichtfransen wurde als Einheit genommen. Die correspondirende Drehung der Polarisationsebene war $49^{\circ}20'$. Wenn die Aufstellung bei O gemacht wurde, sodass der Strahl BB' entgegengesetzt circular polarisirt und die Richtung der Kraftlinien unverändert war, so war die Verschiebung der Fransen bei C gleich, aber in entgegengesetzter Richtung vor sich gehend. Dies zeigt, dass rechts- und linkshändig circular polarisirte Strahlen in demselben Felde in entgegengesetzter Weise beeinflusst werden. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des einen müsste alsdann ebenso sehr beschleunigt werden, als die des anderen verzögert wird.

Eine Drehung der Polarisationssebene um $49^{\circ}20'$ erfordert infolge davon eine Differenz in der Phase der beiden entgegengesetzten Circularschwingungen von:

$$\frac{49^{\circ}20'}{180^{\circ}}, \text{ oder } \frac{49^{\circ}20'}{360^{\circ}} = 0,137$$

für jede Componente, welcher Werth sich wenig von dem beobachteten Werth 0,1355 unterscheidet.

Es ist offenbar, dass dies Experiment nicht erkennen lässt, ob eine Aenderung in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit oder in der Phase vorhanden war. Jede dieser Aenderungen würde die Differenz in der Phase, welche nöthig ist, um die Verschiebung der Fransen zu erklären, hervorbringen. Die Richtung der Verschiebung der Fransen zeigte eine Verzögerung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit für den circular polarisirten Strahl an, dessen Schwingungsrichtung gleich der des Ampère'schen Stromes war. Wenn die Fortpflanzungsgeschwindigkeit constant wäre, so würde eine Beschleunigung der Phase daraus folgen.

Wenn die interferirenden Strahlen nicht circular, sondern elliptisch polarisirt waren, so wurden die Fransen weniger deutlich, wenn die Verschiebung stattfand. Eine solche Wirkung würde hervorgebracht, wenn die Hauptaxe der elliptischen Schwingungen jedes interferirenden Strahls in entgegengesetzten Richtungen gedreht werden, sodass zwei zu einander senkrechte Componenten übrig bleiben, die nicht miteinander interferiren könnten. Wenn ein elliptisch polarisirter Strahl hindurch geschickt werden könnte, ohne in circulare Componenten zerlegt zu werden, würden die Fransen nicht weniger deutlich erscheinen, wenn seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit oder seine Phase geändert würden. Jeder Strahl würde dann zerlegt erscheinen in entgegengesetzte circulare Schwingungen, wie es Fresnel bei dem Quarz fand.

Obgleich dieses Experiment eine eigenthümliche Wirkung eines Strahles zeigt, gibt es nicht an, auf welche Weise diese Wirkung hervorgebracht wird. Ein mehr directes Experiment über die mögliche Aenderung des Brechungsindex für einen circular polarisirten Strahl ist erforderlich, um hierüber Klarheit zu gewinnen.

2. Versuche mit einer Krystallplatte. — Vorausgesetzt, dass eine Aenderung des Brechungsexponenten für circular polarisirte Strahlen stattfindet, so zeigt das vorhergehende Experiment, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit allein von der Richtung abhängt, welche eine circulare Schwingung hat, d. h. ob sie rechts- oder linkshändig ist.

Wenn die Schwingungsrichtung eines solchen Strahls auf irgend eine Weise verändert werden könnte an einer gegebenen Oberfläche, so würde seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit, nachdem er diese Oberfläche passiert hat, ebenfalls verändert sein müssen. Diese Betrachtungen ergaben eine Methode zur genauen Beobachtung irgend einer Aenderung in den Brechungsexponenten.

Für Quarz fand Fresnel keine Schwierigkeit, eine Oberfläche zu erhalten, sodass ein gegebener, circular polarisirter Strahl, nachdem er dieselbe getroffen, seine Geschwindigkeit verändert hatte. Quarz dreht die Polarisationssebene nach rechts oder links, je nach seiner Art. Er schnitt zwei Prismen (s. Fig. 8), das eine *R* von einem rechtsdrehenden, das andere *L* von einem linksdrehenden Stück Quarz, und verband sie, sodass sie ein Doppelprisma bildeten. Die optische Axe war senkrecht auf den Endflächen, der Einfallsstrahl *IO* trat senkrecht gegen die brechende Ebene ein und ging durch das Doppelprisma parallel zur optischen Axe. Wenn ein gegebener, circular polarisirter Strahl die begrenzende Oberfläche *ab* trifft, muss er eine verschiedene Geschwindigkeit haben und in der Richtung, z. B. *OR'*, gebrochen werden. Ein entgegengesetzt circular polarisirter Strahl muss in der Richtung *OL'* gebrochen werden. Der mittlere Brechungsexponent der Prismen *R* und *L* war derselbe, sodass die Strahlen nahezu parallel in ihrer ursprünglichen Richtung blieben.

Unter den Substanzen, welche der magnetischen Spannung fähig und den Anforderungen des Experiments genügend sind, gibt es keine, welche denselben Brechungsexponenten haben und zugleich die Polarisationssebene in entgegengesetzter Richtung drehen. Es schien weniger schwierig, andere Mittel zu finden, um den Bedingungen des Experiments zu genügen.

Wenn man eine circulare Schwingung an der Oberfläche ab um 180° in ihrer Phase ändern könnte, so würden zwei Prismen derselben Substanz sich genau so verhalten, wie die Combination einer rechts- und linksdrehenden magnetischen Substanz bei der Brechung eines solchen Strahles an der Trennungsfläche ab . Eine solche Aenderung der Phase kann durch eine $\frac{1}{2}$ -Wellenlängenplatte hervorgebracht werden. Um eine genügende Ablenkung zu erhalten (vgl. Gleichungen (A) und (B) p. 586), muss die Oberfläche ab sehr schief gegen den Einfallstrahl sein, wodurch der Strahl alsdann auch nothwendig sehr schief durch die $\frac{1}{2}$ -Wellenlängenplatte gehen würde. Es schien nicht ohne weiteres möglich, eine solche Platte zu erhalten.

Die Untersuchung über die Nichtspaltung des Strahles zeigt, dass ein circular polarisirter Strahl durch eine doppeltbrechende Krystallplatte, ohne gespalten zu werden, gehen kann, und dass die rechtwinkligen Componenten um einen geeigneten Betrag gegeneinander verzögert werden können. Aus der Symmetrie ist offenbar, dass, wenn ein Strahl durch eine Fläche einer vollkommen planparallelen Platte von doppeltbrechender Substanz, ohne gespalten zu werden, gebrochen ist, er aus der Platte wieder herausgehen wird, ohne gespalten zu werden.

Es wurde dann versucht, eine Krystallplatte unter dem richtigen Winkel zu schneiden und sie in die Lage ab zu bringen (Fig. 8), entweder in einer Flüssigkeitszelle oder zwischen zwei Prismen von Faraday'schem Glas. Aus der Gleichung (C) ersieht man, dass eine sehr kleine Aenderung des Brechungsexponenten zweier Substanzen eine sehr grosse Lichtreflexion an der brechenden Ebene verursachen wird, wenn der Einfallswinkel nahezu gleich dem Winkel der totalen Reflexion ist. Es ist nothwendig, hierbei die Brechungsexponenten einander möglichst gleich zu wählen, um eine genügende Helligkeit zu erhalten, nachdem der Strahl durch das Doppelprisma RL gegangen ist. Ferner werden Unebenheiten in der Trennungsfläche weniger störend, je näher die Brechungsexponenten einander gleich sind, wie die Gleichung (B) zeigt.

Kalkspath wurde sehr geeignet für die Zwecke des Versuchs gefunden. Ein möglichst hoher Brechungsexponent war nöthig, um eine hohe magnetische Wirkung zu erzielen. Für Kalkspath ist:

$$n_{oD} = 1,6585 \quad \text{und} \quad n_{eD} = 1,4864,$$

sodass eine stark brechende Substanz gebraucht werden konnte. Es wurde Glas gewählt, bei dem $n_D = 1,6585$, und demgemäss die Berechnung für die Schnittrichtungen der Krystallplatten ausgeführt. Es wurde ein Einfallswinkel von $88^\circ 10'$ gewählt. Wir haben dann die Data, die zur Bestimmung des Winkels genügen, welchen die brechende Ebene ab mit der optischen Axe bilden muss.

In der Gleichung:

$$\frac{\sin^2 \Theta}{\cos^2 \alpha} = \eta_e^2 + \eta_o^2 + 2 \eta_e \eta_o \sqrt{\frac{\eta_o^2 \sin^2 \alpha}{\eta_o^2 \sin^2 \alpha - \sin^2 \Theta}}$$

haben wir:

$$\Theta = 88^\circ 10', \quad \eta = \frac{1,4864}{1,6483} \quad \text{und} \quad \eta_{oD} = \frac{1,6585}{1,6483}.$$

Lösen wir die Gleichung auf, so ergibt sich annähernd $\alpha = 83^\circ 30'$. Wie oben gesagt, kann Θ drei Werthe haben für denselben Werth von α .

Für $\alpha = 83^\circ 30'$, ist $\Theta' = 88^\circ 10'$, $\Theta'' = 12^\circ 13'$ und $\Theta''' = -(88^\circ 38' 40'')$.

An einen Kalkspathkrystall wurde eine kleine Fläche geschliffen, die senkrecht zu der optischen Axe stand, und die gesuchte brechende Ebene auf diese bezogen. Diese Methode zeigte sich höchst bequem für den Optiker und am genauesten. Eine beträchtliche Schwierigkeit machte das Schleifen der durchaus nothwendigen, vollkommen planparallelen Platten. Die gesuchte brechende Ebene schnitt auch die Spaltungsebenen des Krystalls schief, sodass Platten nicht weniger als 7 mm dick geschliffen werden konnten, ohne zu zerbrechen. Wenn man eine grössere Anzahl gleichzeitig schliff, so fanden sich darunter einige genügend planparallel. Für diese Platten hatte α die Werthe $83^\circ 30'$, und $71^\circ 27'$. Die letztere wurde zur Beobachtung von natürlicher Doppelcircularbrechung in Nicotin, wofür $n_D = 1,5244$ ist, bestimmt.

Die anderen waren für die Versuche über die Faraday'sche Wirkung.

Bevor diese Versuche gemacht wurden, wurden Beobachtungen angestellt, um die vorher gesagten Coincidenzen zu beobachten. Zu diesem Zwecke wurde eine Zelle, etwas grösser als die in Fig. 8 dargestellte, mit einer Lösung von Schwefelblumen in Schwefelkohlenstoff gefüllt. Durch Concentration der Lösung konnte der Brechungsindex auf 1,7 oder noch mehr erhöht werden. Die Platte ab wurde in einer Lösung, deren Brechungsindex 1,64 war, aufgehängt und konnte um eine Axe senkrecht zu der Ebene der Figur gedreht werden, welche letztere die xz -Ebene darstellt. Bei der Drehung von ab um diese Axe durchlief der Strahl IOI' alle möglichen Incidenzen. Bei der Drehung der Platte aus einer Lage parallel zu IOI' um 180° wurden drei Coincidenzen von den Bildern eines Punktes des Natriumlichtes, welches als Object diente, beobachtet. Wenn die Zelle eine Flüssigkeit enthielt, deren Brechungsindex zwischen $n_D = 1,44$ und $n_D = 1,55$ lag, konnten nur zwei Coincidenzen des Bildes gesehen werden. Für Luft wurde nur eine Coincidenz beobachtet. Annähernde Messungen von θ und n_D zeigten eine gute Uebereinstimmung mit den berechneten Werthen.

Die hier gegebene Methode liefert eine neue und genaue Prüfung für die Existenz der Fresnel'schen Wellenfläche. Sie scheint auch einer ebenso grossen Genauigkeit und einer ebenso ausgebreiteten Interpretation fähig, wie die vorher angewandten.

Die Platte ab war so eingerichtet, dass sie in ihrer eigenen Ebene gedreht werden konnte. Wenn der gesehene Gegenstand ein schmaler Spalt war, dessen Richtung senkrecht auf der Ebene der Figur war, dann konnte das ordentliche und das ausserordentliche Bild durch passende Drehung der Ebene ab in eine solche Lage gebracht werden, dass beide eine einzige Linie bildeten. Dies fand statt sowohl für die Platten, welche planparallel waren, als für jene, welche nicht planparallel waren. Die Strahlen des einen dieser Bilder konnten auf diese Weise eine Verzögerung der

Geschwindigkeit gegen die des anderen erhalten, und der Theil des Bildes, welcher aus den einander deckenden Theilen bestand, konnte für jede mögliche Abweichung z. B. $I'OR$ beobachtet werden, die von einer Aenderung des Brechungsexponenten herrührte. Diese Einrichtung war für die Experimente über die Faraday'sche Wirkung nicht bequem, und auch der ausserordentliche Strahl für grössere Einfallswinkel sehr geneigt zur Totalreflexion.

Kleinere Platten 7 mm breit und 20–30 mm lang wurden aus den planparallelen Platten geschnitten, sodass die optische Axe in der Richtung ihrer Länge lag. Diese wurden entweder in eine cylindrische Zelle oder zwischen zwei Glasprismen, R und L (Fig. 8), gebracht. Wenn die Glasprismen benutzt wurden, fand Totalreflexion bei O statt. Dies wurde vermieden, wenn man etwas von der Lösung durch Capillarität zwischen die Platte und die Prismen treten liess. Das Doppelprisma war mit zwei graduirten Kreisen, deren Axen senkrecht aufeinander standen, verbunden. Durch richtige Einstellung konnte die Einfallsebene zum Zusammenfallen mit der Hauptebene des Krystalls gebracht werden, was, wie oben gezeigt, nothwendig ist, wenn die gebrochenen Strahlen zusammenfallen sollen. Die Drehung in dieser Ebene würde den richtigen Einfallswinkel ergeben. Man konnte dann Einrichtungen treffen, um eine der Kreisaxen dauernd senkrecht auf diese Ebene zu stellen. Durch Versuche wurde eine genaue Coincidenz des ordentlichen und ausserordentlichen Bildes eines Gegenstandes erhalten, indem das Prisma gedreht wurde, bis die beiden Bilder zusammenfielen. Drehte man dasselbe dann nach einer Richtung weiter, so trennten sich die Bilder sogleich voneinander. Es wurden an dem graduirten Kreise Messungen für gleiche Trennung der Bilder an jener Seite der Coincidenzlage angestellt und das Mittel aus diesen Beobachtungen für die wirkliche Coincidenzlage angesehen.

Es erübrigte noch, das Prisma so einzurichten, dass eine der Schwingungscomponenten eine Verzögerung der Phase um 180° oder eine ungerade Vielfache von 180° erleiden konnte. Da der Strahl durch die Ebene sehr schief ging,

so musste eine sehr kleine Drehung des Prismas die Strecke, welche der Strahl in der Platte durchlief, beträchtlich ändern. Die richtige Einstellung für die nöthige Verzögerung wurde durch Probiren bewirkt. War der Strahl OI , z. B. rechts circular polarisirt, so wurde das Prisma so lange eingestellt, bis der Strahl OI' entgegengesetzt, d. h. links circular polarisirt gefunden war. Eine Aenderung des Einfallswinkels von nur etwa $2' 30''$ genügte, eine Aenderung der Phase um 360° hervorzurufen. Eine viel grössere Aenderung der Incidenz, d. h. eine viel grössere Drehung des Prismas war nöthig, um das ordentliche und das ausserordentliche Bild des benutzten Gegenstandes genau zu trennen.

Letzterer war ein Theil eines schmalen Spaltes, welcher sich auf einem langen Arme befand, dessen Rotationsaxe durch das Centrum O des Prismas ging und einer sehr feinen Bewegung fähig war. Das einfallende Licht wurde durch einen Collimator parallel gemacht. Waren die richtigen Einstellungen gemacht, so konnte der Magnet M so bewegt werden, dass das Prisma in seine durchbohrten Pole gelangte. Der Diameter dieser Durchbohrung betrug 10 mm, während der des Prismas ungefähr 8 mm war, sodass keine Berührung mit dem Magnete möglich war. Sowohl die Glasprismen als auch die Zelle wurden bei den Versuchen benutzt.

Bei der Aenderung des Brechungssexponenten der Lösung konnten verschiedene Einfallswinkel angewendet werden. Es ist schon gezeigt worden, dass eine Aenderung des Brechungssexponenten des begrenzenden Mediums eine Aenderung des Einfallswinkels erfordert, damit das ordentliche und das ausserordentliche Bild zusammenfallen können. Es werden auf diese Weise Einfallswinkel erhalten, welche von 78° bis 88° variirten.

Da jeder Strahl zerlegt zu werden scheint in circulare Schwingungen, so konnte unpolarisirtes Licht benutzt werden, doch wurde sowohl polarisirtes als unpolarisirtes Licht verwendet. Es ist ein kleines und sehr deutliches Bild nöthig, weil die magnetische Wirkung nur klein ist. Ein solches Bild konnte mit den vorhandenen Einrichtungen nicht herge-

stellt werden. Obwohl die Brechungsexponenten des angrenzenden und des doppeltbrechenden Mediums möglichst gleich gemacht wurden, brachten Unvollkommenheiten der Politur und andere Umstände sehr beträchtliche Verwischungen des Bildes hervor, weil die benutzten Einfallswinkel zu gross waren. Ferner konnte das Strahlenbündel nicht genügend schmal gemacht werden, um Interferenzfransen zu vermeiden. Um ein genügend starkes magnetisches Feld zu erhalten, mussten die Magnetpole einander möglichst genähert werden. Alsdann würde ein Theil des Strahls nicht beeinflusst werden, weil ein Theil der brechenden Fläche ab nicht im magnetischen Felde liegen würde. Die Pole waren einander nie näher als 5 mm und gewöhnlich weiter voneinander entfernt.

Die Dynanomaschine wurde mit grosser Geschwindigkeit bewegt und die Beobachtungen meist gemacht, kurz nachdem der Stromkreis geschlossen, der Strom also am stärksten war. Es wurde durchaus kein Unterschied in den Bildern des Spalts bei der Beobachtung durch das Fernrohr und bei geschlossenem Stromkreise bemerkt, ob unpolarisirtes Licht oder irgend eine Art von polarisirtem verwendet wurde. Wenn die Pole des Magnets einander nahe genug waren, sodass nur ein kleiner Theil der Brechungsfläche ab in dem magnetischen Felde sich befindet, so müssten Interferenzfransen hervorgerufen werden. Dieser Theil des Lichtes würde abgelenkt werden, theils in der Richtung OR und theils in der Richtung OL' , während der übrige Theil sich unverändert in der Richtung OL' fortpflanzen würde.

Die Wirkung wäre dann dieselbe gewesen, wie die von drei Lichtquellen, von denen zwei, OR und OL' , fast dieselbe Wirkung haben, als wenn sie durch eine enge Oeffnung gegangen wären und dadurch zur Hervorbringung von Interferenzfransen fähig geworden wären. Die Verwischung des Bildes kann genügend gewesen sein, um Interferenzfransen, welche hätten erscheinen können, unsichtbar zu machen. Die Intensität und Breite solcher Franssen würde natürlich variirt haben mit jeder Aenderung der Entfernung zwischen den Polen des Magnets. Wenn die Pole ziemlich weit von

einander abstanden, so konnte keine Verdoppelung des Bildes bemerkt werden. Es zeigte sich also, dass diese letztere Wirkung ausserhalb der Beobachtungsgrenzen liegen musste.

Der Betrag der erwarteten Wirkung wurde direct durch das Fresnel'sche Doppelprisma gemessen. Dieses Prisma wurde an die Stelle des früheren Prismas gesetzt, und die Trennung der beiden Bilder wurde mittelst eines Mikrometers gemessen, welches sich am Fernrohr befand. Das specifische Drehungsvermögen des Quarzes und der Einfallswinkel an der brechenden Fläche waren bekannt.

Die Drehung der Polarisationssebene für das Glas und die benutzten Flüssigkeiten wurde erhalten, indem man die Krystallplatte *ab* entfernte, einen linear polarisirten Strahl durch das Prisma schickte und die Drehung mass, welche hervorgerufen wurde, wenn die Pole des Magnets dieselbe Stellung hatten, wie in den vorhergehenden Versuchen. Es zeigte sich, dass diese Drehung ungefähr 12° betrug. Da man ferner die Entfernung zwischen den Polen kannte, so war die durchschnittliche Drehung für die Einheit der Entfernung damit gegeben. Da man die verschiedenen Einfallswinkel kannte, so konnte ein directer Vergleich mit dem Doppelquarzprisma gemacht und die entsprechende Trennung oder Erweiterung des Bildes durch das Mikrometer bestimmt werden.

Es zeigt sich, dass eine weniger schwierige Einrichtung dieses Versuches befriedigendere Resultate gab. Diese Einrichtung erforderte nicht, dass der ordentliche und ausserordentliche Strahl zusammenfielen. Sie basirt auf der Annahme dass eine lineare Schwingung immer in entgegengesetzt circulare Schwingungen zerlegt wird, welche Annahme in Uebereinstimmung mit den beobachteten Erscheinungen der Verschiebung der Interferenzfransen für elliptisch polarisirtes Licht, wie oben bereits erwähnt, zu sein scheint. Der vorhergehende Versuch machte nicht nothwendigerweise diese Annahme, da zugleich circular polarisirtes Licht benutzt wurde.

Vorausgesetzt, es sei ein circular polarisirter, bei *OI* (Fig. 8) einfallender Strahl gegeben, dann wird seine Geschwin-

digkeit in dem Medium, wenn dieses sich in magnetischer Spannung befindet, von der Schwingungsrichtung abhängen. Wenn nun der Strahl in der Oberfläche der Platte *ab* gebrochen wird, so fallen seine rechtwinkligen Componenten, der ordentliche und der ausserordentliche Strahl nicht zusammen. Jede dieser linearen Componenten wird, wenn sie an der entgegengesetzten Fläche der Platte wieder gebrochen wird, in entgegengesetzte circulare Componenten zerlegt werden, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeiten von der Richtung ihrer Schwingungen abhängen werden, d. h. davon, ob sie rechts- oder linkshändig sind. Die Componente, welche in derselben Richtung schwingt, wie der einfallende Strahl *OI*, wird nicht von der ursprünglichen Richtung abweichen. Der Strahl, dessen Schwingungsrichtung der ursprünglichen Richtung entgegengesetzt ist, wird eine andere Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben und folglich abgelenkt werden. Der ursprüngliche Strahl *OI* wird immer in seine entgegengesetzt circularen Componenten zerlegt. Der ordentliche und der ausserordentliche Strahl werden jeder drei Strahlen *OR'*, *OI'*, *OL'* hervorrufen. Der Strahl *OI'* ist der, dessen Schwingungsrichtung dieselbe ist, wie die der ursprünglichen circularen Componente. Der Strahl *OL'* ist der, dessen Schwingungsrichtung der der ursprünglichen circularen Componente entgegengesetzt ist, welche rechtshändig angenommen wird. Für die linkshändige Componente des ursprünglichen Strahles ist *OR'* die Richtung, welche die rechtshändige Componente verfolgt, während *OI'* die Richtung ist, welche die linkshändige Componente hat.

Man denke sich das ordentliche und das ausserordentliche Bild in dem Gesichtsfelde weit voneinander getrennt, oder eins derselben ganz herausfallend. Wenn eine Aenderung des Brechungsexponenten für circular polarisirte Strahlen durch die magnetische Spannung hervorgebracht wird, so müssten drei Bilder gesehen werden. Das mittlere Bild *OI'* müsste gerade doppelt so intensiv wie jedes der beiden anderen *OL'* und *OR'* sein.

Der Versuch hatte genau dieselbe Form, wie der vorhergehende, nur dass hier die Schwierigkeit der Einstellung

des Prismas vermieden wurde, durch welche ein Phasenunterschied von π von der Platte ab hervorgerufen werden sollte, und dass das Prisma in verschiedenen Richtungen aufgestellt werden konnte, sodass es mit OI verschiedene Einfallswinkel ergab. Es musste ganz dieselbe Erscheinung beobachtet werden, wie bei dem vorhergehenden Versuche, da ein Theil der Strahlen der beiden Versuche nicht beeinflusst werden konnte, und ein mittleres Bild immer gesehen werden musste. Des Einfallswinkel wurde ebenso wie die Entfernung der Pole beträchtlich verändert, aber nicht die geringste Wirkung konnte sowohl für polarisirtes, als auch für unpolarisirtes Licht bemerkt werden.

Indem man die obere und die untere Hälfte des Spaltes entgegengesetzt circular polarisirte, erhielt man eine noch empfindlichere Methode. Angenommen, die obere Hälfte des Spaltes sei linkshändig und die untere Hälfte rechtshändig circular polarisirt. Nach dem Durchgang durch die Platte ab (Fig. 8) gibt es einen Theil des Strahles, z. B. von der oberen Hälfte des Spaltes (Fig. 9), welcher entgegengesetzt oder rechtshändig geworden ist, und z. B. nach der Seite von R' von dem ursprünglichen Bilde abweichen wird. Der entsprechende Theil der Strahlen der unteren Hälfte, welche entgegengesetzt circular polarisirt ist, wird dann nach der Seite von L' abweichen.

Bei dieser Einrichtung brauchen die Bilder nicht getrennt zu werden. Die obere Hälfte wird nach R' hin und die untere Hälfte nach L' hin ausgebreitet werden, wie dies durch die punktirten Linien angedeutet ist, oder umgekehrt, wenn der Strom umgekehrt ist. Bei Benutzung sehr starker Vergrößerungen kann jede Brechung in dem Contour des Bildes entdeckt werden. Diese Veränderung wurde bei den beiden vorhergehenden Versuchen ohne Erfolg angewandt. In dem Falle, wo Interferenzfransen erscheinen, ist es offenbar, dass sie auf der oberen Hälfte des Bildes stärker auf der Seite von R' und auf der unteren Hälfte stärker auf der Seite von L' erschienen sein würden, da die anderen Seiten theilweise durch das ursprüngliche Bild bedeckt waren. Wenn man einen breiten Spalt und das Doppel-

quarzprisma benutzt, so wurde das Bild so beobachtet, wie Fig. 9 zeigt.

Selbst diese Einrichtung vergrösserte die Empfindlichkeit der Versuche nicht genügend, um sicher festzustellen, dass die vermuthete Wirkung nicht eintrete. Ein viel besseres Bild des Spaltes wurde erhalten, wenn man einen Strahlenkegel durch das Doppelprisma gehen liess. Der körperliche Winkel dieses Kegels war klein. Da jeder Strahl durch die Platte *ab* unter einem anderen Winkel ging, so musste die relative Verzögerung der rechtwinkligen Componenten jedes circular polarisirten Strahles einen entsprechenden Unterschied in der Verzögerung der Phase hervorrufen. Der körperliche Winkel des Strahlenkegels war klein genug, um eine Trennung des ordentlichen und des ausserordentlichen Bildes zu verhindern, wenn die Axe des Kegels mit der Richtung in der Krystallplatte zusammenfiel, welche der Nichtspaltungsrichtung des Strahles entspricht. Die circulare Schwingung, deren rechtwinklige Componenten eine relative Verzögerung der Phase um $0, 2\pi, 4\pi$ etc. erhielten, würde offenbar in ihrer Fortpflanzungsrichtung nicht verändert werden, wenn sie durch die Platte ginge. Wenn die relative Verzögerung $0, \pi, 2\pi, 5\pi$ etc. betrug, so hätte die Fortpflanzungsrichtung verändert werden müssen, da der Strahl entgegengesetzt circular polarisirt worden wäre. Wenn die relative Verzögerung nicht $0, \pi, 2\pi, 3\pi$ etc. beträgt, so müsste die Schwingung, nachdem sie durch die Platte gegangen, elliptisch sein.

Diese elliptischen Schwingungen würden demnach in circulare Schwingungen zerlegt und ihre Fortpflanzungsrichtung je nach den Umständen abgelenkt werden müssen oder nicht. Mit dieser Einrichtung waren die Bedingungen des Versuches erfüllt, nämlich die, einen gegebenen Strahl an der Brechungsfläche *ab* entgegengesetzt circular zu polarisiren. Die Entfernung zwischen dem Brennpunkt der Strahlen und dem Doppelprisma konnte nach Belieben vergrössert oder verkleinert werden. Die Entfernung zwischen den Polen des Magnets wurde ebenfalls verändert. Ebenso wurde polarisirtes und unpolarisirtes Licht benutzt. Auch wurde die

obere und untere Hälfte des Spaltes öfters entgegengesetzt circular polarisirt. Dabei konnte nicht die geringste Aenderung in dem Bilde des Spaltes bemerkt werden, wenn der Stromkreis geschlossen wurde. Bei sehr starker Vergrößerung des Spaltbildes konnte keine Brechung in seinem Contour bemerkt werden.

Das Doppelquarzprisma wurde an dieselbe Stelle gesetzt, welche das erwähnte Doppelprisma einnahm, und die relative Abweichung beider Bilder wurde für verschiedene Entfernungen der Brennpunkte der Strahlen gemessen. Dieser Vergleich zeigte, dass der Betrag der Abweichung sich kaum innerhalb der Beobachtungsgrenzen befand.

Das Doppelprisma wurde auch so eingerichtet, dass das ordentliche Bild weit von dem ausserordentlichen Bild getrennt wurde. Es konnte in ihrer Erscheinung keine Aenderung bemerkt werden, wenn der Stromkreis geschlossen wurde.

Bei den vorigen Versuchen wurden die Magnetpole häufig so nahe zusammengebracht, dass ein Strahl, welcher an einer Stelle, die im magnetischen Felde lag, in die Platte eintrat, aus der Platte an einer nicht mehr in dem magnetischen Felde befindlichen Stelle austreten musste. Da die magnetische Spannung des Kalkspathes sehr klein ist, so würde die Wirkung hiervon ungefähr dieselbe sein, wie die der Brechung eines Strahles aus einer magnetischen Substanz in eine nicht magnetische. Die Abweichung jedes Strahles würde dann nur halb so gross sein, wie es der Fall sein würde, wenn die beiden erwähnten Stellen in dem Kraftfelde wären.

Bei den ausgeführten Versuchen waren immer einige Strahlen, welche nicht ein- und austraten an Punkten, die beide im Kraftfelde lagen.

Es ist offenbar, dass, je dünner die Platte *ab* ist, destomehr Strahlen vorhanden sind, welche an Punkten des magnetischen Feldes ein- und austreten. Es war deshalb von Wichtigkeit, eine möglichst dünne Platte zu benutzen. Wie gesagt, konnten die verwendeten Platten nicht dünner als 7 mm hergestellt werden, ohne zu brechen.

Eine Platte, deren Flächen parallel den Spaltungsflächen sein sollten, konnte dagegen viel dünner geschliffen werden. Eine solche Platte konnte auch besser polirt werden. Es wurden verschiedene dieser Platten, einige von 0,3 mm Dicke hergestellt. Wurde eine solche Platte für die vorher gebrauchte Platte substituirt, so erhielt man ein besseres Bild. Dieses Bild jedoch war immer linear polarisirt, da der ausserordentliche Strahl wegen der benutzten grossen Incidenzen total reflectirt wurde.

Wie oben auseinandergesetzt, mussten die ordentlichen Strahlen in der Platte ab ein wenig verschiedene Richtungen haben; jeder wurde in entgegengesetzt circuläre Componenten von verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten zerlegt, wenn er aus der Platte austrat.

Es wurden ganz dieselben Einrichtungen benutzt, wie bei den vorhergehenden Versuchen. Auf das Bild musste offenbar dieselbe Wirkung hervorgebracht werden, wie vorher; jedoch konnten jetzt die Magnetpole einander mehr genähert werden. Auch hierbei war keine Wirkung wahrzunehmen, wenn der Stromkreis geschlossen wurde.

3. Versuch mit einem einzelnen Prisma.

Eine der hauptsächlichsten Schwierigkeiten in den vorherigen Versuchen bestand darin, einen genügend grossen Theil der Fläche in das magnetische Feld zu bringen. Dies erforderte eine weite Trennung der Magnetpole, wodurch die Intensität des Feldes entsprechend reducirt wurde.

Die Gleichung:

$$\frac{dD}{d\mu} = \frac{\partial D}{\partial i} \frac{\partial i}{\partial \mu} + \frac{\partial D}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \mu} = \frac{1}{\mu} \operatorname{tg} i + \frac{\sin i}{\cos r}$$

führt zu einem Versuch, zu dem keine doppeltbrechende Platte erforderlich ist. Bei diesem wählt man i constant, sodass:

$$\frac{dD}{d\mu} = \frac{\sin i}{\cos r} \text{ wird, wo } \frac{dD}{d\mu} = \infty \text{ ist für } r = 90^\circ.$$

In Fig. 10 sei die brechende Kante des Prismas abc senkrecht zu der Ebene der Figur, M und M' seien die Durchschnitte der magnetischen Pole mit der Ebene der

Zeichnung, und $I_1 O_1 I_1'$ je ein einfallender und gebrochener Strahl.

Man sieht zugleich, je kleiner der Winkel abc ist, desto grösser ist die Fläche $O_1 O_2$, welche in dem magnetischen Felde Platz findet für eine gegebene Entfernung der Pole. Die Grösse dieser Fläche ist proportional dem Cosinus des Winkels abc . Wir haben alsdann eine brechende Fläche ab , für die eine geringe Aenderung von μ eine grosse Aenderung von D hervorbringen wird, da r nahe $= 90^\circ$ gemacht werden kann.

Es wurden Prismen von Faraday'schem Glas benutzt, für das $n_D = 1,72$ und $n_D = 1,76$ ist. Wir haben alsdann $\mu = 1,72$ und $\mu = 1,76$, da Luft das an ab grenzende Medium war, r variierte zwischen 80 und 88° , sodass ungefähr $i = 35^\circ 5' \pm 25'$ und $D = 45$ bis 53° ist.

Wenn:

$$R = \frac{1}{2} \frac{\sin 2i \sin 2r}{\sin^2(i+r)} \left(1 + \frac{1}{\cos^2(i-r)} \right)$$

die Quantität des gebrochenen Lichtes ist, so wird annähernd $R = 0,4$ für $r = 85^\circ$. Da die Breite eines Gegenstandes, welcher zur Beobachtung brauchbar ist, endlich ist, so muss i ein wenig variiren. In diesem Falle wurde ein schmaler Spalt benutzt.

Es ist oben gefunden, dass:

$$\left(\frac{dD}{di} \right)_{\mu=\text{const}} = \frac{\mu \cos i}{\cos r}$$

ist; demnach wird in diesem Falle:

$$\left(\frac{dD}{di} \right)_{\mu=1,76} = \left(\frac{dr}{di} \right)_{\mu=1,76} = \frac{1,76 \cos(85^\circ 30')}{\cos 85^\circ} = 17$$

näherungsweise. Folglich würde das Bild nach der Brechung in der Fläche ab ungefähr 17mal verbreitert werden. Seine Intensität würde dann nahe $0,4/17 = 0,02$ sein.

Dies zeigt auch, dass geringe Unregelmässigkeiten an der Oberfläche ab sehr merklich werden würden. Wie oben gesagt ist, wird der Betrag des reflectirten Lichtes desto geringer, und die Unregelmässigkeiten der brechenden Fläche werden desto merklicher, je grösser μ und D ist. Doch scheint der Vortheil, einen grösseren Theil der brechenden Fläche

in das magnetische Feld zu bringen, von grösserer Wichtigkeit.

Das Prisma abc wurde so geschnitten, dass die Einfallsstrahlen $I_1 O_1$, $I_2 O_2$ senkrecht in die Fläche cd eintraten, und es wurde mit einer Axe verbunden, welche parallel zu seiner brechenden Kante war. Die Strahlen kamen von einem genau functionirenden Collimator und waren so parallel als möglich gemacht. Dieser Collimator konnte eine genau messbare Drehung um eine Axe erleiden, die durch die brechende Kante des Prismas abc ging. Um verschiedene Einfallswinkel zu erhalten, wurde dann nur der Collimator gedreht.

Der Pol M war vierkantig durchbohrt, damit die Lichtstrahlen längs der Axe hindurchgehen konnten. Die Form dieser Durchbohrung ist in Fig. 10_a angegeben, wo $bc = 10$ mm und $bb' = 3$ mm ist. Die Richtung bc war senkrecht auf der brechenden Kante der Prismas und der Richtung des Spaltes. Der Pol M war nicht durchlöchert, sodass die Kraft auf das Prisma concentrirt werden konnte. Kein Theil des Apparates wurde von dem Magnet berührt. Da das Bild des Spaltes nach der Brechung bedeutend verbreitert war, so konnte keine Spaltung des Bildes stattfinden. Die beiden Hälften des Spaltes wurden dann entgegengesetzt circular polarisirt und seine Mitte in die Mitte des Gesichtsfeldes gebracht. Wie oben auseinander gesetzt, mussten die beiden Hälften in entgegengesetzten Richtungen verschoben erscheinen. Die Gleichung (C) zeigt auch, dass eine kleine Aenderung der Intensität der oberen und unteren Hälfte des Bildes stattfinden sollte. Verschiedene Vergrößerungen des Beobachtungsfernrohrs wurden angewendet und beide Prismen von Faraday'schem Glas benutzt; dennoch konnte bei Schliessung des Stromkreises keine Aenderung des Spaltbildes wahrgenommen werden. r variierte zwischen 80 und 88° und mehr. Es ist offenbar, dass der Strahl $I_2 O_2$ einer viel grösseren magnetischen Wirkung unterworfen war, als der Strahl $I_1 O_1$. Es ist ferner offenbar, dass jeder dieser Strahlen, wenn linear polarisirt, um denselben Betrag gedreht werden würde, da die Differenz zwischen den electromagne-

tischen Potentialen an der ersten Fläche bc und der zweiten Fläche ab dieselbe war. Die Drehung der Polarisationssebene konnte also gemessen werden. Es wurde ein directer Vergleich mit dem Fresnel'schen Doppelquarzprisma angestellt. Für die in der Mitte von a und b gebrochenen Strahlen war vermuthlich die Wirkung gross genug, um bemerken zu lassen, wenn eine Aenderung in dem Brechungsexponenten für die circular polarisirten Strahlen eingetreten wäre.

Das Bild des Spaltes war indessen so verwischt und unbestimmt nach der Brechung bei so grossen Winkeln, dass viel weniger zufriedenstellende Resultate erhalten wurden, als zu erwarten war. Faraday's Glas oxydirt sich so schnell, dass es schwer war, eine gute brechende Fläche zu erhalten. Der dünne Oxydüberzug rief wahrscheinlich die grösste Verwischung hervor, da die Oeffnung $bc b^1 c^1$ Fig. 10, sich gross genug fand, um die Bildung von Interferenzfransen zu verhindern.

Es scheint möglich, ein viel klareres Bild hervorzu- bringen, indess war es bisher nicht möglich, das Poliren des Prismas und den Versuch selbst zu wiederholen.

Alle hier gegebenen Methoden sind anwendbar für natürlich drehende Substanzen. In der That waren schon Versuche mit den Flüssigkeiten — Nicotin und Santonin — begonnen, als v. Fleischl¹⁾ die Resultate seiner Untersuchungen über denselben Gegenstand veröffentlichte, welche ergeben, dass auch in Flüssigkeiten eine natürliche Doppelbrechung vorhanden ist. Ich hoffe, dass es mir möglich wird, diese Versuche weiter fortzuführen.

Es ist zu erwähnen, dass Righi²⁾ und H. Becquerel³⁾ schon die Verschiebung der Fransen für circular polarisirte Strahlen gemessen haben, wenn interferirende Strahlen durch ein in magnetischer Spannung befindliches Medium gehen.

Bravais⁴⁾ scheint der erste gewesen zu sein, der bemerkt hat, dass ein Strahl nicht nothwendigerweise gespal-

1) v. Fleischl, Wien. Ber. 90. 1884. Wied. Ann. 24. p. 127.

2) Righi, Nuov. Cim. 8. 1878. Beibl. 2. p. 715.

3) H. Becquerel, Compt. rend. 88. p. 334—336. 1879. Beibl. 4. p. 624.

4) Bravais, Compt. rend. 39. 1854.

ten zu werden braucht, wenn er durch ein doppeltbrechendes Medium geht. Er vermuthet jedoch, dass für jede Platte nur ein Fall der Nichtspaltung möglich ist.

Leider wurden mir diese Arbeiten erst gegen Schluss meiner Untersuchungen bekannt.

Es bleibt mir noch übrig, an dieser Stelle meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Geheimrath Prof. Dr. v. Helmholtz für die Ueberlassung der benutzten Apparate, sowie für die Freundlichkeit, mit der er mir mit Rath und That bei der Ausführung der erwähnten Untersuchungen zur Seite stand, meinen aufrichtigen Dank auszusprechen.

VIII. *Die Commutatorstellung bei electrodynamischen Maschinen*¹⁾; von G. Stern.

In den Experimentaluntersuchungen über electrodynamische Maschinen wird meist nur erwähnt, dass bei allen Versuchen die Collectorbürsten auf das Maximum der Stromintensität eingestellt wären, und dass diese Einstellung durch Probiren erreicht sei; auch die bisher aufgestellten Theorien befassen sich nicht mit den Aenderungen, die in der Wirkungsweise der Maschinen auftreten, wenn dem Commutator eine andere Stellung gegeben wird. Und doch sind diese Aenderungen so bedeutend, dass durch sie schon eine Regulirung des Maschinenstromes bewerkstelligt ist.²⁾

Es ist deshalb im Folgenden versucht, den Einfluss der Commutatorstellung in die Theorie der Maschine hineinziehen; zum Schluss sind noch einige Versuche über diesen Gegenstand angestellt.

Die Clausius'sche Abhandlung³⁾ berücksichtigt nur den

1) Aus der Inauguraldissertation des Hrn. Verfassers. Dritter Theil. Göttingen 1885.

2) Hiram S. Maxim, Scient. Amer. 43. p. 260. 1880. Erwähnt in Electrotechn. Zeitschr. 2. p. 93. 1881.

3) Clausius, Wied. Ann. 20. p. 355. 1883.

Fall, dass der die Contactfedern verbindende Durchmesser der Collectorscheibe (die Contactlinie) senkrecht zur Axe der festen Electromagnete (der Pollinie) steht. Meist schliesst aber die Contactlinie einen endlichen Winkel φ mit der Senkrechten zur Pollinie ein.

Ist letzteres der Fall, so bleibt im Clausius'schen Aufsatz bis zur Formel (11) (p. 366) der Form nach alles ungeändert; diese Formel lautet unter Beibehaltung der Clausius'schen Bezeichnungen:

$$Ei = -T - \rho i^2 v,$$

wo E die electromotorische Kraft, i die Stromstärke und v die Tourenzahl bedeutet; T ist die von ponderomotorischen Kräften in der Zeiteinheit geleistete Arbeit und ρ ein Coefficient, der, von der inducirenden Wirkung des rotirenden Leiters auf sich selbst herrührt. Freilich haben jetzt E sowohl als auch T einen anderen Werth als bei Clausius, denn die Potentialdifferenz $W' - W''$ ¹⁾ ist von φ abhängig — selbst auf ρ hat eine Aenderung von φ Einfluss —, aber, wie man sich leicht überzeugt, bleibt die erwähnte Relation zwischen E und T dadurch ungeändert. Ich verweise deshalb in Betreff der Herleitung obiger Formel, ebenso wie in Bezug auf die weitere Begründung mancher Punkte in den folgenden Rechnungen auf die citirte Arbeit selbst.

Die Formel für das magnetische Moment der festen Electromagnete bleibt bei einer Verschiebung der Contactlinie auch ungeändert; nämlich, wenn wir mit Clausius an der Frölich'schen Annahme hierüber festhalten, ist (Formel (12) der Clausius'schen Abhandlung):

$$M = \frac{Ai}{1 + \alpha i},$$

wo A und α Constante sind. Die magnetische Wirkung, welche dieses Moment auf den Eisenkern des Pacinotti-Gramme'schen Ringes ausübt, wird ebenfalls nach Grösse und Richtung dieselbe bleiben; das durch sie allein im Eisenkern des Ringes hervorgerufene magnetische Moment wird sein:

$$\frac{CM}{1 + \gamma M},$$

1) Clausius, l. c. Formel (3) u. (10).

wo C und γ Constante sind. — Auch das von der durchströmten Umwicklung des Pacinotti'schen Ringes selbst direct herrührende Moment bleibt der Grösse nach dasselbe, nämlich:

$$\frac{CN}{1 + \gamma N}, \text{ worin } N = Bi,$$

eine Grösse ist, welche zur magnetisirenden Kraft der Umwicklung in derselben Beziehung steht, wie das magnetische Moment M zur magnetisirenden Kraft der festen Electromagnete. Aber da die Richtung der von der Umwicklung ausgehenden Kraft stets mit der Contactlinie zusammenfällt, so steht sie nicht mehr senkrecht zur Axe der festen Electromagnete, wie bei Clausius, sondern schliesst mit der Senkrechten zur Pollinie den Winkel φ ein. (Im Folgenden soll φ stets, von der Senkrechten zur Pollinie ausgehend, im Sinne der Rotation als positiv gezählt werden.) Die Resultirende von M und N ist also nicht mehr $\Pi_0 = \sqrt{M^2 + N^2}$, sondern:

$$\Pi = \sqrt{M^2 + N^2 - 2MN \sin \varphi}.$$

Die Axe des resultirenden Moments hat dieselbe Richtung, wie Π ; ist also ω der Winkel zwischen der Resultanten Π und der Pollinie, wo:

$$\sin \omega = \frac{N \cos \varphi}{\Pi}; \quad \cos \omega = \frac{M - N \sin \varphi}{\Pi},$$

so bestimmen diese Gleichungen die Richtung des im Eisenkern des Pacinotti'schen Ringes erregten Moments:

$$P = \frac{C\Pi}{1 + \gamma\Pi} = \frac{C\sqrt{M^2 + N^2 - 2MN \sin \varphi}}{1 + \gamma\sqrt{M^2 + N^2 - 2MN \sin \varphi}}.$$

Zur Berechnung der ponderomotorischen Kraft, welche der Magnetismus des Eisenkerns auf seine drehbare Umwicklung ausübt, zerlegt nun Clausius das Moment P in zwei Componenten, P_1 und P_2 , von denen die eine, P_2 , in die Richtung des magnetischen Momentes N der Umwicklung fällt, während die andere, P_1 , senkrecht dazu steht; dazu brauchte Clausius P nur mit $\sin \omega$, resp. $\cos \omega$ zu multipliciren. Wollen wir analog verfahren, so müssen wir statt dessen:

$P_1 = P \cos(\omega - \varphi)$, $P_2 = P \sin(\omega - \varphi)$
bilden; dann hat P_2 die Richtung von N , nämlich die der
Contactlinie, und P_1 steht senkrecht dazu. — Nun ist aber
nach den Gleichungen für $\sin \omega$ und $\cos \omega$:

$\sin(\omega - \varphi) = \frac{N - M \sin \varphi}{II}$, $\cos(\omega - \varphi) = \frac{M \cos \varphi}{II}$,
also ist:

$$P_1 = \frac{CM \cos \varphi}{1 + \gamma II} = \frac{CM \cos \varphi}{1 + \gamma \sqrt{M^2 + N^2 - 2MN \sin \varphi}},$$

$$P_2 = \frac{C(N - M \sin \varphi)}{1 + \gamma II} = \frac{C(N - M \sin \varphi)}{1 + \gamma \sqrt{M^2 + N^2 - 2MN \sin \varphi}}.$$

Dieses sind die Ausdrücke, die den Clausius'schen Formeln
(16) entsprechen; freilich ist die dort im Nenner eingeführte
Vereinfachung hier unstatthaft, weil hier II , ausser von i ,
auch von φ abhängt.

Wir berechnen jetzt mit Clausius die Arbeit für den
Fall, dass der Eisenkern des Pacinotti'schen Ringes an
der Rotation nicht theilnimmt.

Die ponderomotorische Arbeit der festen Electromag-
nete auf die rotirende Umwicklung ist auch jetzt propor-
tional dem magnetischen Moment M der ersteren und ande-
rerseits dem Moment N der Umwicklung. Clausius setzt
daher diese Arbeit $-hMNv$ für die Zeiteinheit, wo h eine
Constante ist. Soll diese Constante auch in unserem Falle
ihren Werth beibehalten und nicht von φ abhängig sein, so
müssen wir hier statt N eine andere Grösse einführen. Bei
Clausius stehen nämlich die Richtungen von M und N
senkrecht zu einander; soll also jetzt, wo N den Winkel φ
mit der senkrechten zur Pollinie einschliesst, h seine Bedeu-
tung beibehalten, so müssen wir statt N seine senkrecht
zur Pollinie fallende Componente, d. h. $N \cos \varphi$ setzen; die
mit der Richtung von M zusammenfallende Componente
 $N \sin \varphi$ kann ja auch kein wirksames Drehungsmoment er-
geben. — Dann ist die zu bestimmende Arbeit der festen
Magnete auf die drehbare Umwicklung gleich:

$$\mathfrak{A}_1 = -hMNv \cos \varphi.$$

Die Arbeit \mathfrak{A}_2 , welche der Eisenkern des Pacinotti's-
chen Ringes mit seinem Magnetismus auf seine Umwicke-

lung ausübt, ist wieder der Grösse N und ferner der Componente P_1 des magnetischen Moments P proportional, welche auf N senkrecht steht; also:

$$\mathfrak{A}_2 = -kNP_1v,$$

wo k ein constanter Factor ist.

Danach ist die ganze von der Maschine in der Zeiteinheit geleistete ponderomotorische Arbeit:

$$T = -hMNv \cos \varphi - kNP_1v.$$

Nach der oben, p. 608, eingeführten Gleichung (11) des Clausius'schen Aufsatzes ist folglich die Arbeit der electromotorischen Kraft:

$$Ei = hMNv \cos \varphi + knP_1v - \rho i^2 v,$$

wo für P_1 der auf p. 610 angegebene Ausdruck zu setzen ist. — Diese Formeln lassen den auf p. 608 angedeuteten Unterschied in den Werthen von E und T gegen die Clausius'schen Werthe erkennen.

Nimmt der Eisenkern des Ringes an der Rotation Theil, so fällt die Arbeit \mathfrak{A}_2 , welche er auf seine Umwicklung übte, fort, da beide Systeme fest miteinander verbunden sind; aber statt dessen tritt die Arbeit \mathfrak{A}_2' , welche die festen Electromagnete auf den rotirenden Kern ausüben, auf. Nach einer von Clausius angestellten Betrachtung¹⁾, die sich unmittelbar auf unseren Fall überträgt, sind diese beiden Arbeitsgrössen gleich, und in der That unterscheiden sie sich der Rechnung nach, wie bei Clausius, so auch hier, nur durch ihre Constanten. Die Arbeit \mathfrak{A}_2' muss nämlich proportional M und der Componente P_2 des Moments P nach der Senkrechten zur Pollinie sein. Diese Componente ist:

$$P_2 = \frac{CN \cos \varphi}{1 + \gamma H} \quad \text{und also} \quad \mathfrak{A}_2' = -kMP_2v.$$

Um diese Arbeit mit der früher erhaltenen \mathfrak{A}_1 zu vergleichen, führen wir die Werthe von P_2 und P_1 ein; dann ist:

$$\mathfrak{A}_1 = -kNP_1v = -k \frac{CMN \cos \varphi}{1 + \gamma H} v,$$

$$\mathfrak{A}_2' = -kMP_2v = -k \frac{CMN \cos \varphi}{1 + \gamma H} v.$$

1) Clausius, l. c. p. 374 f.

Man braucht also in der That auch hier nur $k = k'$ zu setzen, um die Rechnung mit der oben erwähnten Betrachtung in Uebereinstimmung zu bringen.

Unsere Formeln für Ei und für T , p. 611, sind hier nach bei langsamer Drehung auch für den Fall gültig, dass der Eisenkern des Pacinotti'schen Ringes mit rotirt.

Bei schneller Rotation des Eisenkerns wird infolge der magnetischen Trägheit des Eisens seine magnetische Axe in dem Sinne der Rotation verschoben. Es sei die Grösse dieser Verschiebung gleich sv , wo s eine kleine Constante bedeutet; dann ist der Winkel, den die magnetische Axe des Eisenkerns im Pacinotti'schen Ringe mit der Pollinie einschliesst, gleich:

$$\omega' = \omega + sv.$$

Clausius macht an dieser Stelle noch eine Annahme, die meines Wissens bis jetzt experimentell noch nicht begründet ist, dass nämlich nicht allein die Richtung, sondern auch die Grösse des magnetischen Moments einer zwischen den Polen eines Magnets rotirenden weichen Eisenmasse durch die Rotation beeinflusst würde, welchem Umstande er hier durch die Substitution:

$$P' = P \cos sv$$

Rechnung trägt, wo P' das in die veränderte Axenrichtung fallende Moment des rotirenden Eisenkerns ist.¹⁾ Zerlegen wir dieses neue magnetische Moment P' in zwei Componenten, eine, P'_1 , nach der Contactlinie und die andere, P'_2 , senkrecht dazu, so ist:

$$P'_1 = P' \cos (\omega' - \varphi) = P \cos sv \cos (\omega - \varphi + sv)$$

$$P'_2 = P' \sin (\omega' - \varphi) = P \cos sv \sin (\omega - \varphi + sv).$$

Hier führt Clausius für $\cos sv$ und $\sin sv$ wegen der Kleinheit von s die ersten Glieder ihrer Reihenentwicklungen ein, setzt also $\cos sv = 1$ und $\sin sv = sv$. Dadurch wird die oben eingeführte zweifelhafte Annahme $P' = P \cos sv$ doch illusorisch gemacht, und wir haben:

1) Diese Annahme hat übrigens auch bei Clausius auf den späteren Verlauf der Rechnung keinen Einfluss.

$$P_1' = P [\cos (\omega - \varphi) - \varepsilon v \sin (\omega - \varphi)]$$

$$P_2' = P [\sin (\omega - \varphi) + \varepsilon v \cos (\omega - \varphi)].$$

Für P und ω ihre Werthe eingesetzt:

$$P_1' = \frac{C}{1 + \gamma H} [M \cos \varphi - \varepsilon v (N - M \sin \varphi)],$$

$$P_2' = \frac{C}{1 + \gamma H} [N - M \sin \varphi + \varepsilon v M \cos \varphi].$$

Auch die Berücksichtigung der sogenannten Foucault'schen Ströme im Eisenkern des rotirenden Ringes führt hier zu einem von dem Clausius'schen etwas abweichenden Resultat.

Auf dieselbe Weise wie bei Clausius kann man sich auch hier überzeugen, dass die Kräfte, die inducirend auf den Eisenkern des Pacinotti'schen Ringes wirken, dieselben wie die magnetisirenden, also proportional der Grösse H sind, und wie jene den Winkel ω mit der Pollinie einschliessen.

Die im rotirenden Eisenkern inducirten Ströme wirken sowohl durch ihr eigenes Moment, als auch durch ihre magnetisirende Kraft, die den Magnetismus des Eisenkerns beeinflusst.

Ihr eigenes Moment ist proportional der inducirenden Kraft, also auch der Grösse H , und der Geschwindigkeit v ; es ist also durch:

$$\eta v H$$

auszudrücken, wo η eine kleine Constante ist. Das durch ihre magnetisirende Wirkung im Eisenkern des Ringes hervorgerufene magnetische Moment wird in ähnlicher Beziehung zu dem Ausdruck $\eta v H$ stehen, wie das Moment $CN/(1 + \gamma N)$, das die drehbare Umwicklung im Eisenkern erzeugt, zur Grösse N . Es ist das fragliche Moment also gleich:

$$\frac{D \eta v H}{1 + \delta \eta v H},$$

wo die Constanten D und δ den Grössen C und γ analog sind. — Beide Momente haben dieselbe Richtung, nämlich senkrecht zur inducirenden Kraft H . Es schliesst also die Richtung des Gesamtmoments, das die Foucault'schen Ströme im Eisenkern induciren, und dessen Grösse:

$$\eta v \Pi \left(1 + \frac{D}{1 + \delta \eta v \Pi} \right)$$

ist, den Winkel $90^\circ + \omega$ mit der Pollinie ein. — Wollen wir dieses Moment in Componenten zerlegen, deren Richtungen mit der von P_1 , resp. P_2 übereinstimmen, so müssen wir es mit $-\sin(\omega - \varphi)$, resp. mit $\cos(\omega - \varphi)$ multipliciren. Addiren wir die so erhaltenen Componenten zu den Componenten P_1' und P_2' von p. 613, so erhalten wir als Componenten des endgültigen Moments des rotirenden Eisenkerns:

$$P_1'' = P_1' - \eta v \Pi \left(1 + \frac{D}{1 + \delta \eta v \Pi} \right) \sin(\omega - \varphi),$$

$$P_2'' = P_2' - \eta v \Pi \left(1 + \frac{D}{1 + \delta \eta v \Pi} \right) \cos(\omega - \varphi).$$

Setzen wir für P_1' , P_2' und für ω ihre Werthe ein, so ist:

$$P_1'' = \frac{C}{1 + \gamma \Pi} [M \cos \varphi - s v (N - M \sin \varphi)] - \eta v (N - M \sin \varphi) \left(1 + \frac{D}{1 + \delta \eta v \Pi} \right),$$

$$P_2'' = \frac{C}{1 + \gamma \Pi} [N - M \sin \varphi + s v M \cos \varphi] + \eta v M \cos \varphi \left(1 + \frac{D}{1 + \delta \eta v \Pi} \right),$$

oder:

$$P_1'' = \frac{C}{1 + \gamma \Pi} \left\{ M \cos \varphi v \left(s + \frac{D}{C} \cdot \frac{1 + \gamma \Pi}{1 + \delta \eta v \Pi} \eta \right) (N - M \sin \varphi) \right\} - \eta v (N - M \sin \varphi),$$

$$P_2'' = \frac{C}{1 + \gamma \Pi} \left\{ N - M \sin \varphi + v \left(s + \frac{D}{C} \cdot \frac{1 + \gamma \Pi}{1 + \delta \eta v \Pi} \eta \right) M \cos \varphi \right\} + \eta v M \cos \varphi.$$

Ersetzen wir den in der That von φ und v abhängenden Ausdruck:

$$s + \frac{D}{C} \cdot \frac{1 + \gamma \Pi}{1 + \delta \eta v \Pi} \eta$$

durch eine als constant angenommene Grösse:

$$s' = s + \frac{D}{C} \cdot \frac{1 + \gamma \Pi}{1 + \delta \eta v \Pi} \eta,$$

so ergibt sich:

$$P_1'' = \frac{C}{1 + \gamma \Pi} [M \cos \varphi - s' v (N - M \sin \varphi)] - \eta v (N - M \sin \varphi),$$

$$P_2'' = \frac{C}{1 + \gamma \Pi} [N - M \sin \varphi + s' v M \cos \varphi] + \eta v M \cos \varphi.$$

Die beiden letzten Gleichungen entsprechen den Clausius'schen Gleichungen Nr. 26¹⁾; sie stimmen mit diesen

1) Clausius, l. c. p. 382.

auch vollständig überein, nur ist hier stets $M \cos \varphi$ für M , und $N - M \sin \varphi$ anstatt N gesetzt. — Dass unsere Ausdrücke für P_1'' und P_2'' durch diese einfache Substitution aus den Clausius'schen hervorgehen müssen, kann man sich auch durch folgende Ueberlegung klar machen. — Es sind P_1'' und P_2'' die beiden zu einander senkrechten Componenten des magnetischen Moments im Eisenkern des Pacinotti'schen Ringes, von denen P_1'' senkrecht zur Richtung der Contactlinie ist. Bei Clausius fiel deshalb die Richtung von P_1'' mit der Richtung der der Grösse M proportionalen magnetischen Kraft zusammen. Das ist jetzt nicht mehr der Fall; wir müssen also M nach den beiden Richtungen (der Contactlinie und senkrecht dazu) in Componenten zerlegen. Wir erhalten dann in der Richtung von P_1'' die Componente $M \cos \varphi$ und in der Richtung von P_2'' die Componente $-M \sin \varphi$. Die Richtung von N fällt nach wie vor mit der Componente P_2'' zusammen. In der Richtung der Contactlinie ist jetzt also die gesammte magnetisirende Kraft proportional der Grösse:

$$N - M \sin \varphi,$$

und in der dazu senkrechten Richtung der Grösse:

$$M \cos \varphi,$$

während bei Clausius in diesen Richtungen nur Kräfte proportional N , resp. M wirkten. N und M sind also durch die angegebenen Grössen zu ersetzen.

In den Formeln für Ei und T von p. 611 substituiren wir nun für die Componenten von P ihre soeben gefundenen allgemeineren Werthe, wobei zu berücksichtigen, dass in dem Ausdruck für T das Produkt $N P_1''$ durch $M P_2''$ zu ersetzen ist. Der Werth von P_2'' , der Componenten von P'' nach der Senkrechten zur Pollinie, ergibt sich auf analoge Weise wie P_1'' und P_2'' . Es ist:

$$P_2'' = \frac{C}{1 + \gamma H} [N \cos \varphi + \epsilon' v (M - N \sin \varphi)] + \eta v (M - N \sin \varphi).$$

Demnach wird:

$$T = -M N v \cos \varphi \left(h + \frac{k C}{1 + \gamma H} \right) - k M (M - N \sin \varphi) v^2 \left(\eta + \frac{\epsilon' C}{1 + \gamma H} \right),$$

$$Ei = M N v \cos \varphi \left(h + \frac{k C}{1 + \gamma H} \right) - k N (N - M \sin \varphi) v^2 \left(\eta + \frac{\epsilon' C}{1 + \gamma H} \right) - \rho i^2 v.$$

Hierin ist nach p. 608 und 609:

$$M = \frac{Ai}{1 + \alpha i} \quad \text{und} \quad N = Bi$$

und
$$II = \sqrt{M^2 + N^2 - 2MN \sin \varphi}.$$

Setzt man diese Werthe in die Ausdrücke für T und Ei ein, so gelangt man zu denjenigen Gleichungen, welche an Stelle der von Clausius mit I und II bezeichneten zu setzen sind.

Für grosse Stromstärken werden sich M und N bei einer kleinen Aenderung von i nur wenig ändern; sehen wir von der eintretenden Aenderung ganz ab, so können wir Ei durch einen Ausdruck von folgender Form darstellen:

$$Ei = Av \cos \varphi + Bv \frac{\cos \varphi}{1 + \gamma II} + \mathfrak{A}v^2 \sin \varphi + \mathfrak{B}v^2 \frac{\sin \varphi}{1 + \gamma II} \\ - \mathfrak{C}v^2 \frac{1}{1 + \gamma II} - \varrho v i^2 - \mathfrak{D}v^2.$$

Hier sind $A, B, \mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}$ als Constante zu betrachten, und zwar werden die Werthe der mit deutschen Buchstaben bezeichneten Constanten klein sein gegenüber den Werthen von A und B .

Für kleine Rotationsgeschwindigkeiten wird der Werth von φ , welchem das Maximum von i entspricht, einen kleinen, aber jedenfalls positiven Werth besitzen; für grössere Geschwindigkeiten wird sich die günstigste Stellung der Contactlinie im Sinne der wachsenden φ verschieben.

Zur Bestimmung des dem Maximalwerthe der Stromstärke entsprechenden Winkels φ kann man aber auch den folgenden Weg einschlagen.

Bestimmen wir die Stellung einer einzelnen Abtheilung des Pacinotti'schen Ringes in ihrer kreisförmigen Bahn durch den Winkel φ , welchen ihre Anfangsebene mit der Senkrechten zur Pollinie bildet, so wird die in der Abtheilung inducirte electromotorische Kraft dargestellt durch eine Function:

$$e = f(\varphi),$$

welche jedenfalls die Periode 2π besitzt und für zwei innerhalb dieser Periode liegende Werthe von φ verschwindet. — Bei

symmetrisch gebauten Maschinen, mit denen wir es wohl meist zu thun haben, dürfen wir annehmen, dass in den diametral gegenüberliegenden Punkten des Pacinotti'schen Ringes entgegengesetzt gleiche electromotorische Kräfte herrschen, dass also:

$$f(\varphi) = -f(\pi + \varphi)$$

ist. Diese Voraussetzungen werden übrigens von Isenbeck,¹⁾ der die Function $e = f(\varphi)$ experimentell untersucht hat, bestätigt.

Von der Selbstinduction der rotirenden Umwicklung des Ringes wollen wir vorerst absehen. — Dann ist die Summe aller electromotorischen Kräfte e während eines halben Umlaufs von einer Contactfeder bis zur anderen gleich der gesammten, in der Maschine erzeugten electromotorischen Kraft E . Ist also φ_0 der Werth von φ , der die Stellung der Contactfedern bestimmt, so ist:

$$E = \int_{\varphi_0}^{\pi + \varphi_0} f(\varphi) d\varphi.$$

Der Werth der Grenze φ_0 , für den E ein Maximum ist, ergibt sich dann aus der Gleichung:

$$\frac{dE}{d\varphi_0} = -f(\varphi_0) + f(\pi + \varphi_0) = 0$$

oder:

$$f(\varphi_0) = f(\pi + \varphi_0).$$

Diese Gleichung ist mit der obigen Voraussetzung in Betreff der Function $f(\varphi)$ nur dann vereinbar, wenn:

$$f(\varphi_0) = 0$$

ist. Also macht der Werth von φ , der die Function $f(\varphi)$ zu 0 macht, die electromotorische Kraft E zu einem Maximum; d. h. die günstigste Stellung des Commutators ist diejenige, bei welcher die in einer an den Contactfedern befindlichen Leiterabtheilung erregte electromotorische Kraft gleich Null ist.

Dieser Werth von φ , für den $f(\varphi) = 0$ ist, wird aber durch den Durchmesser des Pacinotti'schen Ringes be-

1) Isenbeck, Electrotechn. Zeitschr. 4. p. 364. 1883. — Nach diesen Untersuchungen scheint $f(\varphi)$ einer Sinuscurve zu ähneln. Vgl. p. 601.

stimmt, welcher senkrecht zur Richtung der Resultirenden der inducirenden Momente steht. Um die Maximalstellung des Commutators für eine beliebig bestimmte Stromstärke i zu erhalten, müssen wir also den Werth von φ suchen, für welchen die Resultante der inducirenden Momente senkrecht zu der Contactlinie steht. Zerlegen wir daher jene Momente in je zwei Componenten parallel und senkrecht zu der Contactlinie, so muss die Summe der ersteren gleich Null sein.

Die auf eine Leiterabtheilung wirkenden inducirenden Momente sind nun erstens das von den festen Electromagneten ausgeübte, das proportional M ist und in die Richtung der Pollinie fällt, und zweitens das von dem Eisenkern des Pacinotti'schen Ringes herrührende, welches proportional der auf p. 609 bestimmten Grösse P sein wird; die Richtung des letzteren Moments schliesst mit der Pollinie den Winkel ω , also mit der Contactlinie den Winkel $\omega - \varphi$ ein. Setzt man die Summe der Componenten dieser beiden Momente parallel der Contactlinie gleich Null, so ergibt sich demnach:

$$M \sin \varphi = c P \sin (\omega - \varphi).$$

Hier ist c ein Factor, durch dessen Hinzufügung der Verschiedenheit Rechnung getragen werden soll, welche zwischen der inducirenden Wirkung des den festen Electromagneten angehörenden Momentes M und des dem Pacinotti'schen Ringe angehörenden Momentes P ohne Zweifel besteht.

Führt man für P und $\sin(\omega - \varphi)$ nach p. 609 und 610 ihre Werthe ein und setzt gleichzeitig:

$$c C = C',$$

so ergibt sich zur Bestimmung des Maximal- φ die Gleichung:

$$M (1 + \gamma H) \sin \varphi = C' (N - M \sin \varphi).$$

Da in dieser Gleichung M , N und H von i abhängig sind, so würde dieselbe mit der früher für i aufgestellten zu verbinden sein, um i und φ zu berechnen. Werden M und N als constant betrachtet, so ergibt sich für φ ein positiver Werth, welcher um so kleiner ist, je kleiner N im Vergleich zu M .

Das so zu bestimmende φ würde das Maximum von i

für eine Maschine (ohne Selbstinduction) ergeben, bei der der Eisenkern des Ringes fest, und nur seine Umwicklung allein beweglich ist. Rotirt der Eisenkern mit, so wird die Maximalstellung des Commutators durch die magnetische Trägheit des Eisens wesentlich verändert. Diese magnetische Trägheit bewirkt, wie wir p. 612 gesehen haben, dass bei schneller Rotation die magnetische Axe des Eisenkerns im Pacinotti'schen Ringe, und damit die Richtung von P um einen der Geschwindigkeit v proportionalen kleinen Winkel εv im Sinne der Rotation verschoben wird. — Trägt man diesem Umstande Rechnung, so tritt an Stelle der früheren Gleichung für φ die Gleichung:

$$M \sin \varphi = c P \sin (\omega - \varphi + \varepsilon v) = c P \sin (\omega - \varphi) + \varepsilon v c P \cos (\omega - \varphi)$$

oder:

$$M (1 + \gamma \Pi) \sin \varphi = C' (N - M \sin \varphi) + \varepsilon v C' M \cos \varphi,$$

eine Gleichung, aus welcher sich wiederum eine Vergrößerung des Winkels φ durch die magnetische Trägheit ergibt.

Auch die Induction der Umwicklung des Pacinotti'schen Ringes auf sich selbst (p. 608) hängt von der Commutatorstellung ab. Die electromotorische Kraft dieser Induction setzt Clausius¹⁾ gleich:

$$E_0 = - \rho i v.$$

Sie wird nur dadurch erregt, dass beim Uebergang der durch die Contactfedern in sich geschlossenen Abtheilungen der Umwicklung des Ringes aus dem in sich geschlossenen Zustand in die zweite Hälfte des rotirenden Leitungssystems die in ihnen herrschende Stromstärke geändert wird;²⁾ dabei entsteht erstens eine Induction der Leiterabtheilung auf sich selbst und zweitens eine Induction auf die anderen Abtheilungen.

Die Induction der betreffenden Abtheilung auf sich selbst wird gleich:

$$V_0 \left(i_0 - \frac{i}{2} \right)$$

1) Clausius, l. c. p. 364.

2) Clausius, l. c. p. 362 f.

sein, wo V_0 ihr Selbstpotential und i_0 die Stromstärke ist, die in ihr herrscht, während sie in sich selbst geschlossen ist; $i/2$ ist die Intensität in den anderen Abtheilungen der rotirenden Umwicklung.

Zur Berechnung der Induction auf die übrigen Abtheilungen brauchen wir nur die Wirkung auf diejenige zu bestimmen, die in der Richtung der Rotation der inducirenden Leiterabtheilung zunächst liegt; die Wirkungen auf alle anderen vertheilen sich symmetrisch auf beide Hälften des Ringes und heben sich auf, während der in der Rotationsrichtung zunächst gelegenen auf der anderen Seite eine in sich selbst geschlossene Abtheilung gegenüberliegt. — Ist nun V_1 das Potential der betreffenden beiden Abtheilungen aufeinander, so ist die beim Uebergang entwickelte electromotorische Kraft gleich:

$$V_1 \left(i_0 - \frac{i}{2} \right).$$

Die bei dem einmaligen Eintritt einer Leiterabtheilung in den Stromkreis entwickelte electromotorische Kraft ist also gleich:

$$edt = - (V_0 + V_1) \left(\frac{i}{2} - i_0 \right) = - V \left(\frac{i}{2} - i_0 \right).$$

Diese electromotorische Kraft, deren Dauer auf eine sehr kurze Zeit beschränkt ist, tritt impulsartig auf, so oft eine Abtheilung aus dem in sich geschlossenen Zustande in den Stromkreis eintritt. Wir ersetzen diese impulsartige Wirkung durch eine stetige. — Die Impulse wiederholen sich immer nach Verlauf der Zeit, welche eine Abtheilung nöthig hat, sich um sich selbst zu verschieben. Somit entfällt, wenn $2n$ die Zahl der Leiterabtheilungen ist, auf die Zeit $1/2nv$ ein Impuls von der sehr kleinen Dauer dt und der Grösse:

$$- \frac{V \left(\frac{i}{2} - i_0 \right)}{dt}.$$

Setzen wir an Stelle des Impulses von der Zeitdauer dt einen solchen von der Dauer $1/2nv$, so muss seine Grösse gleich:

$$- 2nv V \left(\frac{i}{2} - i_0 \right)$$

sein. In einer Secunde findet nun $2\pi\nu$ mal der Austritt einer Abtheilung aus dem in sich geschlossenen Zustande statt, somit schliessen sich jene fingirten Impulse von der Dauer $1/2\pi\nu$ zu einer continuirlichen Wirkung aneinander, deren Betrag für eine Secunde den Werth:

$$(1) \quad E_0 = -2\pi\nu V \left(\frac{i}{2} - i_0 \right)$$

besitzt. Hierin ist sowohl i_0 als auch i wesentlich von der Commutatorstellung abhängig, und ohne eine genaue Kenntniss dieser Abhängigkeit, die wir p. 616 allgemein durch die Gleichung:

$$e = f(\varphi)$$

ausgedrückt haben, ist auch der Werth von E_0 nicht zu ermitteln.

Zu einer allgemeinen Theorie, welche in jedem Falle der Wirklichkeit angepasst werden kann, gelangt man dadurch, dass man die Function $f(\varphi)$ in eine Fourier'sche Reihe entwickelt.¹⁾

$$f(\varphi) = A_1 \sin(\varphi - a) + A_2 \sin 2(\varphi - a) + A_3 \sin 3(\varphi - a) + \dots \\ + B_1 \cos(\varphi - a) + B_2 \cos 2(\varphi - a) + \dots,$$

in welcher die Grössen a , A und B Functionen der Stromstärke i sein werden.

Den Isenbeck'schen²⁾ Versuchen nach scheint man der Wirklichkeit bei manchen Maschinen schon ziemlich nahe zu kommen, wenn man nur das erste Glied dieser Entwicklung berücksichtigt, also die während der Verschiebung $d\varphi$ inducirte electromotorische Kraft durch den Ausdruck:

$$(2) \quad e dt = p \sin(\varphi - a) d\varphi^3)$$

darstellt.

Es möge nun die Contactlinie mit der Pollinie den Winkel $(\pi/2) + \varphi_0$ einschliessen; betrachtet werde eine Stellung des Ringes, in welcher der Anfang einer Windungs-

1) Die folgenden Entwicklungen bis p. 625 verdanke ich in ihrer jetzigen Form grösstentheils den gütigen Mittheilungen des Hrn. Prof. Biecke.

2) Isenbeck, Electrotechn. Zeitschr. 4. p. 366. 1883.

3) Zu dieser Annahme bin ich zuerst durch die Arbeit von Joubert (Annales de l'Ecole Norm. Sup. 10. p. 131. 1881) angeregt, der bei magneto-electrischen Maschinen ähnliche Erscheinungen findet.

abtheilung gerade mit der Contactlinie zusammenfällt. Die Anordnung sei so getroffen, dass unter diesen Umständen die Abtheilung a schon der unteren Ringhälfte angehört; die Abtheilung c bleibe in sich geschlossen, bis eine Verschiebung des Ringes um die Breite einer Abtheilung erfolgt ist.

Während die Abtheilung a in sich geschlossen ist, muss nach dem Ohm'schen Gesetz das Product ihres Widerstandes w in der Stromstärke i_0 gleich der Summe sämtlicher in der Abtheilung herrschenden electromotorischen Kräfte sein, also gleich der von aussen inducirten vermindert um die electromotorische Kraft $V_0(di_0/dt)$ der dabei auftretenden Selbstinduction. Dann hat man zur Bestimmung der in ihr herrschenden Stromstärke:

$$(3) \quad w i_0 + V_0 \frac{di_0}{dt} = p \sin \left(\varphi_0 - \frac{\pi}{n} - a \right).$$

Die Integration dieser Gleichung ergibt, wenn $d\varphi/dt = 2\pi v$ ist:

$$i_0 = \frac{p}{w} \sin \left(\varphi_0 - \frac{\pi}{n} - a \right) 2\pi v + C e^{-\frac{wt}{V_0}}.$$

Zur Bestimmung der Integrationsconstanten C wenden wir die Gleichung auf den Anfangszustand zur Zeit t_0 an, in welchem die Abtheilung in den sich geschlossenen Zustand eintritt; in diesem Moment ist die Stromstärke noch gleich der in einer Ringhälfte herrschenden, d. h. gleich $i/2$. Danach ergibt sich zur Bestimmung von C die Gleichung:

$$\frac{i}{2} = \frac{p}{w} \sin \left(\varphi_0 - \frac{\pi}{n} - a \right) 2\pi v + C e^{-\frac{wt_0}{V_0}}.$$

Die Stromstärke, welche nach Verschiebung um π/n erreicht wird, ist die gesuchte:

$$i_0 = \frac{p}{w} \sin \left(\varphi_0 - \frac{\pi}{n} - a \right) 2\pi v + C e^{-\frac{w}{V_0} \left(t_0 + \frac{1}{2\pi v} \right)},$$

$$i_0 = \frac{p}{w} \sin \left(\varphi_0 - \frac{\pi}{n} - a \right) 2\pi v + e^{-\frac{w}{V_0} \frac{1}{2\pi v}} \left\{ \frac{i}{2} - \frac{p}{w} \sin \left(\varphi_0 - \frac{\pi}{n} - a \right) 2\pi v \right\}.$$

Wir setzen $q = w/2\pi v V_0$; dann ist:

$$(4) \quad i_0 = \frac{p}{w} \sin \left(\varphi_0 - a - \frac{\pi}{n} \right) 2\pi v (1 - e^{-q}) + \frac{i}{2} \cdot e^{-q}.$$

Die Stärke des von der Maschine gelieferten Stromes kann jetzt in folgender Weise bestimmt werden.

Nach Gl. (2) ist die gesammte in der unteren Ringhälfte inducirte Kraft:

$$\sum e dt = p \sum \sin(\varphi - a) d\varphi,$$

welche Summe über alle Abtheilungen des Ringes von $\varphi = \varphi_0$ bis $\varphi = \varphi_0 + \pi - (\pi/n)$ zu erstrecken ist. Verwandeln wir diese Summe in ein Integral, indem wir den Werth $\sin(\varphi - a)$ gleichmässig über die Peripherie des Kreises ausbreiten, so ist, da $d\varphi = (\pi/n)$ gesetzt werden kann:

$$\begin{aligned} \sum \sin(\varphi - a) &= \frac{\pi}{\pi} \int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \frac{n-1}{n}\pi} \sin(\varphi - a) d\varphi \\ &= -\frac{\pi}{\pi} \left\{ \cos\left(\varphi_0 + \frac{n-1}{n}\pi - a\right) - \cos(\varphi_0 - a) \right\}. \end{aligned}$$

Für ein sehr grosses n wird dieser Ausdruck:

$$\sum \sin(\varphi - a) = \frac{2n}{\pi} \cos(\varphi_0 - a) + \sin(\varphi_0 - a).$$

Die electromotorische Kraft wird somit:

$$\sum e dt = \frac{2n}{\pi} p \cos(\varphi_0 - a) d\varphi + p \sin(\varphi_0 - a) d\varphi.$$

Es soll hieraus der Integralwerth der electromotorischen Kraft für eine Secunde bestimmt werden. — Für eine Zeit, die der Verschiebung des Ringes um die Breite einer Abtheilung entspricht, würde die Kraft sein:

$$\sum e dt = 2p \cos(\varphi_0 - a) + \frac{\pi}{n} p \sin(\varphi_0 - a).$$

Während einer ganzen Umdrehung des Ringes geht diese Verschiebung $2n$ mal, und also während einer Secunde $2n\nu$ mal vor sich; demnach ist die im Laufe einer Secunde in einer Ringhälfte der Maschine inducirte Integralkraft:

$$(5) \quad \sum e dt = 4n\nu p \cos(\varphi_0 - a) + 2\nu\pi p \sin(\varphi_0 - a).$$

Diese Kraft ist, da die beiden Ringhälften als nebeneinander geschaltet anzusehen sind, gleich der ganzen in der Maschine herrschenden electromotorischen Kraft, vermindert um die

electromotorische Kraft der Selbstinduction. Ist also W der Gesamtwiderstand der Maschine, so ist:

$$(6) \quad Wi = 4nvp \cos(\varphi_0 - a) + 2v\pi p \sin(\varphi_0 - a) - 2nvV \left(\frac{i}{2} - i_0 \right).$$

Aus den Gleichungen (4) und (6) in Verbindung mit Gleichung (1) lässt sich nun der Werth sowohl von E_0 als auch von i bestimmen.

Führen wir in Gleichung (6) den Werth von i_0 aus Gleichung (4) ein, so ist:

$$\begin{aligned} (W + nvV)i &= 4nvp \cos(\varphi_0 - a) + 2v\pi p \sin(\varphi_0 - a) \\ &+ 2nvV \frac{p}{w} \sin\left(\varphi_0 - a - \frac{\pi}{n}\right) 2\pi v \left(1 - e^{-q}\right) + nvVi e^{-q}. \end{aligned}$$

Also haben wir zur Berechnung von i die Gleichung:

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} i \left\{ W + nvV(1 - e^{-q}) \right\} &= 2vp \left\{ 2n \cos(\varphi_0 - a) + \pi \sin(\varphi_0 - a) \right\} \\ &+ 4\pi v^2 V \frac{p}{w} (1 - e^{-q}) \left\{ n \sin(\varphi_0 - a) - \pi \cos(\varphi_0 - a) \right\}. \end{aligned} \right.$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich nach (6) die electromotorische Kraft der Selbstinduction, wenn wir von Wi den Ausdruck:

$$4nvp \cos(\varphi_0 - a) + 2v\pi p \sin(\varphi_0 - a)$$

subtrahiren; demnach ist:

$$\begin{aligned} E_0 &= 4\pi v^2 V \frac{p}{w} (1 - e^{-q}) \left\{ n \sin(\varphi_0 - a) - \pi \cos(\varphi_0 - a) \right\} \\ &\quad - nvV (1 - e^{-q}) i. \end{aligned}$$

Hierin für i sein Werth aus Gleichung (7) eingesetzt, ergibt:

$$\begin{aligned} E_0 &= - \frac{nvV(1 - e^{-q})}{W + nvV(1 - e^{-q})} 2vp \left\{ 2n \cos(\varphi_0 - a) + \pi \sin(\varphi_0 - a) \right\} \\ &+ 4\pi v^2 V \frac{p}{w} (1 - e^{-q}) \left\{ n \sin(\varphi_0 - a) - \pi \cos(\varphi_0 - a) \right\} \frac{W}{W + nvV(1 - e^{-q})}. \end{aligned}$$

oder:

$$(8) \quad \left\{ \begin{aligned} E_0 &= \frac{4v^2 V(1 - e^{-q})p}{\{W + nvV(1 - e^{-q})\}w} \left\{ n\pi \left(W - \frac{w}{2} \right) \sin(\varphi_0 - a) \right. \\ &\quad \left. - (\pi^2 W + n^2 w) \cos(\varphi_0 - a) \right\}. \end{aligned} \right.$$

Die Gleichungen (7) und (8) enthalten die vollständige Theorie der Maschine, wenn man berücksichtigt, dass in den-

selben p und a ganz allgemein als Functionen der Stromstärke aufzufassen sind. Für p wird sich, der Annahme von Clausius¹⁾ entsprechend, die Gleichung:

$$p = K \frac{i}{x + i}$$

als möglich erweisen, während a nach den am Schlusse mitgetheilten Versuchen eine lineare Function von i ist. Es ist klar, dass eine Berechnung von i allgemein nicht ausführbar ist.

Die Formel (7) kann indessen jedenfalls noch weiter entwickelt werden für den Fall:

$$\varphi_0 = a.$$

Es ist der Werth von φ , für den die electromotorische Kraft e gleich Null ist, und charakterisirt nach p. 617 die Commutatorstellung, für welche — abgesehen von Selbstinduction und anderen Nebenumständen — die electromotorische Kraft der Maschine ein Maximum wird.

Da a eine Function der Stromstärke ist, so muss dabei berücksichtigt werden, dass auch φ_0 für jede andere Stromstärke eine andere Grösse besitzen wird.

Für $\varphi_0 = a$ folgt aus Gleichung (7):

$$\frac{i}{p} = \frac{4nv - 4\pi^2 v^2 \frac{V}{w} (1 - e^{-q})}{W + nvV(1 - e^{-q})}.$$

Setzen wir $p = Ki/(x + i)$, so ist:

$$\begin{aligned} \frac{x + i}{K} &= \frac{4nv - 4\pi^2 v^2 \frac{V}{w} (1 - e^{-q})}{W + nvV(1 - e^{-q})}, \\ i &= \frac{4nvK}{W} \cdot \frac{1 - \frac{\pi^2 v V}{nw} (1 - e^{-q})}{1 + \frac{n^2 v V}{nW} (1 - e^{-q})} - x. \end{aligned}$$

Führt man die Division aus, so erhält man unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung:

$$(7) \quad i = 4nK \frac{v}{W} \left(1 - nV \frac{v}{W} - \frac{\pi^2 V}{nw} v \right) - x.$$

1) Clausius, l. c. p. 367. Formel (12).

Diese Formel ist leicht mit den Erfahrungsthatſachen in Beziehung zu ſetzen. Sie beſtimmt die Stromſtärke für den Fall, daſs der Commutator jedesmal auf das Maximum der Intensität eingeteilt iſt. Im allgemeinen iſt an ihr die Abhängigkeit der Stromſtärke von dem Quotienten v/W zu ſehen, während ſie auch deutlich die am anderen Orte¹⁾ aufgeſtellte Behauptung begründet, daſs i nicht allein Function von v/W iſt, ſondern daſs ein gröſſeres v bei gleichem v/W eine Verminderung von i herbeiführt.

Um die günſtigſte Commutatorſtellung für eine Maſchine auf experimentellem Wege zu erhalten, bin ich folgendermaſſen verfahren:

Durch die Abwechſelung der isolirenden und Metallſtreifen war die Collectorscheibe der Maſchine in 48 nahezu gleiche Theile getheilt, da die Ringumwicklung 24 Abtheilungen hatte. Jeder dieſer Theile entſpricht einem Winkel von $7,5^\circ$. Durch eine Marke, die ich an der Collectorbürſte anbrachte, und eine zweite, mit deren Hülfe ich den Pacinotti'schen Ring in eine feſte Stellung zu dem Electromagnet bringen konnte, ermöglichte ich es, den Contacten eine genau zu beſtimmende Stellung, und alſo dem Winkel φ der Contactlinie einen beſtimmbaren Werth zu geben; durch die Eintheilung der Collectorscheibe war dieſer Winkel bis auf etwa einzelne Grade abzuleſen.

Die Maſchine wurde dann mit conſtanter Tourenzahl und conſtantem Widerſtand bei variablem φ in Gang geſetzt, und die auftretende Intensität gemeſſen. Leider lieſs es die Conſtruction der Maſchine nicht zu, den Winkel φ in ſehr weiten Grenzen zu variiren, und ſo die Abhängigkeit der Intensität von der Commutatorſtellung in ihrem ganzen Verlaufe zu ſtudiren. Uebrigens waren es auch ſehr langwierige Verſuche, denn nur eine ſehr groſſe Zahl von Beobachtungen lieſs die kleinen Differenzen in den zu beobachtenden Gröſſen exact erkennen.

1) Stern, Unterſuchungen an einer electrodynamischen Maſchine. Inauguraldiſs. Göttingen 1885. p. 14.

Die Abhängigkeit der Intensität J von φ ist im Folgenden durch einige beispielsweise herausgegriffene Tabellen gezeigt. Da es nur auf relative Messungen ankommt, so gebe ich die Intensität einfach durch den doppelten Ablenkungswinkel 2α des zu den Untersuchungen angewandten Galvanometers, der proportional der Stromstärke ist.

Es bedeuten in diesen Tabellen die Zahlen der ersten Columne den Winkel φ in Bogengraden, die der zweiten die Tourenzahlen v , die der dritten die aufgetretenen Intensitäten, und die der vierten Columne die durch Interpolation aus einer etwas grösseren und einer kleineren Geschwindigkeit auf einen Mittelwerth von v reducirten Ablenkungen, die der Intensität proportional sind. — Der Nullwerth von φ war durch Schätzung bestimmt worden; negative Werthe konnten nicht zur Beobachtung kommen.

Nr. 2. $v = 671,5$. — $W = 3,07$ S.-E.

| φ | v | J (unreducirt) | J (reducirt) |
|-----------|-------|---------------------|-------------------|
| 0,00° | 668,1 | 147,7 | 167,3 |
| 3,75 | 676,6 | 220,1 | 211,8 |
| 7,50 | 675,3 | 231,4 | 225,2 |
| 11,25 | 672,2 | 249,5 | 248,4 |
| 15,00 | 669,2 | 241,6 | 245,3 |
| 18,75 | 669,4 | 248,5 | 251,8 |
| 22,50 | 672,3 | 221,3 | 220,0 |
| 26,25 | 669,0 | 208,2 | 212,3 |
| 30,00 | 669,4 | 177,4 | 180,8 |

Nr. 4. $v = 1720,5$. — $W = 7,75$ S.-E.

| | | | |
|--------|--------|-----------|-----------|
| 11,25° | 1730,5 | 797,8 | 792,6 |
| 15,00 | 1729,2 | 837,8 | 833,3 |
| 18,75 | 1726,7 | 850,8 | 847,6 |
| 22,50 | 1742,1 | 849,0 (?) | 837,8 (?) |
| 26,25 | 1708,2 | 842,5 | 848,9 |
| 30,00 | 1685,6 | 823,8 | 841,9 |
| 33,75 | 1726,2 | 831,3 | 828,4 |
| 37,50 | 1716,9 | 814,0 | 815,9 |

Solche Beobachtungsreihen wurden noch mehrere ausgeführt (freilich meist nur in der Nähe des vermuthlichen Maximums), und aus ihnen das Maximum φ_{\max} graphisch interpolirt.

Eine Abhängigkeit des Winkels φ_{\max} vom Widerstand bei gleicher Tourenzahl liess sich nicht genau erkennen;

vorausgesetzt, dass die todten Touren überschritten waren, zeigten die Versuche bei gleichem v und variablem W keine bemerkenswerthen Differenzen. Die folgende Tabelle zeigt deshalb auch nur die Abhängigkeit des Winkels φ_{\max} von v .

| | | | |
|-----------------------------|-------|--------|--------|
| $v = 495,3$ | 671,5 | 1254,0 | 1720,5 |
| $\varphi_{\max} = 15^\circ$ | 16,5° | 19,0° | 22,5° |

Das Verhalten des Winkels φ_{\max} in Bezug auf v wird hiernach durch eine Gerade gut dargestellt.

Durch diese wenigen Beobachtungen ist selbstverständlich die Untersuchung über den behandelten Gegenstand keineswegs abgeschlossen; die zuletzt mitgetheilten experimentellen Resultate sind nur als das Ergebniss von Vorversuchen zu betrachten, wie sie dann in der That nur als Hilfsbeobachtungen dienen sollten. Vielleicht finde ich später einmal Gelegenheit, mich mit der experimentellen Seite der Untersuchungen dieser Arbeit eingehender zu beschäftigen.

Hildesheim, September 1884.

IX. *Ein Beitrag zur Mechanik der Explosionen; von E. Mach und J. Wentzel.*

(Aus dem 92. Bde. der Sitzungsber. der kais. Acad. d. Wiss. zu Wien.

II. Abth., vom 16. Juli 1885; mitgetheilt von den Herren Verf.).

(Hierzu Taf. VI Fig. 11–21.)

1. Im Laufe der letzten Jahre wurden im hiesigen Institute bei verschiedenen Gelegenheiten Beobachtungen über Vorkommnisse bei Explosionen gemacht, welche uns zum Theil interessant genug erschienen, um einige besondere Versuche zum Studium dieser Erscheinungen anzustellen.

Es ist bekannt, dass manche Explosivkörper, wie Dynamit, sich durch auffallende Eigenthümlichkeiten auszeichnen. Eine explodirende Dynamitpatrone bringt z. B. eine andere, in einiger Entfernung durch Influenz¹⁾ zur Explosion, ein

1) Wir haben derartige Influenzversuche mit kleinen Knallsilberpatronen ausgeführt, welche an beiden Enden einer verkorkten Messing-

Verhalten, welches Abel zu seiner wunderlichen Theorie der „synchronen Schwingung“ geführt hat, die Berthelot, wie uns scheint, glücklich bekämpft.¹⁾ Auch die hübschen Versuche von Champion und Pellet, welche Jodstickstoff auf einer Violoncellsaiten durch Mittönen²⁾, und Nitroglycerin in dem Brennpunkte eines Hohlspiegels durch explodirendes Nitroxylglycosin in dem conjugirten Brennpunkte eines zweiten, dem ersteren zugewendeten conaxialen Hohlspiegels zur Detonation gebracht haben³⁾, können die Abel'sche Theorie nicht stützen. Sie bringen nur die schon bekannte Erregbarkeit der fraglichen Substanzen durch Stoss⁴⁾ in anderer Weise zur Anschauung.

Das Ausfressen und die Näpfchen, die an den Bruchstücken von Metallplatten sich zeigen, auf welchen

röhre angebracht waren. Die eine Patrone bringt die andere zur Explosion. Je grösser die erste Patrone, desto länger kann die Röhre sein.

1) Berthelot, Sur la force des matières explosives, 1. p. 123. Paris 1883.

2) Dieser Versuch, welcher nur zeigt, was bei der leichten Explosivität des Jodstickstoffs von vornherein zu erwarten ist, beweist gar nichts für die synchrone Schwingung. Die Schwingungsperioden, von welchen bei der Explosion die Rede sein könnte, sind jedenfalls von ganz anderer Dauer als jene einer Violoncellsaiten.

3) Auch dieser Versuch, den ich mit Knallsilber als Erreger in dem einen Brennpunkte und mit Jodstickstoff als erregtem Körper in dem conjugirten Brennpunkte vor vielen Jahren schon als akustischen Collegienversuch angestellt habe, genügt seinem Zwecke ebenfalls nicht. Man kann in dem einen Brennpunkte die von dem anderen Brennpunkte ausgehende heftige Stosswelle mit der Hand fühlen und kann optisch (nach der Schlierenmethode) nachweisen, dass diese Welle aus einem Stoss (ohne Periodicität) besteht. M.

4) Die Explosion des Körpers durch Stoss ist an sich das Merkwürdigste an der Sache, wenn man bedenkt, dass die Arbeit des Stosses die Temperatur der ganzen Masse nur unmerklich erhöhen kann. Man muss also daran denken, dass, wie beim Gebrauch von Stahl und Stein, die ganze Arbeit sich zunächst nur auf einen sehr kleinen Theil der Masse überträgt. Schwingungen spielen hierbei gewiss keine Rolle. Nur wenn ein Körper seinem Explosionspunkte sehr nahe ist, kann er auch durch Töne zur Explosion gebracht werden. — Vor Jahren habe ich gelegentlich einen Siedeverzug durch Erregung eines in die Flüssigkeit eintauchenden Glasstabes zum Tönen aufgehoben. M.

Dynamit explodirt ist, führt Daubrée auf die Wirkung der sehr dichten und heissen Explosionsgase zurück, und erklärt auf Grund seiner mit Sarrau angestellten Versuche das Vorkommen ganz ähnlicher Gebilde an der Oberfläche von Meteoriten, welche die Luft mit einer Geschwindigkeit von 20—30 km in der Secunde durchschnitten haben.¹⁾

In dem auffallendsten Widerspruche zu unserem mechanischen Instinct steht aber die Thatsache, dass eine frei auf einer Metallplatte liegende Dynamitpatrone durch dieselbe nach unten ein Loch schlägt, oder den unter ihr befindlichen Theil in kleine polyëdrische Stücke zersplittert, während dem Entweichen der Explosionsgase nach oben doch scheinbar kein Hinderniss im Wege steht.

Wir wollen diese letztere Erscheinung näher betrachten und auf ihre Ursache zurückzuführen suchen, wodurch auch die Erklärung der übrigen erwähnten Thatsachen sich von selbst ergeben wird.

2. Wir haben fast alle unsere Versuche mit weissem Knallsilber ausgeführt. Eine Quantität von etwa 5 mg Knallsilber, auf eine horizontal frei in einen Träger geklemmte Visitenkarte zwischen Zuleitungsspitzen aus Stanniol gelegt (Fig. 11) und durch eine kleine Leydener Flasche entzündet, schlägt durch die Karte ein Loch, welches etwa der Basis des Knallsilberhäufchens entspricht.

Ebenso kann man durch eine Glasscheibe, durch dünnes Blech u. s. w. ein Loch schlagen. Eine Wachsplatte wird eingebogen oder durchgeschlagen oder auf der unteren Seite abgesprengt. Eine dickere Holzplatte zeigt unter der Explosionsstelle einen merklichen Eindruck.

Auf den Tisch legen wir Papier und auf dieses 5 mg Knallsilber. Das Papier zeigt unter der Explosionsstelle eine nach oben convexe Blase. Stanniol an die Stelle des Papiers gesetzt, reisst nach oben auf. Die Blase, die in diesen Fällen entsteht, kann als eine Wirkung des Rückstosses angesehen werden, welcher dem heftigen und plötz-

1) Daubrée, *Experimentalgeologie*. Deutsche Ausgabe. Braunschweig 1880.

lichen Andrücken des Papier- oder Stanniolblattes an den Tisch folgt.¹⁾

Man könnte nun zunächst daran denken, dass die Luft das Entweichen der plötzlich entwickelten Explosionsgase hindere, und dadurch bei dem Vorgange eine Rolle spiele. Allein unter der Glocke der Luftpumpe (bei etwa 2 mm Quecksilberdruck) explodirendes Knallsilber schlägt ein Kartenblatt ebenso durch, wie bei der Explosion in freier Luft. Der sonst sehr kräftige Knall reducirt sich hierbei auf ein leises Anschlagen der Explosionsgase an die Luftpumpenglocke.²⁾

Der Widerstand der Luft hat also mit dieser Erscheinung nichts zu schaffen. Dieselbe tritt aber bei ganz heterogenen heftigen Explosionen auf und ist nicht an das Knallsilber oder Dynamit oder irgend einen anderen Stoff gebunden. Bringt man auf einer Glasplatte Zuleitungstreifen aus Stanniol an, wie in Fig. 11, füllt den Zwischenraum noch durch einen Strich mit Metallpulver aus und taucht die Glasplatte unter Terpentinöl, so genügt, wenn die Tafel hohl liegt, eine Leydenerflaschenentladung durch die Unterbrechungsstelle, um daselbst ein Loch zu schlagen oder die ganze Platte zu zertrümmern. Ein Flaschenfunken, der in der Nähe der Glaswand eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefässes in der Flüssigkeit überspringt, schlägt oft ein Loch in die Wand. Die Arbeit des Funkens in unseren Versuchen war gar nicht bedeutend; sie betrug im ganzen etwa 0,2 Kilogramm-meter, wobei natürlich ein guter Theil auf den

1) Derartige Rückstosswirkungen kann man auch bei anderen Gelegenheiten beobachten. Ein grosser Wasserständer, in dem eine starke Pulverpatrone electricisch entzündet wurde, erhob sich, unmittelbar nach der Explosion und dem Aufspritzen des Wassers, in die Luft. — Bei einer grossen Knallquecksilberexplosion in Wien (etwa 1856—1858) sollen sämtliche Wandschränke des Laboratoriums nach innen ins Zimmer gestürzt sein.

2) Die Erscheinung ist auch als akustischer Collegienversuch recht hübsch. — Bei dieser Gelegenheit haben wir auch den bekannten Versuch des Schmelzens und langsamen Verdampfens von Schiesspulver im Vacuum wiederholt und die gewöhnlichen Angaben bestätigt gefunden. Zur Erhitzung benutzen wir einen galvanisch glühenden Draht.

Funken in der Luft zu rechnen ist. — Setzt man auf einen gewöhnlichen versilberten und lackirten käuflichen Spiegel die Ausladerspitzen einige Centimeter weit voneinander auf, und führt eine kräftige Batterieentladung durch das Silber, so schlägt dieselbe unter jeder Ausladerspitze ein Loch durch den Spiegel, wie Dvořák beobachtet hat.¹⁾ Dieses Durchschlagen bleibt aus, wenn der Spiegel nur versilbert und nicht lackirt ist, augenscheinlich wegen der geringen Masse des durch die Explosion fortgeschleuderten verdampfenden Silbers.

3. Der Unterschied der Geschwindigkeit, mit welcher die Explosion in Pulver, frei in der Luft liegender Schiesswolle einerseits, Dynamit oder Knallsilber andererseits fortschreitet, ist sehr auffallend. Die ersteren Körper brennen, wenn auch rasch, doch in einer merklichen Zeit ab, während die Zersetzung der letzteren in einer sehr kurzen Zeit vor sich geht. Streut man auf einen geknickten Bogen Papier in die Knickung Pulver und an mehrere Stellen der Pulverlinie etwas Knallsilber und entzündet das Pulver an einem Ende, so sieht man die Linie rasch abbrennen, hört aber die Explosionen der Knallsilberhäufchen deutlich nacheinander. Die Spuren der Pulverkörner auf dem Papier, Fig. 13, lassen deutlich die Fortpflanzungsrichtung (*AB*) der Explosion erkennen, während von jedem Knallsilberhäufchen von dem Loche, welches dasselbe geschlagen hat, strahlige Spuren nach allen Seiten ausgehen.

4. Alle oben erwähnten eigenthümlichen Erscheinungen hängen wahrscheinlich mit der grossen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion zusammen, und wir wollen daher diese durch einen einfachen Versuch nachweisen.²⁾

Wir legen Knallsilber auf ein Brettchen, Fig. 13, längs der

1) Dvořák, Wied. Ann. 19. p. 323. 1883.

2) Diesen Versuch habe ich zuerst im Winter 1880 mit Hrn. Dr. G. Pick angestellt und das Resultat schon bei Gelegenheit eines Vortrages in der Société française de Physique de Paris mitgetheilt. Séances de la Société etc. Paris 1881. p. 213.

parallelen Geraden AB und CD möglichst gleichmässig auf, bringen zwischen beide Streifen eine berusste Glasplatte und entzünden das Knallsilber durch eine kleine Leydener Flasche gleichzeitig bei A und C . Es entsteht auf der berussten Platte ein schief liegender Interferenzstreifen EF , dessen Winkel α mit AB , wenn man sich für die von der Explosionsstrecke ausgehende Schallwelle das Huygens'sche Princip gültig denkt, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion bestimmt. Es ist nämlich $c/v = \sin \alpha$, wobei c die Schallgeschwindigkeit (für die starken Explosionswellen in unserem Fall etwa 400 m), v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion in der Knallsilberlinie bedeutet. Wir erhielten bei unseren Versuchen für v Werthe zwischen 1700 und 2000 (m/sec).¹⁾

Andere ähnliche Versuche, welche zu demselben Resultate geführt haben, wollen wir hier übergehen.

5. Wegen dieser hohen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion verpufft ein Knallsilberhäufchen von wenigen Millimetern Durchmesser in einer unmessbar kurzen Zeit, und die Explosionsgase nehmen in eben derselben Zeit, noch fast bei derselben Dichte wie der feste Körper, die ganze hohe Geschwindigkeit an, welche ihnen durch die Explosionsarbeit ertheilt wird. Da letztere von der Ordnung der Projectilgeschwindigkeiten ist, so liegt es nahe, anzunehmen, dass die Platte, auf welcher der Explosivkörper liegt, gewissermassen durchgeschossen wird, indem die untere Hälfte der Explosivmasse sich auf die obere Hälfte stützt, und beide nach dem Gegenwirkungsprincip gleiche entgegengesetzte Geschwindigkeiten annehmen.

Wir stellen ein kleines ballistisches Pendel, Fig. 14, aus einem T-förmigen Stückchen Holz mit einer hindurchgesteckten Nadel her, in welches drei Visitenkarten ABC in der angegebenen Weise eingeklemmt sind, von welchen C als Zeiger dient. Wenn wir auf A mit Hülfe von passenden electricen

1) Berthelot hat für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion in Gasgemengen durch viel complicirtere Methoden Zahlen von derselben Ordnung erhalten.

Zuleitungen 5 mg Knallsilber explodiren lassen, so wird das Blatt *A* durchbohrt, ohne dass das Pendelchen einen merklichen Ausschlag gibt. Um ein gleich grosses Loch durch das Kartenblatt mit Hülfe eines cylindrischen Stiftes durchzudrücken, war eine Belastung desselben mit 20 Kilogramm nöthig. Da nun zum Abreissen der Papietheile voneinander immer nahezu dieselben Kräfte nöthig sein werden, so kann man ermessen, in wie kurzer Zeit das Durchschlagen bei der Explosion erfolgt, da durch so grosse Kräfte dem Pendel keine merkliche Geschwindigkeit ertheilt wird.¹⁾

6. Wir wünschten, durch den Versuch einen Anhaltspunkt zur Beurtheilung der Geschwindigkeiten zu gewinnen, welche den Theilchen der Explosionsgase durch die Explosionsarbeit ertheilt werden, und haben dies durch folgendes einfache Verfahren erreicht. An das beim vorigen Versuch verwendete Pendelchen werden zwei halbkugelförmige Schalen *AB* aus Messingblech, Fig. 15, mit den Höhlungen nach oben statt der Kartenblätter angebracht. Ueber *A* wird Seidenpapier mit den Stanniolleitungen geklebt und auf die Unterbrechungsstelle (den Mittelpunkt der Halbkugelschale) wird etwa 0,02 g Knallsilber gelegt. Die Laufgewichte *E* und *D* dienen zur Herstellung des Gleichgewichtes und zur Regulirung der Schwingungsdauer. Die Hälfte der von dem Mittelpunkt ausgehenden Explosionswelle trifft die ganze Fläche der Schale, die sie nun nicht mehr durchstossen kann, und ertheilt dem Pendel einen mächtigen Ausschlag.

Nennen wir *Q* die von der Explosionswelle an das Pendel abgegebene Bewegungsquantität, *M* die Masse, *T* die Schwingungsdauer desselben, *a* den Abstand seines Schwerpunktes, *b* den Abstand des Stosspunktes von der Axe, *g* die Schwere-

1) Nennen wir *b* den Abstand der Durchstossstelle von der Axe, *p* die variable Kraft beim Reissen des Papiers, *Θ* das Trägheitsmoment des Pendels, *w* die erlangte Winkelgeschwindigkeit, so ist:

$$\frac{b \int_0^t p \, dt}{\Theta} = w, \text{ oder einfacher } t = \frac{w \Theta}{b P},$$

wenn *t* die Dauer des Reissens und *P* die mittlere hierbei aufgewandte Kraft bedeutet.

beschleunigung und α den Ausschlagswinkel, so besteht die Beziehung $Q = (2/\pi) M(a/b) g T \sin \alpha/2$. Die gesamte Bewegungsquantität mv der Explosionsmasse hängt aber mit Q in folgender Weise zusammen. Die Hälfte von mv befindet sich in der unteren Hälfte der Welle, Fig. 16, welche auf die Schale trifft, und es ergibt sich bei Vergleichung mit Fig. 17 für die verticale Componente:

$$Q = \frac{\frac{1}{2} m v \int_0^{\pi/2} r d\varphi \cdot 2\pi r \sin \varphi \cdot \cos \varphi}{2r^2 \pi} = \frac{1}{4} m v,$$

falls man annimmt, dass die Bewegungsquantität der unteren Wellenhälfte in der Schale verbleibt. Setzt man aber eine Reflexion der Welle ohne Schwächung voraus, so ist $Q = \frac{1}{2} m v$.

Die Geschwindigkeit v liegt also jedenfalls zwischen den Grenzen $4 Q/m$ und $2 Q/m$, wahrscheinlich nahe an dem kleineren Werth.

Diese Grenzen der Geschwindigkeit sind in unserem Falle rund 3500 und 1750 (m/sec).¹⁾ Die Explosionsarbeit für 1 g Knallsilber in Grammcalthorien ausgedrückt, liegt demnach zwischen 1469 und 367 Calorien, wahrscheinlich nahe der unteren Grenze.²⁾

1) Unsere Versuchsdaten waren: $M = 44,4$ g, $m = 0,02$ g (Knallsilber), $T = 0,47$ sec, $a = 8,2$ cm, $b = 12,8$ cm, α schwankte in aufeinanderfolgenden Versuchen wenig und betrug etwa 24° .

2) Eine directe Bestimmung der Explosionsarbeit des Knallsilbers ist uns nicht bekannt. Die Explosionsarbeit des Knallquecksilbers liegt aber thatsächlich nahe an der hier gefundenen unteren Grenze. — Zwischen der Geschwindigkeit v und der auf die Masseneinheit entfallenden Explosionsarbeit α besteht die Beziehung:

$$m\alpha = \frac{mv^2}{2} \text{ oder } v = \sqrt{2\alpha}.$$

Will man die Arbeit der Masseneinheit in Calorien ausdrücken, so ist dieselbe:

$$\frac{(v^m)^2}{2 \times 425 \times g^m},$$

welche Zahl natürlich Grammcalthorien bedeutet, wenn man das Gramm als Masseneinheit wählt.

7. Da nach dem eben Angeführten die explodirende Masse jedenfalls in einer sehr kurzen Zeit und noch bei grosser Dichte eine die gewöhnliche Projectilgeschwindigkeit weit übersteigende Geschwindigkeit erhält, so ist die Durchbohrung der anliegenden Platte nicht mehr räthselhaft. Auf dieselbe Weise erklärt sich auch das Zertrümmern und Durchbohren von Glasplatten durch electriche Entladungen in den oben angeführten Versuchen.

8. Das Durchschlagen von Platten durch Knallsilberpatronen erinnert noch an eine andere verwandte Erscheinung.

- Wie bekannt, kann man durch eine Glasscheibe mit einem Kugelstutzen ein ziemlich scharf begrenztes rundes Loch durchschliessen, welches die Grösse der Kugel wenig übertrifft. Wir haben diesen Versuch gelegentlich wiederholt und bemerkt, dass die frei aufgehängte Scheibe hierbei kaum merklich bewegt wird. Die Scheibe wird hierbei nicht gesprengt, weil sie sich nicht durchbiegt. Denn bevor die Durchbiegung von der getroffenen Stelle aus sich mit der geringen Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer transversalen Schallwelle merklich ausgebreitet hat, ist die Scheibe bereits durchbrochen. Die von der Kugel geschlagenen Löcher sind stets trichterförmig gegen die von der Kugel zuerst getroffene Seite zu enger, Fig. 18, sodass sich hieraus die Flugrichtung der Kugel nachträglich mit voller Sicherheit bestimmen lässt. Genau dieselbe Eigenthümlichkeit zeigen die durch Knallsilber oder durch den electriche Funken (Dvořák) in Glasscheiben geschlagenen Löcher. Man kann die Trichterform erklären, wenn man bedenkt, dass von der getroffenen Stelle aus eine longitudinale, sich ausbreitende Schallwelle von jedenfalls sehr hoher Fortpflanzungsgeschwindigkeit ausgeht, und dass die letzten Theile vermöge ihrer grossen Excursionsgeschwindigkeit abreissen können, wie die Theile am Ende einer kräftig tönenden Flüssigkeitssäule (Cagniard-Latour, Dvořák) als Tropfen fortfliegen.

9. Hier möchten wir eine andere auffallende Thatsache erwähnen, welche ebenfalls auf dem Verhältniss der Schallgeschwindigkeit zur Projectilgeschwindigkeit beruhen dürfte.

Bei Gelegenheit von Versuchen, welche vor einigen Jahren im hiesigen Institute angestellt wurden, wurde ein cylindrischer Stab aus weichem Holz (von etwa 12 mm Dicke und 60 cm Länge), der als Zielstab diente, in einer Pistole vergessen und mit gegen ein ballistisches Pendel (bestehend aus einem mit Lehm gefüllten Kasten aus weichem Holz) abgeschossen. Der Stab durchdrang, ohne zu brechen oder zu splintern, die 2 cm starke Holzwand¹⁾ und blieb, wie vom Schreiner angepasst, in derselben stecken. Hier hatte der Stab die Holzwand durchbohrt und seine Geschwindigkeit verloren, bevor die zu seiner Durchbiegung nöthige Zeit von einem Viertel der Dauer seiner Transversalschwingung verflossen war. Dass aber das vorausgehende Ende des Stabes nicht zerdrückt erscheint, liegt an der hohen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der longitudinalen Schallwelle (etwa 1000 (m/sec)). Die Geschwindigkeitsverminderung des ersten Stabquerschnittes theilt sich so rasch durch die ganze Stablänge mit, dass die Geschwindigkeit aller Stabtheile fast in gleicher Weise abnimmt, und jene grossen relativen Beschleunigungen, welche zum Zerdrücken nöthig sind, in dem Stab gar nicht auftreten können.

Unserer Erfahrung und unserem mechanischen Instinkt sind nur diejenigen Fälle geläufig, in welchen die Geschwindigkeit der Bewegungen und Deformationen klein ist gegen die Schallgeschwindigkeit. Tritt der umgekehrte Fall ein, so ergeben sich überraschende Erscheinungen, welche unserem Gefühle fern liegen. Dieselben führen aber zu einer neuen Classe von mechanischen Aufgaben und bedürfen auch noch einer analytischen Bearbeitung.²⁾

1) Vor Jahren habe ich Hrn. Ingenieur J. Popper in Wien diese Thatsache mitgetheilt mit der Frage, ob man nicht eine technische Anwendung hiervon machen könnte. Ich erhielt die Antwort, dass der amerikanische Ingenieur Shaw darauf verfallen sei, die Piloten in dem Hafen von New-York einzuschiessen, statt dieselben einzuräumen, was mit gutem Vortheil und grosser Präcision auszuführen sei.

2) Wenn wir uns denken, dass ein Stab gedehnt und schliesslich zerrissen wird, wenn wir die Verschiebungen des reissenden und von den Deformationskräften ergriffenen Querschnittes als Abscissen und die Kräfte als Ordinaten auftragen, Fig. 19, so stellt die Quadratur der betreffenden

10. Es wird angeführt, dass man mit sehr rasch rotirenden Papierscheiben sehr harte Körper leicht durchschneiden kann, und Reese¹⁾ in Pittsburg soll mit rotirenden Scheiben aus weichem Eisen mit einer Randgeschwindigkeit von 7620 m in der Minute Stahlbarren schneiden.

Wenn dies richtig ist, worüber wir bisher keine ausreichenden Versuche machen konnten, so liegt es nahe, auch hier an die Wirkung der Projectilgeschwindigkeit des Scheibenrandes 127 (m/sec) und an den Umstand zu denken, dass dieselbe Stelle des geschnittenen Körpers mit immer neuen Stellen der schneidenden combinirt wird.

11. Daubré²⁾ hat die Veränderungen studirt, welche an der Oberfläche der Meteoriten durch die von denselben verdichtete heisse Luft hervorgebracht werden, und Melsens³⁾ hat die Wirkungen genau untersucht, welche die von mit grosser Geschwindigkeit bewegten Projectilen mitgeführten Luftmassen erzeugen. Wir hegten bei Beginn unserer Versuche die Hoffnung, dass es uns gelingen werde, die von Projectilen mitgeführten Luftmassen nach der Schlierenmethode sichtbar zu machen und durch Photographie zu fixiren. Dies ist uns zwar nicht gelungen, wir sind aber nach den Versuchen, die wir gleich anführen werden, überzeugt, dass dies nur an der Kleinheit der Projectile und der geringen Projectilgeschwindigkeit lag, welche wir im Zimmer anwenden konnten. Das Sichtbarmachen dieser Luftmassen scheint uns für ballistische und physikalische Zwecke nicht ohne Interesse, und wir haben die Absicht, hierauf zurückzukommen.

Curve die Arbeit vor, und zwar über ab , a_1b_1 die Dehnungsarbeit, über bc , b_1c_1 die eigentliche Zerreißungsarbeit. Wird nun das Zerreißen so rasch ausgeführt, dass die Dehnung sich nur auf ein sehr kleines Stabstück fortpflanzen kann, so wird die Gesamtarbeit hierdurch verkleinert. Es ist also wohl zu vermuthen, dass die Anwendung sehr hoher Deformationsgeschwindigkeiten wesentliche technische Vortheile bieten kann.

1) Reese, Dingler's polytechn. Journ. 228. p. 545. 1877.

2) Daubré, l. c.

3) Melsens, Ann. de chim. et de phys. (5) 25. p. 339. 1882. — Vgl. auch: Die Messmaschine von Whitworth, Deutsche Ausgabe. Jena, Costenoble 1879. p. 7.

12. Um uns für die eben gestellte, etwas schwierige Aufgabe vorzubereiten, haben wir zwei andere leichtere gelöst. Wir haben mit Hülfe der käuflichen Trockenplatten für Porträtphotographie Pistolenkugeln im Flug und Schallwellen photographirt. Das erstere gelingt sehr leicht. Die Kugel *K* fliegt bei *I*, Fig. 20, zwischen Drähten durch, welche mit Glasröhrchen bedeckt sind, zerschlägt dieselben und löst den Funken einer Batterie *B* aus, der gleichzeitig noch bei *H* überspringt. Das Licht von *H*, welches im dunklen Zimmer die Kugel momentan beleuchtet, was jeden mechanischen Momentanverschluss überflüssig macht, wird durch das Fernrohrobjectiv *F* auf der Oeffnung eines photographischen Apparates von kurzer Brennweite gesammelt, welcher auf *I* eingestellt ist, und von der Kugel, den Electroden bei *I* und dem daselbst ausgelösten Funken ein kleines, vollkommen scharfes Bild entwirft. Aus dem Bilde war zu ersehen, dass der Funke erst bei Berührung der Kugel mit den Electroden ausgelöst wurde, welche letztere auf dem Bilde noch unverändert erschienen.¹⁾

Etwas mehr Umsicht erforderte die Lösung der zweiten Aufgabe. — Die Schallwelle, welche von einem Funken *I* ausgeht, wird, nachdem sie sich zu einer gewissen Grösse entwickelt, von einem später eintretenden Funken *II* beleuchtet, nach der Töpler'schen Schlierenmethode²⁾ sichtbar gemacht und photographirt. Hierzu ist durchaus eine sehr genaue willkürliche Regulirung der Momentanbeleuchtung nothwendig, die wir besonders beschreiben werden. Im übrigen ist die Anordnung des Apparates jener im vorigen Versuch sehr ähnlich, nur befinden sich bei *I* Electrodenkugeln, deren Centrallinie in der Axe des Fernrohrobjectes *F* liegt, und welche den Funken decken. Das Licht des Funkens *II*,

1) Ueber diesen und den folgenden Versuch wurde bereits kurz berichtet im „Anzeiger d. Wiener Academie“ 1894. Nr. 15. Das genaue Zielen, welches bei dem ersten Versuch nöthig ist, wurde durch Hindurchsehen durch den Lauf des befestigten Hinterladers mit Hülfe eines Planspiegels bewerkstelligt.

2) Töpler, Beobachtungen nach einer neuen optischen Methode, Bonn 1864.

der natürlich von einer besonderen Batterie herrührt, wird durch F in einem Bilde auf der Oeffnung des photographischen Apparates gesammelt, und dieses genau abgeblendet, sodass nur das durch die Wellenschliere abgelenkte, neben der Blendung vorbeigehende Licht zur lichtempfindlichen Platte gelangt. Mit dieser geringen Lichtmenge kann man natürlich nur ein sehr kleines, mit der Lupe zu betrachtendes Bild erhalten. Die Welle erscheint im Negativ als ein dunkler, die Electroden umgebender Ring mit äusserst feinen Schattirungen. Das Bild ist sehr durchsichtig, sodass es sich zum Copiren nicht eignet, doch fixirt es alle Einzelheiten, welche man beim directen Durchsehen durch den Apparat wahrnehmen kann.

Wir haben bei dieser Gelegenheit nooh den Herren Professoren Kick in Prag und Pisko in Wien für einige Literaturnachweise zu danken.

X. *Apparat zum Beweise, dass die Electricität sich nur auf der Oberfläche der Leiter ausbreitet;*
von K. L. Bauer in Karlsruhe.

Zum Beweise des Satzes, dass die Electricität sich auf der Oberfläche der Leiter ausbreitet, aber nicht ins Innere dringt, hat Coulomb zuerst folgenden Versuch angestellt.

Ein aus hartem Holze bestehender isolirter Cylinder, dessen Durchmesser 4 Zoll betrug, und in welchem sich mehrere Löcher von je 4 Linien Durchmesser und Tiefe befanden, wurde vermittelt der Leydener Flasche oder des metallenen Electrophordeckels durch einen oder mehrere electrische Funken geladen. Wenn man ein an einem Schellackstäbchen befestigtes Scheibchen aus Goldpapier irgendwo mit der Oberfläche des electrisirten Cylinders in Berührung und sodann in die Nähe eines empfindlichen Electroskops brachte, gab das letztere sogleich eine Anzeige; dem war aber nicht so, wenn jetzt das entladene Probescheibchen in eines der Löcher des Cylinders vorsichtig so

geführt und herausgezogen wurde, dass die Berührung nur mit dem Boden des Loches stattfand, und wenn man hierauf das Scheibchen abermals dem Electroskop näherte.¹⁾

In einer späteren Abhandlung²⁾ beschreibt Coulomb einen zweiten Versuch mit folgenden Worten: Man kann ihn³⁾ durch einen neuen Versuch bestätigen, welcher entscheidend zu sein scheint: Er besteht in Folgendem. Man isolirt einen Leiter und electricisirt denselben; man bildet dann um ihn eine in zwei Theile geschnittene Hülle, welche bei ihrer Vereinigung etwas Zwischenraum zwischen sich und dem Körper lassen. Für den Erfolg des Versuchs ist von geringem Belang, ob die Hülle die gleiche Gestalt wie der Körper hat oder nicht. Wenn man den auf einem Isolirstativ stehenden Körper electricisirt und ihn zwischen die beiden Theile der Hülle, welche von zwei idioelectricischen Stäben getragen sind, einschliesst und beide Hüllen entfernt, so wird man mittelst meines kleinen Electrometers mit Seidensuspension⁴⁾ finden, dass alle Electricität des Körpers auf die Hüllen übergegangen ist, und der Körper entweder nichts oder einen nur unmerklichen Theil davon behält.

Der erste Coulomb'sche Versuch beweist, streng genommen, gar nicht den aufgestellten Satz, da ja die Innenwände der Löcher auch zur Oberfläche des Holzkörpers gehören; es wird vielmehr nur gezeigt, dass bei leitenden Flächen mit gewissen Einstülpungen der Grund der Vertiefungen frei von Electricität bleibt. Coulomb scheint dies selbst erkannt zu haben, indem er eine neue Versuchsmethode angab „qui paraît décisive“. Während jedoch die Beschreibung des ersten Versuches an Klarheit und Bestimmtheit nichts zu wünschen übrig lässt, macht die Mit-

1) Coulomb, Mémoires de math. et de phys. pour 1786. p. 72. VII etc. Paris 1788.

2) Coulomb, Mémoires de math. et de phys. pour 1788. p. 620. IV. Paris 1791.

3) Nämlich den oben erwähnten Satz.

4) Electrometer, welche im „Quatrième Mémoire sur l'électricité“ p. 72 beschrieben sind und alle bis dahin gebräuchlichen bedeutend an Empfindlichkeit übertrafen.

theilung des zweiten den Eindruck, als ob es sich nur um einen Gedanken handle, der niemals in bestimmter Weise zur Ausführung gelangt sei. Soviel steht aber fest, dass man den Coulomb'schen Gedanken bis auf unsere Tage stets in der Weise verwirklichte, dass man über eine isolirte und electrisch geladene Metallkugel zwei an isolirenden Griffen gehaltene, halbkugelförmige Metallschalen von etwas grösserem Radius schob, die entstandene Hülle mit der inneren Kugel in Berührung brachte und hierauf wieder zurückzog, um an einem Electroskop zu zeigen, dass die Electricität auf die Umhüllung übergegangen war.

Leider bewährt sich dieser Apparat nicht sonderlich; jeder, der sich einmal wirklich damit beschäftigte, wird es bestätigen. Frick spricht sich darüber folgendermassen aus: „Der Versuch ist aber keiner von jenen, über deren Gelingen man sicher sein kann, wenn auch die Isolirung gut ist, weil man so leicht beim Abnehmen der Kugelschalen an die innere Kugel anstösst“.¹⁾

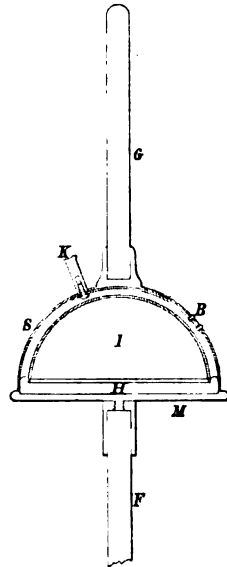
Seit längerer Zeit habe ich mir daher die Aufgabe gestellt, einen neuen Apparat zu construiren, welcher bei ganz leichter Handhabung ein sicheres Resultat gäbe, und daher den oben erwähnten zweckmässig ersetzen könnte. Nach mehrfachen Abänderungen bin ich bei folgender, durchaus befriedigender Einrichtung stehen geblieben.

Ein isolirender Fuss *F* (s. Figur) trägt eine kreisförmige Messingplatte *M*; auf dieser sitzt concentrisch eine etwas kleinere Hartgummiplatte *H*, und auf dieser eine geschlossene, hohle Halbkugel *I* aus Messing, deren Basis auf der Hartgummiplatte einen kreisförmigen Wulst unbedeckt lässt: so ist die gute Isolation der Halbkugel *I* von der Messingplatte *M* gesichert. Der isolirende Griff *G* ist an einer halbkugelförmigen Messingschale *S* befestigt, welche über die Halbkugel *I* und die Hartgummiplatte *H* geschoben werden kann, sodass sie sich auf der Messingplatte *M* aufsetzt. Die Schale *S* bildet alsdann mit der Platte *M* eine geschlossene hohle Halbkugel, welche die gleichfalls geschlossene hohle

1) J. Frick, Physik. Technik, 4. Aufl. p. 425. Braunschweig 1872.

Halbkugel *I* gänzlich einschliesst, aber zunächst völlig von derselben isolirt ist. Nun trägt aber die Messingschale *S* an ihrer Innenfläche eine gebogene Messingfeder, deren Befestigungsstelle bei *B* liegt, und deren anderes Ende mit einem nach aussen hervorstehenden Hartgummiknopf *K* verbunden ist; durch einen Druck auf diesen Knopf lässt sich daher die aus *S* und *M* gebildete äussere Halbkugel mit der inneren Halbkugel *I* leitend verbinden, wogegen beim Nachlassen des Druckes die Feder sofort an die Innenfläche von *S* zurückschnellt, folglich wieder Isolation zwischen beiden Halbkugeln eintritt.

Beim Versuch zu Unterrichtszwecken verfähre ich, wie folgt. Die Schale *S* wird abgehoben und neben den anderen Theil des Apparates auf den Tisch gestellt. Ich peitsche eine an einem Hartgummigriff gehaltene Talkplatte¹⁾ mit einem Fuchsschwanz, und lasse von einer der abgerundeten Ecken des stark electrisch gewordenen Specksteins einen Funken auf den Gipfel der Halbkugel *I* überspringen. Jetzt ergreife ich den Apparat am Fusse *F* und nähere die Halbkugel *I* einer vermittelst eines Leinenfadens an einem leitenden Gestell aufgehängten Holundermarkkugel, welche lebhaft und weithin sichtbar abgelenkt wird, deren Berührung mit der Halbkugel *I* aber verhütet werden muss. Sodann stelle ich den Apparat wieder auf den Tisch, hebe die daneben stehende Messingschale *S* am Griffe *G* empor, schiebe sie über die Halbkugel *I* und die Hartgummiplatte *H*, bis sie auf der Messingplatte *M* aufsitzt. Durch einen Druck auf den Knopf *K* wird die umschliessende Messinghalbkugel für



1) Vgl. die Mittheilung von H. Fritsch in Hoffmann's Zeitschr. f. math. u. naturw. Unterr. 13. p. 354—355. 1882.

ganz kurze Zeit mit der umschlossenen leitend verbunden; nach Unterbrechung des Druckes hebe ich die Schale *S* am Griffe *G* empor und leite sofort die Messingplatte *M* durch Berührung mit der anderen Hand ab. Nähere ich jetzt die Schale *S* der Holundermarkkugel, so wird die letztere stark abgelenkt, aber die Halbkugel *I* besitzt diese Kraft nicht mehr. So zeigt sich, dass bei der durch Druck auf den Knopf *K* entstandenen Berührung die Electricität von der inneren Halbkugel *I* gänzlich auf die umschliessende Hülle übergeht.

Der nach meinen Angaben hergestellte Apparat, sowie auch die sehr praktische, mit einem Hartgummigriff versehene Talkplatte können von der hiesigen Firma C. Sickler, Hofmechaniker und Optiker, bezogen werden.

XI. Nachtrag; von E. Dorn.

Hr. Haga hatte die Güte, mir mitzuteilen, dass er zur Untersuchung der Abkühlung von Drähten durch elastische Dehnung ein noch einfacheres Verfahren als das von mir eingeschlagene¹⁾ benutzt hat. Er schlingt um den Hauptdraht nur einen dünnen Draht aus einem anderen Metall und verbindet diesen und den Hauptdraht mit dem Galvanometer.²⁾

Darmstadt, Nov. 1885.

1) E. Dorn, Wied. Ann. 26. p. 333. 1885.

2) Haga, Wied. Ann. 15. p. 1. 1882.

Berichtigungen.

Bd. XXII. (Schrauf) p. 427 Z. 13 v. u.

lies $\Re(C) = 0,03756$ statt $\Re(C) = 0,03286$.

Bd. XXVI. (v. Wroblewski) p. 143 Z. 17 v. o. lies Fig. 2^a statt Fig. 13.

Namenregister zum Jahrgang 1885.

A.

Ångström, K., Diffusion der strahlenden Wärme von ebenen Flächen 26, 253.

Arons, L., Bestimmungen der Verdet'schen Constante in absolutem Maasse 24, 161. — Interferenzstreifen im Spectrum 24, 669. — Verdünnungswärme und Wärmecapacität von Salzlösungen 25, 408.

B.

Balmer, J. J., Spectrallinien des Wasserstoffs 25, 80.

Bauer, K. L., Apparat zum Beweise, dass die Electricität sich nur auf der Oberfläche der Leiter ausbreitet 26, 640.

v. Beetz, W., Galvanische Trockenelemente und deren Anwendung zu electromotorischen und galvanometrischen Messungen 26, 13.

v. Bezold, W., Neue Art von Cohäsionsfiguren 26, 27. — Herstellung des Farbandreiecks durch wahre Farbenmischung 26, 390. — Strömungsfiguren in Flüssigkeiten 24, 569. — 26, 407.

Blümcke, A., Bestimmung der specifischen Wärme des Urans 24, 263. — Abhängigkeit der specifischen Wärme einiger Wasser-Aethylalkoholgemische von der Temperatur 25, 154. — Specifische Wärme stark concentrirter Natronlaugen 25, 417. — Verbesserung der Flüssigkeitsthermostaten 26, 419. — Bestimmung der beim Bunsen'schen Eiscalorimeter geschmolzenen Eismenge 26, 159.

Boltzmann, L., Möglichkeit der Begründung einer kinetischen Gastheorie auf anziehende Kräfte allein 24, 37.

de Brace, W. B., Magnetische Drehung der Polarisationssebene und einige besondere Fälle der Refraction 26, 576.

Brühl, P., Verzweigte Blitze 26, 334.

Budde, E., Quantität electrischer Elementartheilchen 25, 562. — Theorie der thermoelectrischen Kräfte II 25, 564. — Ableitung electrodynamischer Punktgesetze 25, 567.

Bunsen, R. W., Capillare Gasabsorption 24, 321.

C.

Christiansen, C., Optische Eigenschaften von fein vertheilten Körpern 24, 439.

Chwolson, C., Calibrirung der Stöpselrheostaten von Siemens und Halske 24, 45.

Colley, R., Methoden zur Beobachtung electrischer Schwingungen 26, 432.

D.

Dieterici, C., Zeitlicher Verlauf der electrischen Rückstandsbildung im Paraffin 25, 545.

Dorn, E., Entwicklung beider Electricitäten in gleicher Menge für Pyroelectricität 26, 328. — Einige Vorlesungsversuche 26, 331, 644.

E.

Edlund, E., Uebergangswiderstand in dem galvanischen Lichtbogen 26, 518.

Ehrhardt, O., Bestimmung der specifischen Wärme und der Schmelzwärme bei hohen Temperaturen 24, 215.

Elsas, A., Bemerkungen zu der Abhandlung des Hrn. F. Melde: Akustische Experimentaluntersuchungen 25, 676.

Elster, J., u. H. Geitel, Empfindlicher Duplicator 25, 114. — Electrischer Vorgang in den Gewitterwolken 25, 116. — Electricitätsentwicklung bei Regenbildung 25, 121. — Influenzmaschine einfachster Form 25, 493. — Unipolare Leitung erhitzter Gase 26, 1.

Exner, K., Lichtgeschwindigkeit im Quarze 25, 141.

F.

- Fink, J., Einfluss des Druckes auf den electricischen Leitungswiderstand von Electrolyten 26, 481.
 Fitzgerald, G. F., Electromagnetische Drehung der Polarisations-ebene des Lichtes durch Eisen, Cobalt und Nickel 25, 136.
 v. Fleischl, E., Doppelte Brechung des Lichtes in Flüssigkeiten 24, 127. — Deformation der Lichtwellenfläche im magnetischen Felde 25, 308.
 Foster, G. C., Veränderte Form der Wheatstone'schen Brücke und Methode zur Messung kleiner Widerstände 26, 239.
 Freyberg, J., Beobachtungen mit der magnetischen Wage von Toeppler 25, 511.

G.

- Geitel, H., s. J. Elster.
 Giltay, J. W., Electrodynamometer 25, 325.
 Gockel, A., Beziehungen der Peltier'schen Wärme zum Nutzeffect galvanischer Elemente 24, 618.
 Goldstein, E., Electricische Leitung im Vacuum 24, 79.
 Graetz, L., Grösse der Maxwell'schen Molecularwirbel und Dichtigkeit des Lichtäthers 25, 165. — Wärmeleitungsfähigkeit von Flüssigkeiten 25, 337.
 Gumlich, E., Theorie der Newton'schen Farbenringe im durchgehenden Lichte 26, 337.

H.

- Häbler, Th., Ungenauigkeit in der Theorie des Goldblattelectroskops 25, 680.
 Hankel, W., Berichtigung einer Angabe des Hrn. v. Kolenko in Betreff der thermoelectricischen Verteilung an Bergkrystallen 26, 150.
 Hausmaninger, V., Theorie des longitudinalen Stosses cylindrischer Körper 25, 189.
 Hempel, W., Hochdruck-Influenz-Electrisirmaschine 25, 487.
 Hertz, H., Dimensionen des magnetischen Pols in verschiedenen Maasssystemen 24, 114.

Himstedt, F., Bestimmung des Ohms 26, 547.

Homén, Th., Electricischer Leitungswiderstand der verdünnten Luft 26, 55.

J.

Jahn, H., Gültigkeit des Joule'schen Gesetzes für Electrolyte 25, 49. — Von dem electricischen Strom bei der Zersetzung von Electrolyten geleistete Arbeit 25, 525.

K.

- Kayser, H., Blitzphotographien 25, 131. — Neuere Thermosäulen 26, 9.
 Ketteler, E., Optische Constanten der magnetischen Medien 24, 119.
 Kirchhoff, G., Formänderung eines festen elastischen Körpers bei magnetischer oder dielectricischer Polarisation 24, 52. — 25, 601.
 Kittler, E., Messung von Stromstärken 24, 593.
 Knoblauch, H., Zwei neue Verfahren, den Polarisationswinkel der Metalle zu finden 24, 258.
 Koch, K. R., Elasticität des Eisens 25, 488.
 König, A., u. F. Richarz, Methode zur Bestimmung der Gravitationsconstante 24, 664.
 König, W., Reibungscoefficienten und Einfluss der Magnetisirung und Electricisirung auf die Reibung der Flüssigkeiten 25, 618.
 Koepsel, A., Constante für die electromagnetische Drehung der Polarisations-ebene des Natriumlichtes in Schwefelkohlenstoff 26, 456.
 Kötschau, G., Flüssigkeitsbewegungen 26, 530.
 Kohlrausch, F., Electricische Leitungsfähigkeit des im Vacuum destillirten Wassers 24, 48. — Leitungsvermögen einiger Electrolyte in äusserst verdünnter wässriger Lösung 26, 161. — Inconstanz der Dämpfungsfuction eines Galvanometers und ihr Einfluss auf die absolute Widerstandsbestimmung mit dem Erdinductor 26, 424.
 Kreichgauer, D., Bestimmung von Trägheitsmomenten durch Schwingungsversuche 25, 273.

L.

- Lamprecht, R., Biegsame Stromleiter unter magnetischer Einwirkung 25, 71.
 v. Lang, V., Electromotorische Kraft des electrischen Lichtbogens 26, 145.
 Lehmann, O., Schmelzpunkt in Contact befindlicher Körper und Electrolyse des festen Jodsilbers 24, 1. — Spontane, durchinnere Kräfte hervorgerufene Formänderungen homogener fester Körper 25, 173.
 Lommel, E., Fluorescenz 24, 288. — 25, 643. — Abänderung der Influenzmaschine 25, 678. — Projection der Interferenz der Flüssigkeitswellen 26, 156. — Sichtbare Darstellung des Brennpunktes der ultrarothern Strahlen durch Phosphorescenz 26, 157.
 Lorenz, L., Electricischer Widerstand von Quecksilbersäulen in absolutem electromagnetischen Maasse 25, 1.
 Lummer, O., Theorie und Gestalt neu beobachteter Interferenzcurven 24, 417.
 Lüdeking, C., s. E. Wiedemann.

M.

- Mach, E., u. J. Wentzel, Mechanik der Explosionen 26, 628.
 Magie, W. F., Capillaritätsconstanten 25, 421.
 Melde, F., Akustische Experimentaluntersuchungen 24, 497.
 Messerschmidt, J. B., Spectralphotometrische Untersuchungen einiger photographischer Sensibilisatoren 25, 655.
 Meyer, O. E., Modelle zur Erläuterung der Lichtbrechung 25, 539.
 Miller, A., Ueber den Einfluss von Spannung und Deformation auf die Wirkung der physikalischen Kräfte 25, 450.
 Möller, W., Emanationsgesetz glühender Körper 26, 266. — Wild'sches Photometer 24, 446.
 Müller-Erzbach, W., Genauigkeit der Wägungsmethode für die Bestimmung der relativen Dampfspannung und Anwendung derselben zum Vergleiche von che-

mischer Affinität und mechanischer Adhäsion 25, 357. — Dissociation wasserhaltiger Salze und daraus abgeleitete Folgerungen über die Constitution der Salzbestandtheile 26, 409.

Muraoka, H., Der japanische magische Spiegel 25, 138.

N.

- Narr, F., Jolly'sche Quecksilberluftpumpe 25, 542.
 Natanson, E. u. L., Dissociation des Untersalpetersäuredampfes 24, 454.

O.

- Oberbeck, A., Resonanzähnliche Erscheinung bei electrischen Schwingungen 26, 245.
 Oosting, H. J., Kundt'sche Staubfiguren 24, 319.

P.

- Pfaundler, L., Einwirkung stark comprimierter Kohlensäure auf Glas unter dem Einfluss von Licht 24, 493.
 Pfeiffer, E., Electricische Leitungsfähigkeit der Mischungen von Wasser und Alkohol 25, 232. — Electricische Leitungsfähigkeit des absoluten Alkohols 26, 31. — Electricische Leitungsfähigkeit der Mischungen von Aethylalkohol mit Aethyläther 26, 226.

Q.

- Quincke, G., Electricische Untersuchungen 24, 347, 606.

R.

- Rammelsberg, C., Essigsäure Doppelsalze des Urans 24, 293.
 Lord Rayleigh, Methode der Dämpfung bei der Bestimmung des Ohms 24, 214.
 Réthy, M., Bemerkungen zur Abhandlung J. Fröhlich's „Kritisches zur Theorie des gebeugten Lichts“ 24, 282.
 Richarz, F., Bildung von Ozon, Wasserstoffsuperoxyd und Ueberschwefelsäure bei der Electrolyse

verdünnter Schwefelsäure 24, 183.
 — S. auch A. König.
 Riecke, E., Electromagnetische
 Rotation einer Flüssigkeit 25, 496.
 Rüdorff, F., Löslichkeit von Salz-
 gemischen 25, 626. — Vorlesungs-
 versuch 26, 335.

S.

Schleiermacher, A., Abhängigkeit
 der Wärmestrahlung von der Tem-
 peratur und das Stefan'sche Ge-
 setz 26, 287.
 Schultze, W. H., Wechselwirkung
 zweier zu einander senkrechter
 magnetischer Vertheilungen 24,
 643.
 Schuster, A., Entladung der Elec-
 tricität durch Gase 24, 74.
 Siemens, W., Theorie des Mag-
 netismus 24, 93.
 Stenger, F., Electricitätsleitung der
 Gase 25, 31.
 Stern, G., Commutatorstellung bei
 electrodynamischen Maschinen 26,
 607.
 Streckker, K., Reproduction der
 Siemens'schen Quecksilbereinheit
 25, 252. 456.

T.

Tammann, G., Dampftensionen
 von Salzlösungen 24, 523.
 Thiesen, M., Zustandsgleichung
 24, 467. — Gesetze des Luftwi-
 derstandes nach Versuchen mit
 dem Schellbach'schen Rotations-
 apparate 26, 309.

V.

Vogel, F., Aenderung der Licht-
 brechung in Glas und Kalkspath
 mit der Temperatur 25, 87.
 Vogel, H. W., Zusammenhang zwi-
 schen Absorption der Farbstoffe
 und deren sensibilisirender Wir-
 kung auf Bromsilber 26, 527.
 Voigt, W., Brechungsindices ab-
 sorbirender Medien 24, 144. —
 Reflexion und Brechung an der

Grenze durchsichtiger krystallini-
 scher Medien 24, 156. — Erwide-
 rung auf Hrn. Wüllner's Bemerk-
 ung, bezüglich Hrn. Jamin's
 Beobachtungen üb. Metallreflexion
 24, 495. — Optische Eigenschaften
 sehr dünner Metallschichten 25, 95.

W.

Weber, C. L. Electricisches Leitungs-
 vermögen und Temperaturcoëf-
 ficient des festen Quecksilbers
 25, 245.
 Weber, L., Intensitätsmessungen
 des diffusen Tageslichtes 26, 374.
 Weber, R., Electricische Sirene 24, 671.
 Wesendonck, K., Verhalten der
 Gasentladungen gegen einen glüh-
 enden Platinstreifen 26, 81. —
 Fluorescenz des Naphtalinrothes
 26, 521.
 Wernicke, W., Phasenänderungen
 bei der Reflexion und Schwingungs-
 ebene des polarisirten Lichtes 25,
 203. — Berichtigung zweier For-
 meln 25, 674.
 Wiechert, Leitungsfähigkeit des
 Serpentina 26, 336.
 Wiedemann, E., u. Ch. Lüdeking,
 Wasseraufnahme und Lösung der
 Colloide 25, 145.
 Wentzel, J. s. E. Mach.
 Wild, H., Antwort auf einige
 Bemerkungen des Hrn. F. Kohl-
 rausch 24, 209.
 Willson, R. W., Empfindliches
 Galyanometer mit messbarem Re-
 ductionsfactor 26, 44.
 Winkelmann, A., Diffusion der
 Fettsäuren und Fettalkohole in
 Luft, Wasserstoff und Kohlensäure
 26, 105.
 v. Wroblewski, S., Gebrauch des
 siedenden Sauerstoffs, Stickstoffs,
 Kohlenoxyds, sowie der atmosphä-
 rischen Luft als Kältemittel 25,
 371. — Electricischer Widerstand
 des Kupfers bei den höchsten
 Kältegraden 26, 27. — Verhalten
 der flüssigen atmosphärischen Luft
 26, 134.

Fig. 3.

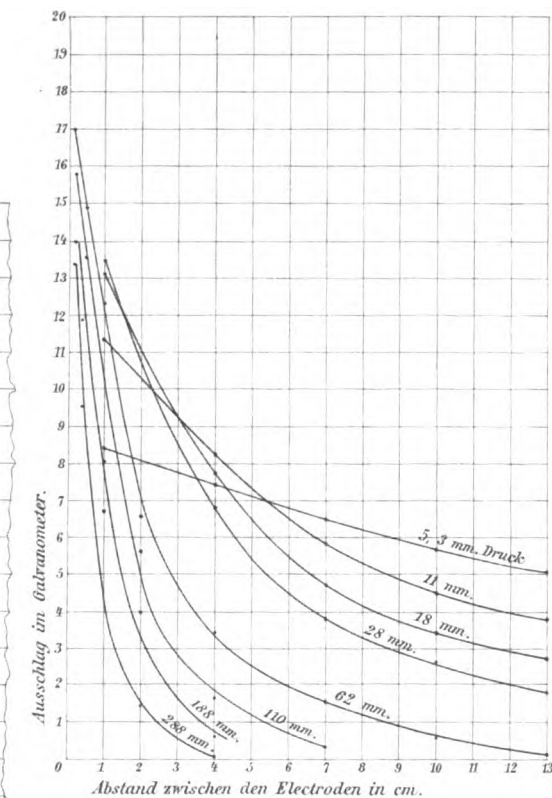
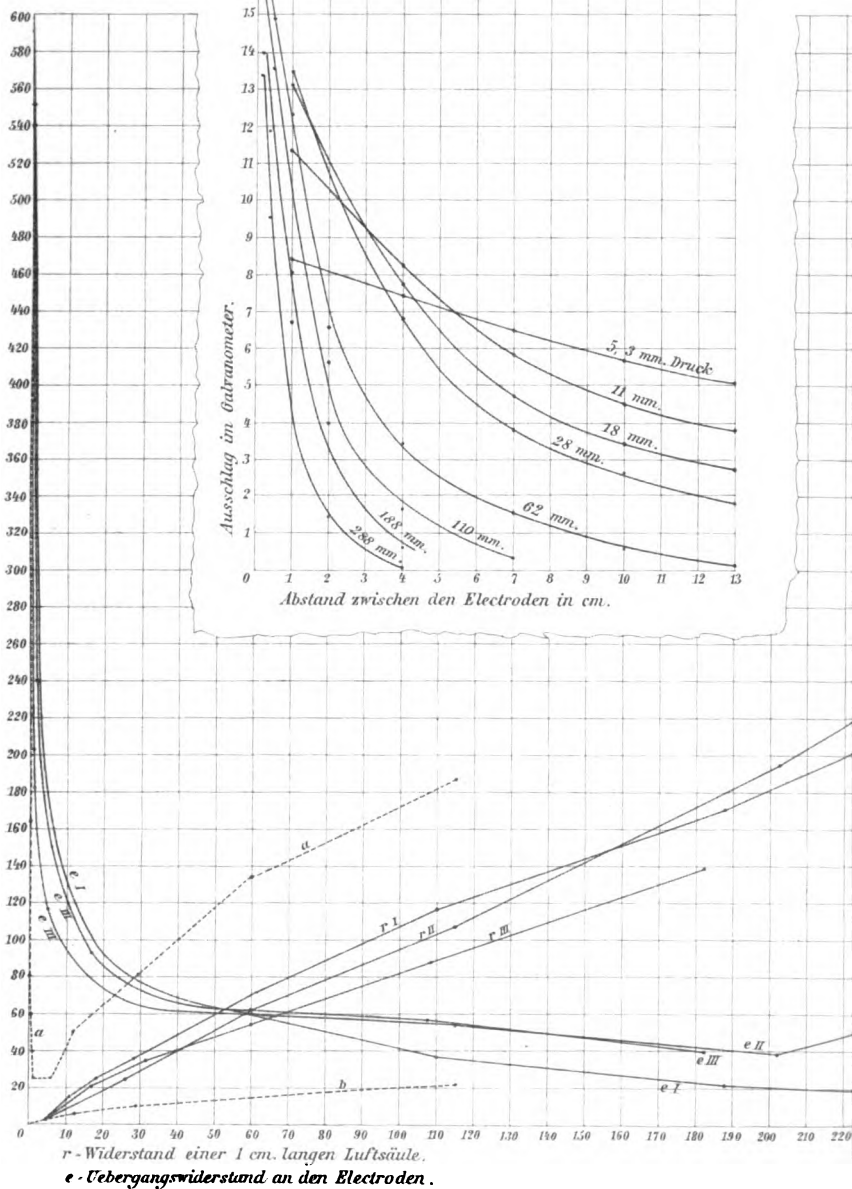
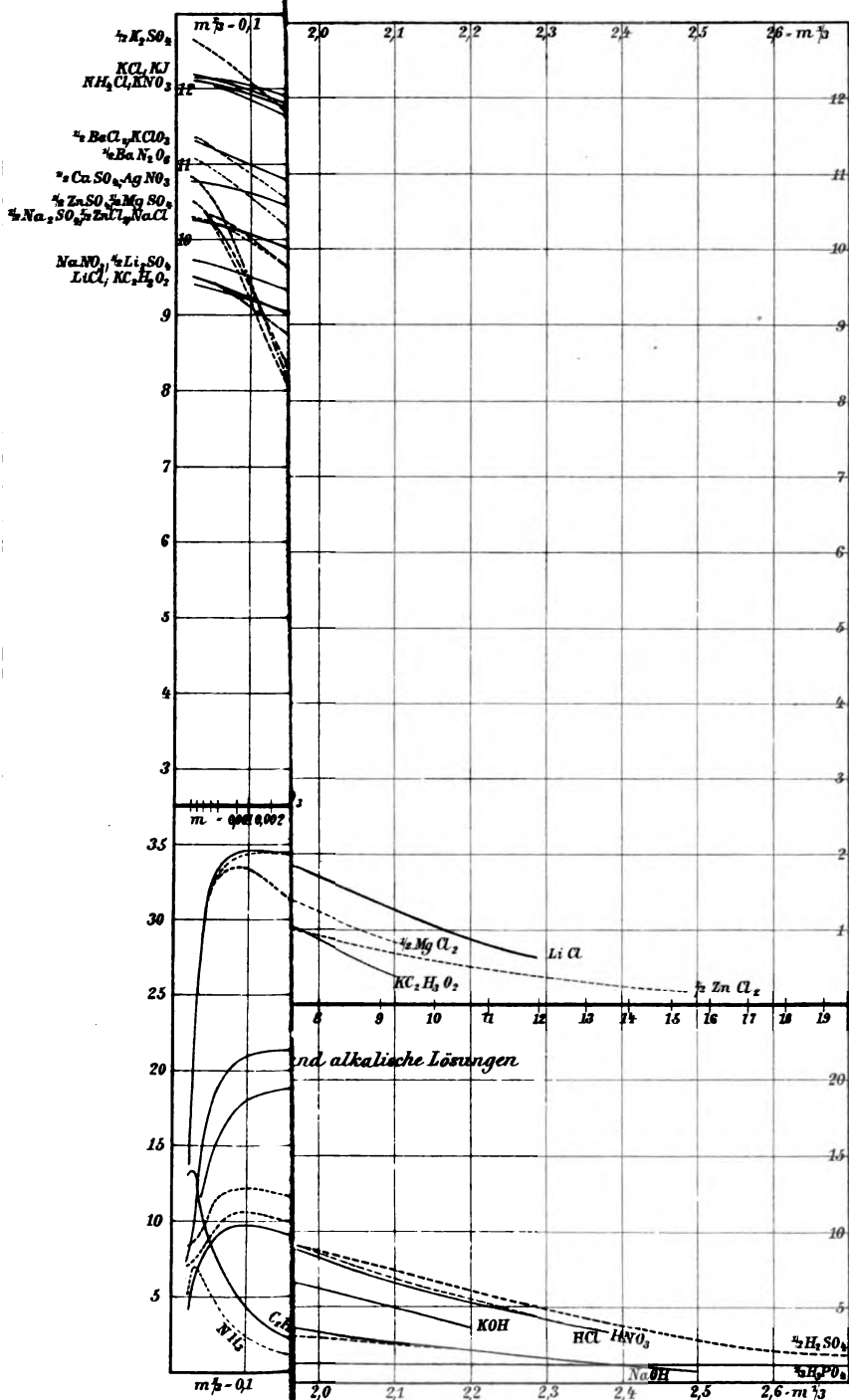


Fig. 4.





Annalen d.

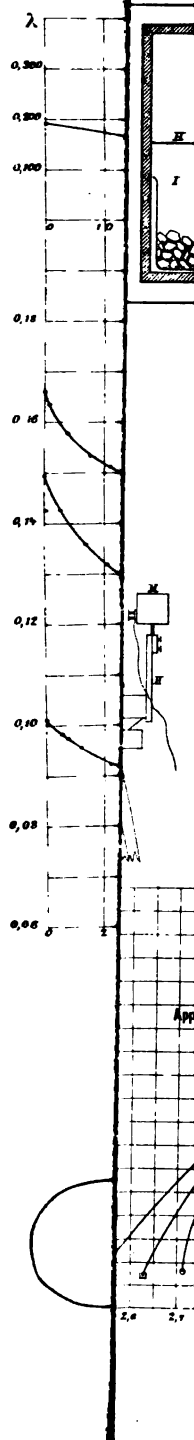


Fig. 14.

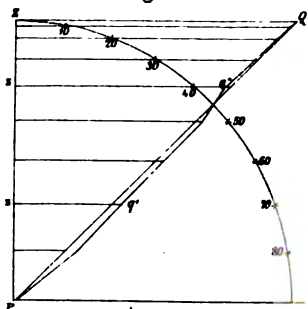


Fig. 11.

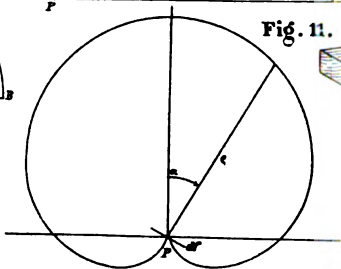


Fig. 16.

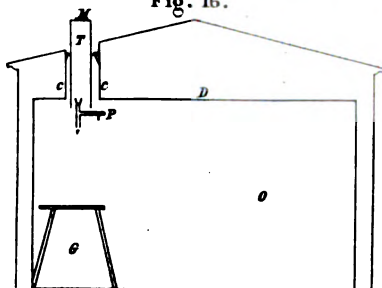


Fig. 15.

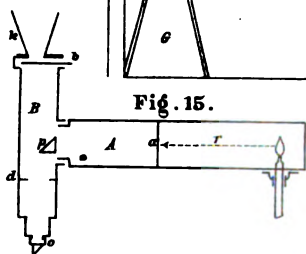


Fig. 19.

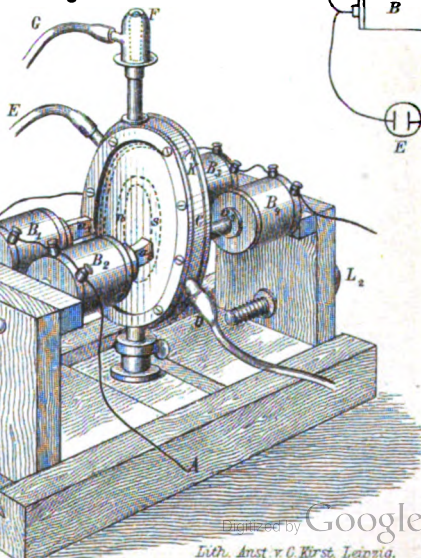


Fig. 18.

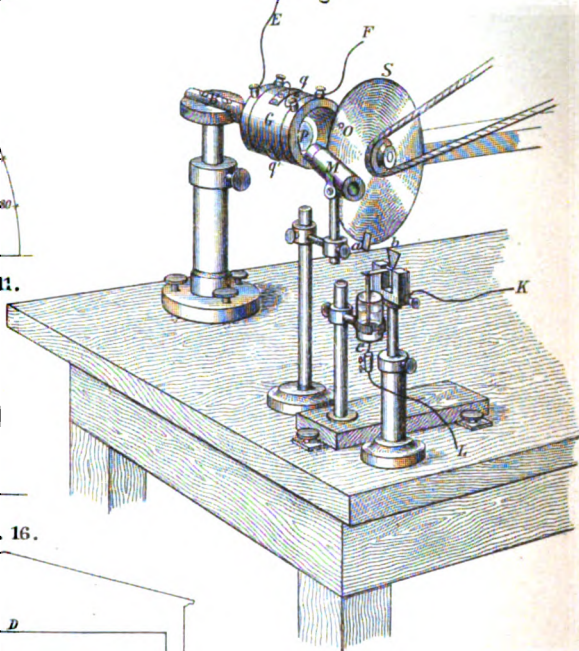


Fig. 17.

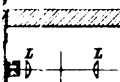
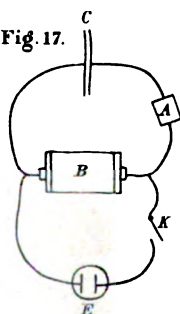


Fig. 15.

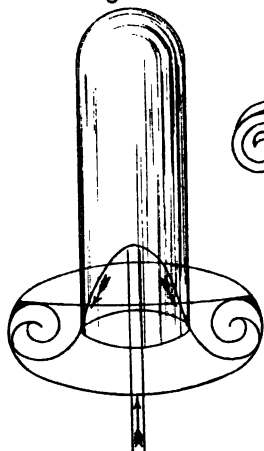


Fig. 17.

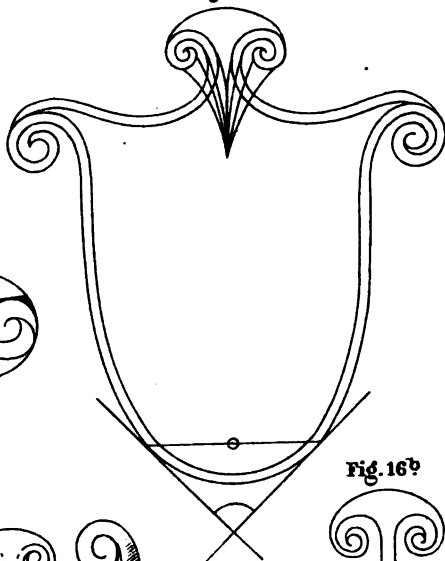


Fig. 13.

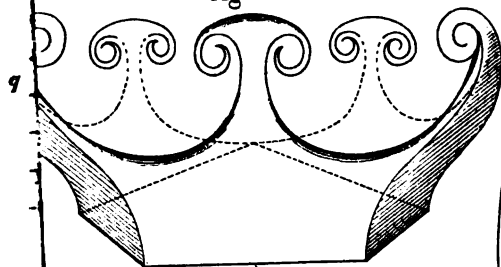


Fig. 16.^a

Fig. 16.^b

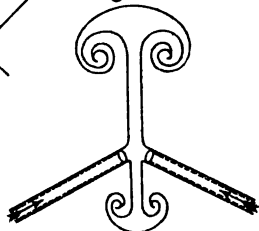


Fig. 19.

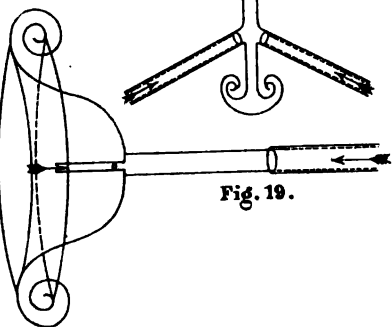


Fig. 20.

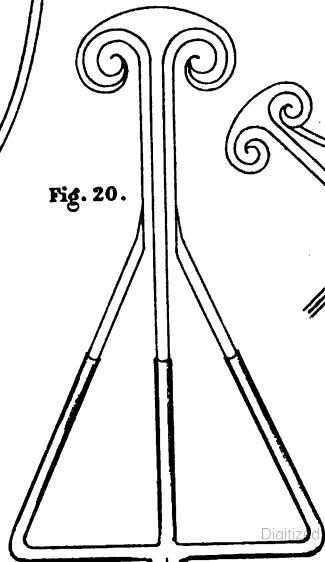


Fig. 18.

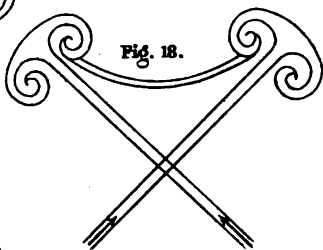


Fig. 21.

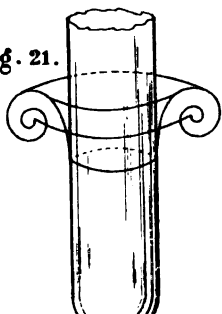


Fig. 7^a.

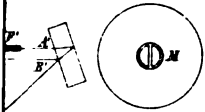


Fig. 13.

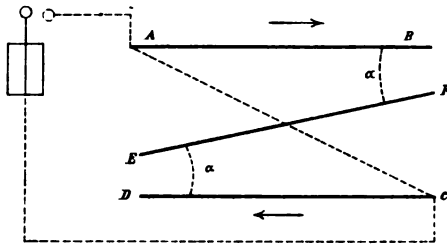


Fig. 9.



Fig. 16.

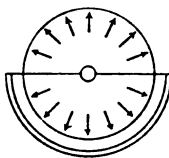


Fig. 17.

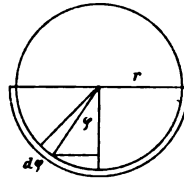


Fig. 10^a.

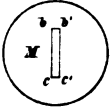


Fig. 19.

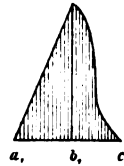
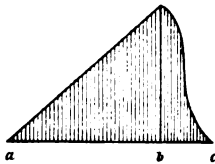


Fig. 18.



Fig. 21.

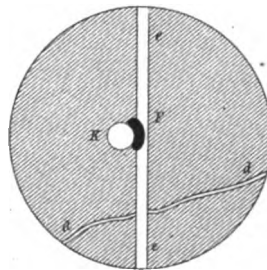


Fig. 20.

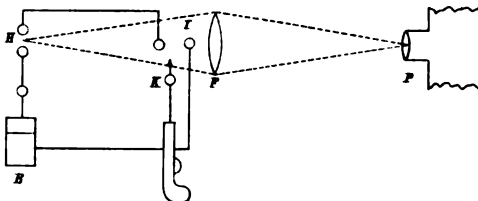


Fig. 7^a.

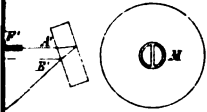


Fig. 13.

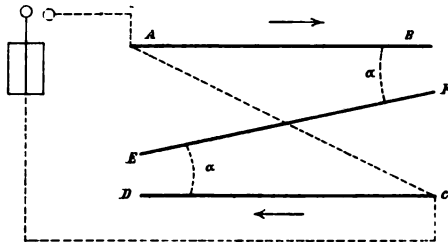


Fig. 9.

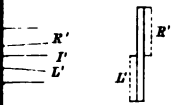


Fig. 16.

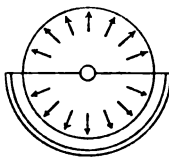


Fig. 17.

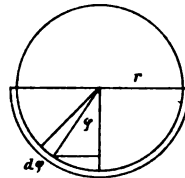


Fig. 10^a.



Fig. 19.

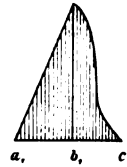
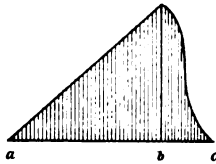


Fig. 18.

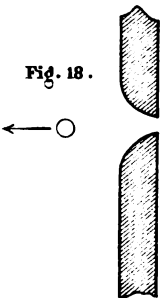


Fig. 21.

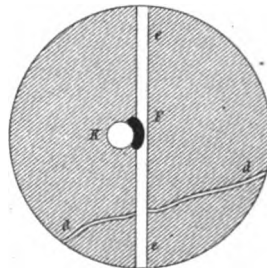


Fig. 20.

